

Λ

Το Ακροφωνικό Αριθμογραφικό Σύστημα



Στήλη των φορολογικών καταλόγων της Αθηναϊκής Συμμαχίας. Οι κατάλογοι αυτοί αφορούν το χρονικό διάστημα 439-431 π.Χ. Το ποσό εισφοράς της κάθε πόλεως αναγράφεται με το ακροφωνικό σύστημα

*Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο
Επιγραφική Συλλογή, Αθήνα.*

Λ1 ΙΣΤΟΡΙΚΟ ΚΑΙ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΑΚΡΟΦΩΝΙΚΟΥ

α) Το **ακροφωνικό** αριθμογραφικό σύστημα αναφέρεται και ως **Αττικό**⁽¹⁾, είτε ακόμη (στους νεώτερους χρόνους) και ως **Ηρωδιάνειο** ή **Ηρωδιανικό**⁽²⁾.

1 Καλείται «Αττικό», επειδή χρησιμοποιήθηκε κυρίως στην Αττική καθώς και σε πόλεις στενά συνδεδεμένες με την Αθήνα.

2 Έχει δοθεί (από σύγχρονους ερευνητές) και αυτή η ονομασία, επειδή το εν λόγω αριθμογραφικό σύστημα περιγράφεται από τον γραμματικό Ηρωδιανό Αίλιο (2ος μ.Χ. αιώνας). Το περιεχόμενο του διασωθέντος σχετικού παραγράφματος είναι τυπωμένο στο Παράρτημα (Appendix) του θησαυρού της Ελληνικής Γλώσσας του Ερρίκου Στεφάνου (Henri Estienne), στον 8ο τόμο.

- β) Το ακροφωνικό αριθμογραφικό σύστημα εμφανίστηκε μάλλον περί το 600 π.Χ. Τα πρώτα σωζόμενα δείγματα ανάγονται στο 500 π.Χ. (χονδρικός). Αρκετά δείγματα αυτού του συστήματος συναντάμε σε καταλόγους (χαραγμένους πάνω σε μαρμάρινες πλάκες), όπου αναγράφεται η χρηματική εισφορά του κάθε μέλους της Αθηναϊκής Συμμαχίας κατά τον 5ο και 4ο αιώνα. Τέτοιους καταλόγους μπορεί κανείς να δει στην Επιγραφική Συλλογή του Εθνικού Αρχαιολογικού Μουσείου, στην Αθήνα
- γ) Η ονομασία του συστήματος οφείλεται στο γεγονός, ότι το σύμβολο του καθενός από τους κύριους αριθμούς (ένα, πέντε, δέκα, πενήντα, εκατό κ.λπ.) είναι το πρώτο γράμμα της αντίστοιχης λέξεως. Τα σύμβολα του ακροφωνικού αριθμογραφικού συστήματος της Αττικής είναι τα αναγραφόμενα στον αμέσως επόμενο πίνακα⁽¹⁾.

ΤΑ ΣΥΜΒΟΛΑ ΤΟΥ ΑΚΡΟΦΩΝΙΚΟΥ		
1	Ι	Ἴος, Ἴα, Ἴον ⁽²⁾
5	Π	Πέντε
10	Δ	Δέκα
50	Ϟ ϙ Ϛ	
100	Η	Ἡεκατόν
500	Ϟ	
1000	Χ	Χίλια
5000	Ϟ	
10.000	Μ	Μύρια

Σημείωση

Αρκετές ομοιότητες με το Ακροφωνικό έχει και ένα μεταγενέστερο αριθμογραφικό σύστημα, το Ρωμαϊκό^{**}. [Βλέπε και §S1].

Με βάση τα ανωτέρω σύμβολα και με χρήση της προσθετικής αρχής μπορεί να γραφεί ο κάθε ακέραιος αριθμός στο ακροφωνικό.

1 Ο Πίνακας αυτός είναι σύμφωνος με τον του βιβλίου §Vd9 - Σελ. 106.

