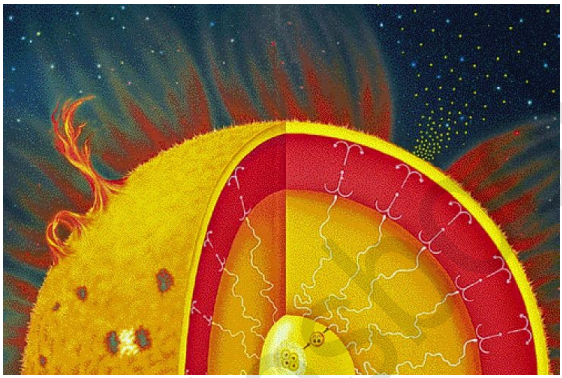
Ομάδα Αστρικής Φασματοσκοπίας
Εθνικού και Καποδιστριακού
Πανεπιστημίου Αθηνών



Εισαγωγή στην Αστρική Φασματοσκοπία

Μέρος ΙΙ: Σημειώσεις στην Θεωρία
Διάδοση Ακτινοβολίας
στις Αστρικές Ατμόσφαιρές

Συν-συραφείς
Δρ Μάνος Δανέζης
Γεωργία Σταματογιαννάκη Φυσικός

ISBN: 978-960-531-411-8

Εκδόσεις Δίαυλος
Αθήνα 2018

www.diavlos.books.gr

Πρόλογος

Η Εισαγωγή στην Διάδοση της Ακτινοβολίας στις Αστρικές Ατμόσφαιρες δεν αποτελεί ένα πρωτότυπο συγγραφικό έργο αλλά ένα προϊόν επιλογής, επεξεργασίας και επιμέλειας κειμένων από το σύνολο της αναφερόμενης βιβλιογραφίας.
Για το λόγο αυτό δεν μπορούμε να θεωρηθούμε ως Συγγραφείς, αλλά ως συν-Συραφείς των παρουσιαζόμενων κειμένων.
Στόχος αυτής της προσπάθειας υπήρξε η βοήθεια των μεταπτυχιακών φοιτητών του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Αθηνών, να κατανοήσουν την άμεση και στενή σχέση της Αστρικής Φασματοσκοπίας με το θέμα της διάδοσης της ακτινοβολίας στις Αστρικές Ατμόσφαιρες.
Ειδικότερα θα θέλαμε να τονίσουμε την άμεση και μονοσήμαντη σχέση της ανάπτυξης φασματοσκοπικών μοντέλων με τα φαινόμενα που διαδραματίζονται στις Αστρικές Ατμόσφαιρες καθώς η ακτινοβολία περνάει μέσα από αυτές.
Ελπίζουμε να αποδειχθούμε συνεπείς ως προς τον στόχο μας

Οι συν-Συραφείς

www.dimosbooks.gr

Περιεχόμενα

Πρόλογος 2
Περιεχόμενα 3
Προκαταρτικές γνώσεις 9
Εισαγωγή 10
Παραγωγή Ενέργειας στο εσωτερικό των Άστρων-Δημιουργία των στοιχείων 13
Βαρυτική Συστολή 14
Πυρηνικές Αντιδράσεις 16
Η καύση του Υδρογόνου 17
Το κριτήριο του Lawson 18
Ο κύκλος πρωτονίου-πρωτονίου 19
Κύκλος ppI με $T=10^7$ K 20
Κύκλος ppII με $T>1.4 \times 10^7$ K 21
Κύκλος ppIII με $T>2 \times 10^7$ K 21
Ο κύκλος άνθρακα – αζώτου –οξυγόνου 22
Το παράδειγμα του Ήλιου μας 23
Η καύση του ηλίου (He) 24
Η αντίδραση 3^{α} 24
Διάδοση ενέργειας στο εσωτερικό των άστρων 28
Διαφορικές εξισώσεις δομής 33
Το κλασσικό πρόβλημα της πρότυπης Ατμόσφαιρας 33.
Υπόθεση λεπτής ατμόσφαιρας 34
Υπόθεση της τοπικής θερμοδυναμικής Ισορροπίας 34
Υπόθεση σφαιρικής ισορροπίας 34
Υπόθεση υδροστατικής ισορροπίας 35
Υπόθεση ακτινοβολιακής ισορροπίας 37
Υπόθεση θερμικής ισορροπίας 37
Υπόθεση συνέχειας μάζας 38
Στοιχεία Ατομικής Φυσικής 42
Εισαγωγή 42
Το ατομικό μοντέλο του Rutherford 48
Η κατανομή των ηλεκτρονίων 52
$1^{ο}$ Αίτημα του Bury 53
$2^{ο}$ Αίτημα του Bury 53
$3^{ο}$ Αίτημα του Bury 54

