



Θέμα του παρόντος βιβλίου είναι η διεξοδική πραγμάτευση του Αρχιμηδείου συγγράμματος:

«ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΘΕΩΡΗΜΑΤΩΝ
ΠΡΟΣ ΕΡΑΤΟΣΘΕΝΗ ΕΦΟΔΟΣ»

ήτοι: «Ἡ Μέθοδος των Μηχανικῶν Θεωρημάτων,
[απευθυνόμενη] προς τον Ἐρατοσθένη»
(Αρχιτικόλεξο του τίτλου: Μ.Μ.Θ.)

Ἡ ὕλη του εἶναι αδρομερῶς ἡ ἀκόλουθη:

§Α: Ἡ ζώη καὶ τὸ ἔργο του Ἀρχιμήδους

§Β: Ἱστορικά καὶ βιβλιογραφικά στοιχεία γιὰ τὸ σύγγραμμα Μ.Μ.Θ.

§Γ: Προλεγόμενα

§Δ: Τὸ προοιμιακὸ μέρος τοῦ συγγράμματος Μ.Μ.Θ.

§Ε: Τα μηχανικά θεωρήματα

§Ζ: Περί των αμιγῶς μαθηματικῶν ἀποδείξεων

§Η: Επιλεγόμενα

Παραρτήματα

§L: Τὸ ἀρχαῖο κείμενο

§Q: Μαθηματικά ἐπιβοηθήματα

§U: Ἐπισημειώσεις

§V: Βιβλιογραφία

§W: Ὑπομνήματα

¹ Ἀυτὴ εἶναι ἡ ἀρχικὴ φράση τοῦ Ἀρχιμηδείου συγγράμματος.

Συνοπτική διασάφηση για τα περιεχόμενα του παρόντος βιβλίου

- i) Τα κεφάλαια Α και Β είναι εισαγωγικά, για μία προκαταρκτική ενημέρωση.
- ii) Στο κεφάλαιο Γ αναπτύσσονται, κατά συνοπτικό τρόπο, ορισμένα θέματα, που εντάσσονται στο απαραίτητο γνωστικό υπόβαθρο για την μελέτη του συγγράμματος.
- iii) Η κύρια και ουσιαστική πραγμάτευση του Αρχιμηδείου συγγράμματος περί Μ.Μ.Θ. επιτελείται στα κεφ. Δ και Ε και κυρίως στο Ε, το οποίο είναι αρκετά εκτενές. Στην διεξοδική αυτή πραγμάτευση περιλαμβάνονται:
 - Μεταγλώττιση του αρχαίου κειμένου στην νεοελληνική
 - Πρόσθετες απλοποιημένες παρουσιάσεις των Αρχιμηδείων αποδείξεων
 - Ποικίλα συναφή σχόλια, επεξηγήσεις και συμπληρώματα.
- iv) Το κεφάλαιο Ζ αποσκοπεί να δώσει στον αναγνώστη την δυνατότητα να συγκρίνει τις δύο αποδεικτικές διαδικασίες, δηλαδή την με χρήση της Μ.Μ.Θ. και την αμιγώς μαθηματική.
- v) Τέλος, στο κεφάλαιο Η γίνεται μία συνολική ανασκόπηση της όλης Μ.Μ.Θ.

Πρόσθετη διασάφηση

Το παρόν βιβλίο είναι γραμμένο κατά τρόπο, ώστε:

- να είναι προσιτό και στους μη «επαΐοντες»
- να διευκολύνει τον αναγνώστη στο να προσπελάσει το αρχαίο κείμενο και στο να αποκτήσει θάρρος να εισχωρήσει σ' αυτό.

- Το αλάθητο είναι κατά κανόνα δυσεπίτευκτο και μερικές φορές ακατόρθωτο.
- «Errare humanum est» έλεγαν οι Λατίνοι.
- Παρακαλούμε, επομένως, για επιείκεια και κατανόηση στην περίπτωση, που θα διαπιστωθεί κάποιο «παρόραμα» ή κάποια εν γένει ατέλεια.
- Τυχόν παρατηρήσεις ή υποδείξεις για διόρθωση «ημαρτημένων» είναι ευπρόσδεκτες και σας ευχαριστούμε εκ των προτέρων.