2 Επικός τύπος του: εἷς, μία, ἕν. Βλέπε Ιλιάδα Δ 437, Ζ 422, Ι 313, Π 173, Χ 477, Οδύσσεια ξ 435. Σχετικώς επίσης βλέπε: ΒΑΣΙΚΟ ΛΕΞΙΚΟ ΤΗΣ ΑΡΧΑΙΑΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ των Γ. Μακραντωνάτου, Θ. Μοσχόπουλου και Ε. Χωραρά (Σελ. 460) – Εκδόσεις GUTENBERG.

ΤΑ ΑΡΙΘΜΟΓΡΑΦΗΜΑΤΑ ΤΩΝ ΒΑΣΙΚΩΝ ΑΚΕΡΑΙΩΝ ΣΤΟ ΑΚΡΟΦΩΝΙΚΟ		
1 I	100 H	10 000 M
2 II	200 HH	20 000 MM
3 III	300 HHH	30 000 MMM
4 IIII	400 HHHH	40 000 MMMM
5 Γ	500 Γ	50 000 Γ
6 ΓI	600 ΓH	60 000 Γ
7 ΓII	700 ΓHH	70 000 Γ MM
8 ΓIII	800 ΓHHH	80 000 Γ MMM
9 ΓIIII	900 ΓHHHH	90 000 Γ MMMM
10 Δ	1 000 X	
20 ΔΔ	2 000 XX	
30 ΔΔΔ	3 000 XXX	
40 ΔΔΔΔ	4 000 XXXX	
50 Ϝ	5 000 Ϝ	
60 ϜΔ	6 000 Ϝ X	
70 ϜΔΔ	7 000 Ϝ XX	
80 ϜΔΔΔ	8 000 Ϝ XXX	
90 ϜΔΔΔΔ	9 000 Ϝ XXXX	

Μερικά παραδείγματα γραφής αριθμών:

$$\Delta I = 10 + 1 = 11$$

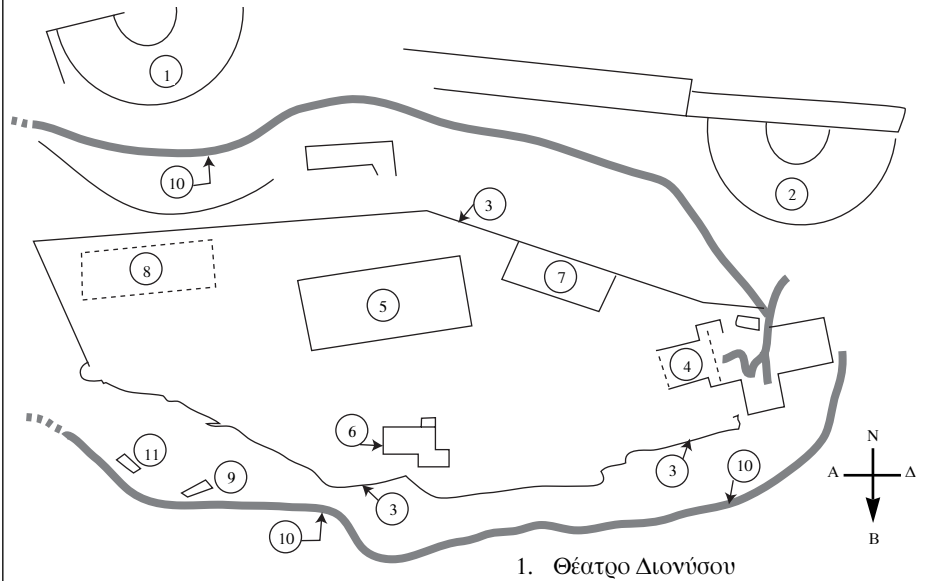
$$\Gamma \Delta III = 50 + 10 + 1 \times 3 = 63$$

$$H \Delta \Delta \Gamma III = 100 + 10 \times 2 + 5 + 1 \times 3 = 128$$

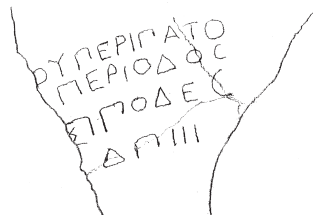
$$X \Gamma HHHH \Gamma \Delta \Gamma II = 1000 + 500 + 100 \times 4 + 50 + 10 \times 2 + 5 + 1 \times 2 = 1977$$