Περιεχόμενα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ	A	ΠΡΟΚΑΤΑΡΚΤΙΚΑ	17
	A0	Πρόλογος.....	17
	A1	Αρχιμήδης: Συνοπτικό Βιογραφικό (Curriculum Vitae).....	19
	A2	Τα διασωθέντα συγγράμματα του Αρχιμήδους.....	23
	A2.1	Τα διασωθέντα συγγράμματα του Αρχιμήδους είναι τα ακόλουθα.....	23
	A3	Απολεσθέντα συγγράμματα του Αρχιμήδους.....	24
	A4	Ο θάνατος και ο τάφος του Αρχιμήδους.....	25
ΚΕΦΑΛΑΙΟ	B	ΙΣΤΟΡΙΚΑ ΚΑΙ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΣΥΓΓΡΑΜΜΑ «Μ.Μ.Θ.»¹	29
	B0	Πρόλογος.....	29
	B1	Προκαταρκτικά.....	31
	B1.1	Μια πρώτη σκιαγράφηση της Μ.Μ.Θ.....	31
	B1.2	Αρχαίες μαρτυρίες (Testimonia) για το σύγγραμμα Μ.Μ.Θ.....	31

1 Μ.Μ.Θ. = Μέθοδος των Μηχανικών Θεωρημάτων.

	B2	Ιστορικό του παλίμψηστου	34
	B2.1	Εισαγωγή	34
	B2.2	Ιεροσολυμιτική βιβλιοθήκη (Ιεροσολυμιτικός κώδικας)	34
	B2.3	J.L. Heiberg	35
	B2.4	Μερικά πρόσθετα στοιχεία για το παλίμψηστο.....	36
	B2.5	Από το 1910 μ.Χ. μέχρι σήμερα	37
	B3	Μορφή και διάθρωση της στερεότυπης έκδοσης Teubner	37
	B3.1	Έκδοση Teubner	37
	B3.2	Μορφή και δομή του αρχαίου κειμένου στην έκδοση Teubner	38
	B3.3	Η γλώσσα του αρχαίου ελληνικού κειμένου.....	42
	B3.4	Ακροτελεύτιο.....	43
ΚΕΦΑΛΑΙΟ	Γ	ΠΡΟΛΕΓΟΜΕΝΑ	45
	G1	Γενικά.....	45
	G2	Μαθηματικά προλεγόμενα	47
	G3	Μηχανικά προλεγόμενα	51
	G3.1	Γενικά	51
	G3.2	Περαιτέρω ανάλυση του βιβλίου «Μηχανικά α΄».....	52
	G3.3	Ακροτελεύτιο.....	54
	G4	Η τεχνική της Μεθόδου των Μηχανικών Θεωρημάτων.....	55
	G4.0	Πρόλογος.....	55
	G4.1	Στάδιο πρώτο {Στόχος: Η εύρεση της αφηρησίας μαθηματικής σχέσης}	55
	G4.2	Στάδιο δεύτερο {Στόχος: Η σχηματική απεικόνιση επί ζυγού (σε ισορροπία) της αφηρησίας σχέσης}	57
	G4.3	Στάδιο τρίτο {Στόχος: Η σχηματική απεικόνιση επί ζυγού (σε ισορροπία) της μαθηματικής σχέσεως μεταξύ των όγκων των τριών στερεών (πλήρων)}	58
	G4.4	Στάδιο τέταρτο {Στόχος: Τελικοί υπολογισμοί και εύρεση του ζητουμένου όγκου}	59
	G4.5	Υστερόγραφο.....	60
ΚΕΦΑΛΑΙΟ	Δ	ΤΟ ΠΡΟΟΙΜΙΑΚΟ ΜΕΡΟΣ ΤΟΥ ΣΥΓΓΡΑΜΜΑΤΟΣ «Μ.Μ.Θ»	61
	Δ0	Εισαγωγή στο §§Δ	61
	Δ1	Προς Ερατοσθένη	63
	Δ2	«Προλαμβανόμενα»	65
ΚΕΦΑΛΑΙΟ	Ε	ΤΑ ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ	73
	E0	Πρόλογος	73
	E1	Το πρώτο μηχανικό θεώρημα	78
	E1.0	Εισαγωγή	79
	E1.1	Το 1ο Μ.Θ. μεταγλωττισμένο στη νεοελληνική	80

E1.2	Απλοποιημένη απόδειξη του Μ.Θ.1	84
E1.3	Απόδειξη του Μ.Θ.1 με την αρωγή Ολοκληρωτικού Λογισμού.....	88
E2	Το δεύτερο μηχανικό θεώρημα	90
E2.0	Εισαγωγή	90
E2.1	Το 2ο Μ.Θ. μεταγλωττισμένο στη νεοελληνική	92
E2.2	Απλοποιημένη απόδειξη του Μ.Θ.2	96
E2.3	Απόδειξη του Μ.Θ.2 με αρωγή του Ολοκληρωτικού Λογισμού.....	100
E2.4	Πρόσθετο σχόλιο συναφές με τα επικουρικά στερεά του Μ.Θ.2	101
E3	Το τρίτο μηχανικό θεώρημα.....	104
E3.0	Εισαγωγή	105
E3.1	Το 3ο Μ.Θ. μεταγλωττισμένο στη νεοελληνική	105
E3.2	Απλοποιημένη απόδειξη του Μ.Θ.3	110
E3.3	Απόδειξη του Μ.Θ.3 με αρωγή του Ολοκληρωτικού Λογισμού.....	115
E4	Το τέταρτο μηχανικό θεώρημα.....	116
E4.0	Εισαγωγή	116
E4.1	Το 4ο Μ.Θ. μεταγλωττισμένο στη νεοελληνική	117
E4.2	Απλοποιημένη απόδειξη του Μ.Θ.4	120
E4.3	Απόδειξη του Μ.Θ.4 με αρωγή του Ολοκληρωτικού Λογισμού.....	123
E5	Το πέμπτο μηχανικό θεώρημα.....	124
E5.0	Εισαγωγή	124
E5.1	Το 5ο Μ.Θ. μεταγλωττισμένο στη νεοελληνική	125
E5.2	Απλοποιημένη απόδειξη του Μ.Θ.5	128
E5.3	Απόδειξη του Μ.Θ.5 με αρωγή του Ολοκληρωτικού Λογισμού.....	131
E6	Το έκτο μηχανικό θεώρημα	132
E6.0	Εισαγωγή	132
E6.1	Το 6ο Μ.Θ. μεταγλωττισμένο στη νεοελληνική	133
E6.2	Απλοποιημένη απόδειξη του Μ.Θ.6	137
E6.3	Απόδειξη του Μ.Θ.6 με αρωγή του Ολοκληρωτικού Λογισμού.....	140
E7	Το έβδομο μηχανικό θεώρημα	142
E7.0	Εισαγωγή	142
E7.1	Το 7ο Μ.Θ. μεταγλωττισμένο στη νεοελληνική	143
E7.2	Απλοποιημένη απόδειξη του Μ.Θ.7	148
E7.3	Απόδειξη του Μ.Θ.7 με αρωγή του Ολοκληρωτικού Λογισμού.....	152
E8	Το όγδοο μηχανικό θεώρημα	153
E8.0	Εισαγωγή	153
E8.1	Το 8ο Μ.Θ. μεταγλωττισμένο στη νεοελληνική	154
E8.2	Απλοποιημένη απόδειξη του Μ.Θ.8	155