- δ) Από την Αττική το ακροφωνικό σύστημα διαδόθηκε και σε άλλες ελληνικές πόλεις (ιδίως σε αυτές που είχαν στενές σχέσεις με την Αθήνα). Βέβαια κάθε πόλη επέφερε μικροτροποποιήσεις στη μορφή κάποιων συμβόλων, ανάλογα με τις ιδιομορφίες των τοπικών αλφαβήτων.
- ε) Το Αττικό αριθμογραφικό σύστημα δεν επέζησε επί μακρόν. Ήδη από τον 3ο π.Χ. αιώνα μειώθηκε σημαντικά η χρήση του και ουσιαστικώς έπαυσε να χρησιμοποιείται από το τέλος του 2ου π.Χ. αιώνα (~100 π.Χ.).

Η ΕΠΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΕΡΙΠΑΤΟΥ ΑΚΡΟΠΟΛΕΩΣ ΑΘΗΝΩΝ



1. Θέατρο Διονύσου
2. Ωδείο Ηρώδου του Αττικού
3. Τείχος της Ακροπόλεως
4. Προύλαια
5. Παρθενών
6. Ερέχθαιο
7. Χαλκοθήκη
8. Μουσείο (πρώην)
9. Ιερό Αφροδίτης και Έρωτος
10. Ο Περίπατος
11. Η επιγραφή



Η σωζόμενη επιγραφή

«ΤΟΥ ΠΕΡΙΠΑΤΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΣ Π ΠΟΔΕΣ Δ Γ Ι Ι Ι» =
= Περιφερειακό μήκος του Περιπάτου: Στάδια 5 [και] Πόδες 18

Σημείωση

1 στάδιο = 600 πόδες

Επομένως το περιφερειακό μήκος του Περιπάτου είναι:

$$C = 5 \times 600 + 18 = 3018 \text{ πόδες}$$

Το μήκος ποδός εποίκιλλε από πόλη σε πόλη

(ευμαιίνετο μεταξύ 27 και 35 cm)

Ο Ι. Τραυλός είχε καταλήξει, ότι το μήκος του Περιπάτου ήταν:

$$C = 1100 \text{ m}$$

{Βλ. J. Travlos - Bildexikon zur Topographie des Antiken Athen - Verlag Ernst Wasmuth- Tübingen 1971 σελ 228)}

Λ2 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΤΟ ΑΚΡΟΦΩΝΙΚΟ ΑΡΙΘΜΟΓΡΑΦΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

Ασφαλώς οι Αθηναίοι δεν είχαν αριθμογραφικό σύστημα μόνο για να αναγράφουν πάνω σε μαρμάρινες στήλες τις εισφορές των διαφόρων μελών της Συμμαχίας, αλλά και για να εκτελούν αριθμητικές πράξεις, συνυφασμένες με ανάγκες της καθημερινής ζωής.

Δεν έχουμε γραπτές μαρτυρίες πώς εκτελούσαν τις αριθμητικές πράξεις. Στο παρόν παραθέτουμε μερικά παραδείγματα, όπου εκθέτουμε πώς περίπου θα πρέπει να εκτελούσαν (κατά την άποψή μας) τις βασικές αριθμητικές πράξεις (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαίρεση). Για τις μεθόδους εκτέλεσεως των πράξεων δεχόμαστε, ότι θα πρέπει να ήταν επηρεασμένες και από τις αντίστοιχες αρχαίες αιγυπτιακές.