E8.3	Απόδειξη του Μ.Θ.8 με αρωγή του Ολοκληρωτικού Λογισμού.....	160
E9	Το ένατο μηχανικό θεώρημα.....	161
E9.0	Εισαγωγή.....	161
E9.1	Το 9ο Μ.Θ. μεταγλωττισμένο στη νεοελληνική.....	162
E9.2	Απλοποιημένη απόδειξη του Μ.Θ.9.....	168
E9.3	Απόδειξη του Μ.Θ.9 με αρωγή του Ολοκληρωτικού Λογισμού.....	174
E10	Το δέκατο μηχανικό θεώρημα.....	176
E10.0	Εισαγωγή.....	176
E10.1	Το 10ο Μ.Θ. μεταγλωττισμένο στη νεοελληνική.....	178
E10.2	Απλοποιημένη απόδειξη του 10ου Μ.Θ.....	178
E10.3	Απόδειξη του Μ.Θ.10 με αρωγή του Ολοκληρωτικού Λογισμού.....	182
E11	Το ενδέκατο μηχανικό θεώρημα.....	183
E11.0	Εισαγωγή.....	184
E11.1	Το 11ο Μ.Θ. μεταγλωττισμένο στη νεοελληνική.....	185
E11.2	Απλοποιημένη απόδειξη του Μ.Θ.11.....	185
E11.3	Απόδειξη του Μ.Θ.11 με αρωγή του Ολοκληρωτικού Λογισμού.....	191
E12	Το δωδέκατο μηχανικό θεώρημα.....	194
E12.0	Εισαγωγή.....	195
E12.1	Το 12ο Μ.Θ. μεταγλωττισμένο στη νεοελληνική.....	196
E12.2	Απλοποιημένη απόδειξη του 12ου Μ.Θ.....	201
E12.3	Απόδειξη του Μ.Θ.12 με αρωγή του Ολοκληρωτικού Λογισμού.....	206
E13	Το δέκατο τρίτο μηχανικό θεώρημα.....	207
E13.0	Εισαγωγή.....	207
E13.1	Το 13ο Μ.Θ. μεταγλωττισμένο στη νεοελληνική.....	207
E13.2	Απλοποιημένη απόδειξη του 13ου Μ.Θ.....	210
E13.3	Απόδειξη του Μ.Θ.13 με αρωγή του Ολοκληρωτικού Λογισμού.....	216
E14	Το δέκατο τέταρτο μηχανικό θεώρημα.....	217
E14.0	Εισαγωγή.....	217
E14.1	Το 14ο Μ.Θ. μεταγλωττισμένο στη νεοελληνική.....	218
E14.2	Απλοποιημένη απόδειξη του 14ου Μ.Θ.....	221
E14.3	Μία εναλλακτική απόδειξη του Μ.Θ.14.....	224
E15	Το δέκατο πέμπτο μηχανικό θεώρημα.....	228
E15.0	Εισαγωγή.....	229
E15.1	Το 15ο Μ.Θ. μεταγλωττισμένο στη νεοελληνική.....	230
E16	Το ελλείπον μηχανικό θεώρημα.....	241
E16.0	Εισαγωγή.....	241
E16.1	Η εκφώνηση του Μ.Θ.16.....	246
E16.2	Απλοποιημένη απόδειξη του Μ.Θ.16.....	248

ΚΕΦΑΛΑΙΟ	Z	ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΑΜΙΓΩΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΑΠΟΔΕΙΞΕΩΝ	255
	Z0	Πρόλογος.....	255
	Z1	Σκιαγράφηση της «μεθόδου εξαντλήσεως».....	256
	Z1.1	Εισαγωγή.....	256
	Z1.2	Προκαταρκτικά βήματα.....	256
	Z1.3	«Οι κύκλοι προς αλλήλους εισίν ως τα από των διαμέτρων τετράγωνα».....	259
	Z1.4	«Συνδηκτική» (?) μέθοδος.....	262
	Z2	Αμιγώς μαθηματική απόδειξη του Μ.Θ.1.....	265
	Z2.1	Εισαγωγή.....	265
	Z2.2	Η απόδειξη του Μ.Θ.1.....	265
	Z3	Αμιγώς μαθηματική απόδειξη του Μ.Θ.2.....	271
	Z3.1	Εισαγωγή.....	271
	Z3.2	Η απόδειξη του Μ.Θ.2.....	272
	Z3.3	Παράρτημα στο §Z3.....	275
ΚΕΦΑΛΑΙΟ	H	ΕΠΙΛΕΓΟΜΕΝΑ	279
	H0	Προκαταρκτικά.....	279
	H1	Ανασκόπηση και σχολιασμός της Μ.Μ.Θ. (κατά στάδιο εφαρμογής).....	280
	H1.0	Πρόλογος.....	280
	H1.1	Σχόλια στο πρώτο στάδιο της Μ.Μ.Θ.....	281
	H1.2	Σχόλια στο δεύτερο στάδιο της Μ.Μ.Θ.....	282
	H1.3	Σχόλια στο τρίτο στάδιο της Μ.Μ.Θ.....	283
	H1.4	Σχόλια στο τέταρτο στάδιο της Μ.Μ.Θ.....	287
	H2	Ολική θεώρηση των αφετηριών εξισώσεων των Μ.Θ.1-11.....	288
	H2.1	Προκαταρκτικά.....	288
	H2.2	Διευκρινήσεις για τον Πίνακα H2 (I).....	289
	H2.3	Διευκρινήσεις και σχόλια για τον Πίνακα H2 (II).....	290
	H3	Μερικά πρόσθετα παραδείγματα.....	291
	H3.0	Πρόλογος.....	291
	H3.1	Εύρεση του εμβαδού ελλείψεως με χρήση Μ.Μ.Θ.....	291
	H3.2	Εύρεση της θέσεως του Κέντρου Βάρους σε ορθό κυκλικό κώνο, με χρήση της Μ.Μ.Θ.....	293
	H3.3	Εύρεση του όγκου ορθού κυκλικού κώνου με χρήση της Μ.Μ.Θ.....	297
	H4	«Εις επίμετρον».....	302
	H4.0	Εισαγωγή.....	302
	H4.1	Παράδειγμα I: «Εύρεση του όγκου ορθού κυκλικού κώνου».....	305
	H4.2	Παράδειγμα II: Απόδειξη του θεωρήματος Πάππου για τον όγκο στερεού εκ περιστροφής.....	308
	H5	Επίλογος.....	315

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Λ	ΤΟ ΑΡΧΑΙΟ ΚΕΙΜΕΝΟ	321
	L0 Πρόλογος	321
	L1 Παράθεση του αρχαίου κειμένου	322
	L2 Επικουρικές σημειώσεις	361
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Q	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΕΠΙΒΟΗΘΗΜΑΤΑ	365
	Q0 Πρόλογος	365
	Q1 Η αρχική θεωρία των κωνικών τομών	367
	Q1.1 Εισαγωγή	367
	Q1.2 Ορθογωνίου κώνου τομή (Παραβολή)	370
	Q1.3 Οξυγωνίου κώνου τομή (Έλλειψη).....	372
	Q1.4 Αμβλυγωνίου κώνου τομή (Υπερβολή).....	375
	Q2 Λήμματα αφορώντα στην παραβολή	378
	Q2.0 Πρόλογος	378
	Q2.1 Πρώτο Λήμμα Παραβολής (Λ.Π.1).....	378
	Q2.2 Δεύτερο Λήμμα Παραβολής (Λ.Π.2).....	380
	Q2.3 Τρίτο Λήμμα Παραβολής (Λ.Π.3).....	383
	Q3 Η κυλινδρική οπλή στη γενική της μορφή	385
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ U	ΕΠΙΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ	387
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ V	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	393
	Ομάδα I: Κύρια βοηθήματα.....	394
	Ομάδα II: Αρχαίες πηγές	396
	Ομάδα III: Συγγράμματα ξένων συγγραφέων.....	397
	Ομάδα IV: Συγγράμματα ελλήνων συγγραφέων	399
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ W	ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΑ	401
	W1 Μαθηματικό υπόμνημα	401
	W2 Υπόμνημα για τα κείμενα	403