Η όλη πραγμάτευση των αριθμητικών πράξεων είναι πολύ συνοπτική, προκειμένου να μη εκφύγουμε από τα πλαίσια του παρόντος βιβλίου.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΠΡΟΣΘΕΣΕΩΣ ΣΤΟ ΑΚΡΟΦΩΝΙΚΟ									
	Μ	Ϟ	Χ	Ϟ	Η	Ϟ	Δ	Γ	Ι
345					Η Η Η		Δ Δ Δ Δ	Γ	
+ 123					Η		Δ Δ		Ι Ι Ι
468					Η Η Η Η	Ϟ	Δ	Γ	Ι Ι Ι
2379			Χ Χ		Η Η Η	Ϟ	Δ Δ	Γ	Ι Ι Ι Ι
+ 562				Ϟ		Ϟ	Δ		Ι Ι
2941			Χ Χ	Ϟ	Η Η Η	[Η]	Δ Δ Δ	Γ	[Γ] Ι
			Χ Χ	Ϟ	Η Η Η Η	-	Δ Δ Δ Δ	-	Ι
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΑΦΑΙΡΕΣΕΩΣ ΣΤΟ ΑΚΡΟΦΩΝΙΚΟ									
345					Η Η Η		Δ Δ Δ Δ	Γ	
- 123					Η		Δ Δ		Ι Ι Ι
222					Η Η		Δ Δ	-	Ι Ι
2379			Χ Χ		Η Η Η	Ϟ	Δ Δ	Γ	Ι Ι Ι Ι
- 562				Ϟ		Ϟ	Δ		Ι Ι
1817			Χ	Ϟ	Η Η Η	-	Δ	Γ	Ι Ι

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΥ ΣΤΟ ΑΚΡΟΦΩΝΙΚΟ							
Έστω ότι ζητείται η εκτέλεση του πολλαπλασιασμού: 127 επί 23 [=2921] Η Δ Δ Γ Ι Ι επί Δ Δ Ι Ι Ι [= Χ Χ Ϝ Η Η Η Δ Δ Ι]							
α) Μέθοδος παρεμφερής προς αρχαία αιγυπτιακή							
16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 23	Χ	Ϝ	Η	Ϝ	Δ	Γ	Ι
P_0 : 2 ⁰ επί Η Δ Δ Γ Ι Ι			Η		Δ Δ	Γ	Ι Ι
P_1 : 2 ¹ επί Η Δ Δ Γ Ι Ι			Η Η	Ϝ			Ι Ι Ι Ι
P_2 : 2 ² επί Η Δ Δ Γ Ι Ι		Ϝ				Γ	Ι Ι Ι
Εκτός P_3 : 2 ³ επί —//—	⊗				⊗	⊗	⊗
P_4 : 2 ⁴ επί Η Δ Δ Γ Ι Ι	Χ Χ				Δ Δ Δ		Ι Ι
Άθροιση των μερικόν γινόμενων: $P_0 P_1 P_2 P_4$	Χ Χ	Ϝ	Η Η Η	Ϝ	Ϝ	Δ	Δ
Γινόμενο:	Χ Χ	Ϝ	Η Η Η Η			Δ Δ	Ι
β) Εναλλακτική μέθοδος (ευχερότερη)							
Δ επί Η Δ Δ Γ Ι Ι =	Χ		Η Η	Ϝ	Δ Δ		
Δ επί Η Δ Δ Γ Ι Ι =	Χ		Η Η	Ϝ	Δ Δ		
Ι επί Η Δ Δ Γ Ι Ι =			Η		Δ Δ	Γ	Ι Ι
Ι επί Η Δ Δ Γ Ι Ι =			Η		Δ Δ	Γ	Ι Ι
Ι επί Η Δ Δ Γ Ι Ι =			Η		Δ Δ	Γ	Ι Ι
	Χ Χ	Ϝ	Η Η	Η / -	Η	Δ	Γ
Γινόμενο:	Χ Χ	Ϝ	Η Η Η Η		Δ Δ	Γ	Ι

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑΙΡΕΣΕΩΣ ΣΤΟ ΑΚΡΟΦΩΝΙΚΟ

Έστω ότι ζητείται να γίνει η ακόλουθη διαίρεση:

$\text{X X X } \Delta \text{ II} [= 3012 = \text{δαιρετέος}] \text{ δια } \text{H } \Delta \Delta \Gamma \text{ II} [= 127 = \text{δαιρέτης}]$

Η πράξη θα γίνει σύμφωνα με την αρχαία αιγυπτιακή μέθοδο, όπου η διαίρεση αντιμετωπίζεται ως αντίστροφη πράξη του πολλαπλασιασμού.

	X	P	H	P	Δ	Γ	I
* [1 επί 127]: I επί $\text{H } \Delta \Delta \Gamma \text{ II}$			H		$\Delta \Delta$	Γ	II
* [2 επί 127]: II επί ---			HH	P			IIII
* [4 επί 127]: III επί ---		P				Γ	III
[8 επί 127]: $\Gamma \text{ III}$ επί ---	X				Δ	Γ	I
* [16 επί 127]: $\Delta \Gamma \text{ I}$ επί ---	X X				$\Delta \Delta \Delta$		II
[32 επί 127]: $\Delta \Delta \Delta \text{ II}$ επί ---	X X X X			P	Δ		IIII

Παρατηρούμε ότι $32 \times 127 = 4064 > 3012$ (δαιρετέος)

Αναζητούμε πόσα από τα 5 πρώτα γινόμενα έχουν άθροισμα, έστω S , τέτοιο, ώστε να ικανοποιούνται οι σχέσεις

$$S \leq 3012 \quad 3012 - S < 127$$

Τα 4 με αστερίσκο γινόμενα έχουν άθροισμα

X	P	H	P	Δ	Γ	I
X X	P	H H H	P	P	Δ	$\Delta \text{ I}$
X X	P	H H H H			$\Delta \Delta$	I

Παρατηρούμε ότι $S = 2921 < 3012$ και $3012 - 2921 = 91 < 127$

Άρα το πηλίκον της διαιρέσεως είναι: $q [= 1+2+4+16=23] = \Delta \Delta \text{ III}$

το δε υπόλοιπο $r [=91] = \text{P } \Delta \Delta \Delta \Delta \text{ I}$

ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΚΕΡΑΙΟΥ ΣΕ ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΔΥΝΑΜΕΩΝ ΤΟΥ 2**Σημείωση**

Η παρενθύση αυτή αφορά τη μέθοδο διπλασιασμού που χρησιμοποιήσαμε στα παραδείγματα πολλαπλασιασμού και διαιρέσεως.

α) Έστω, ότι δίδεται ο θετικός ακέραιος αριθμός A περιεχόμενος μεταξύ 2^v και 2^{v+1} (ήτοι: $2^v < A < 2^{v+1}$), όπου v =θετικός ακέραιος.

$$\text{Ισχύει: } A = 2^v + k_{v-1} \cdot 2^{v-1} + k_{v-2} \cdot 2^{v-2} + \dots + k_2 \cdot 2^2 + k_1 \cdot 2^1 + k_0 \cdot 2^0,$$

όπου ο καθένας από τους συντελεστές $k_{v-1}, k_{v-2}, \dots, k_2, k_1, k_0$

έχει την τιμή είτε 1, είτε 0.

β) Έστω $A=23$, οπότε $2^4 [=16] < 23 < 2^5 [=32]$

$$\text{θα είναι } A=23 = 2^4 + k_3 \cdot 2^3 + k_2 \cdot 2^2 + k_1 \cdot 2 + k_0$$

- Αν $k_3=1$ έχουμε: $2^4 + 2^3 = 16 + 8 = 24 > 23 \Rightarrow k_3 = 0$

$$\text{Συνεπώς } 23 = 2^4 + k_2 \cdot 2^2 + k_1 \cdot 2^1 + k_0$$

- Αν $k_2=1$ έχουμε: $2^4 + 2^2 = 16 + 4 = 20 < 23 \Rightarrow k_2 = 1$

$$\text{Συνεπώς } 23 = 2^4 + 2^2 + k_1 \cdot 2^1 + k_0$$

- Αν $k_1=1$ έχουμε: $2^4 + 2^2 + 2^1 = 16 + 4 + 2 = 22 < 23 \Rightarrow k_1 = 1$

$$\text{Συνεπώς } 23 = 2^4 + 2^2 + 2^1 + k_0$$

- Αν $k_0=1$ έχουμε: $2^4 + 2^2 + 2^1 + 1 = 23 \Rightarrow k_0 = 1$

- Το τελικό αποτέλεσμα είναι:

$$A = 2^4 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = [= 16 + 4 + 2 + 1 = 23]$$