www.ziaylosbooks.gr

Οι συνθήκες του Bohr και οι ιδέες του de Broglie 57
Παρατηρήσεις 58
Η δεύτερη συνθήκη του Bohr 59
Στάθμες ενέργειας 63
Εφαρμογή 65
Διέγερση και ιονισμός του ατόμου 66
Διέγερση 66
Ιονισμός 69
Οι ελλειπτικές τροχιές των ηλεκτρονίων 71
Η ιδιοπεριστροφή του ηλεκτρονίου 74
Η ολική στροφορμή του ατόμου. 75
Οι 4 κβαντικοί αριθμοί 76
Φασματικές γραμμές συντονισμού 79
Πρακτική θεωρία των multiplets. 83
Βήματα αναγνώρισης των φασματικών γραμμών μέσα στο φάσμα ενός αστέρα 84
Φυσική σημασία 85
Δημιουργία φασματικών γραμμών 86
Το προφίλ μιας φασματικής γραμμής απορρόφησης 90
Η δημιουργία των γραμμών απορρόφησης 92
Παρατήρηση 92
Απαγορευμένες φασματικές γραμμές 93
Οι φασματικές γραμμές Υδρογόνου 95
Εφαρμογή 96
Οι φασματικές γραμμές του ηλίου (He) 100
Καμπύλη αύξησης ή ανάπτυξης 102
Εφαρμογές στην φασματική ταξινόμηση των αστεριών 104
Ένταση των φασματικών γραμμών 104
Εξίσωση Boltzman 105
Εξίσωση Saha 108
Μοριακά φάσματα 114
Πίνακες 118
Διάδοση ακτινοβολίας στις Αστρικές Ατμόσφαιρες 119
Κεφάλαιο 1
Βασικές Παράμετροι –Μέλαν Σώμα 120
1.1 Ορισμοί Βασικών Παραμέτρων 120

www.ziavlosbooks.gr

1.1.1 Κλίμακα ύψους 120
1.1.2 Ένταση ακτινοβολίας 122
Ειδική ένταση ακτινοβολίας 122
Ολική ένταση ακτινοβολίας 128
Μέση ένταση ακτινοβολίας 129
1.1.3 Ροή ακτινοβολίας 130
1.1.4 Πυκνότητα ενέργειας 137
1.1.5 Πίεση ακτινοβολίας 141
Χρήσιμοι συμβολισμοί 144
1.1.6 Δύναμη ακτινοβολίας 144
1.1.7 Συντελεστής απορρόφησης-
συντελεστής εκπομπής 145
1.1.8 Οπτικό βάθος 149
1.1.9 Ενεργό οπτικό πάχος 159
1.2 Νόμοι Μέλανος Σώματος 160
1.2.1 Νόμος Planck 160
Χαρακτηριστικές θερμοκρασίες 161
Θερμοκρασία Λαμπρότητας 161
Θερμοκρασία χρώματος 163
Ενεργός θερμοκρασία 163
1.2.2 Νόμος Wien 164
1.2.3 Νόμος Stefan-Boltzmann 165
Κεφάλαιο 2 168
Εξίσωση διάδοσης Ακτινοβολίας 168
2.1 **Προσδιορισμός της εξίσωσης**
Διάδοσης της Ακτινοβολίας 169
2.2 **Προσδιορισμός της συνάρτησης πηγής**
σε ειδικές περιπτώσεις 172
Κεφάλαιο 3 173
Τοπική και μη τοπική
Θερμοδυναμική ισορροπία 173
3.1 **Τοπική θερμοδυναμική ισορροπία** 174
3.1.1 Νόμος κατανομής ταχυτήτων
Maxwell-Boltzmann 175
3.1.2 Νόμος Boltzmann 177
3.1.3 Νόμος Saha 179
3.2 **Υποτιθέμενα είδη ισορροπιών** 181
3.2.1 Θερμική ισορροπία 181
3.2.2 Υδροστατική ισορροπία 183
3.2.3 ακτινοβιλιακή ισορροπία 185

www.stylosbooks.gr

3.3 Μη τοπική θερμοδυναμική Ισορροπία 185
3.3.1 Στατιστική ισορροπία 186
3.3.2 Χαρακτηριστικοί συντελεστές 188
3.3.3 Συμφασική σκέδαση 195
Άτομα δύο επιπέδων 195
Γέννηση φωτονίων 196
Πιθανότητα εξάλειψης 197
Κεφάλαιο 4 200
Λύση της εξίσωσης διάδοσης 200
4.1 **Τυπική λύση της εξίσωσης διάδοσης** 200
4.2 **Λύση της εξίσωσης διάδοσης σε ειδικές περιπτώσεις** 203
4.2.1 Προσέγγιση ομογενούς αστρικής ατμόσφαιρας σχήματος παραλληλεπιπέδου 204
4.2.2 Προσέγγιση Eddington-Barbier 206
4.2.3 Προσέγγιση γκρι ατμόσφαιρας 211
4.2.4 Μέσος συντελεστής Rosseland 212
4.2.5 Προσέγγιση συνάρτησης πηγής σταθερής σε πεπερασμένο στρώμα 213
4.3 **Προσεγγιστικές λύσεις** 214
4.3.1 Προσεγγιστικές λύσεις για τα επιφανειακά στρώματα 214
Προσέγγιση Eddington-Barbier 214
Δεύτερη προσέγγιση Eddington 215
4.3.2 Προσεγγιστικές λύσεις σε μεγάλα βάθη 217
Ανάπτυγμα Taylor 217
Μεγάλα βάθη 219
Προσέγγιση διάχυσης 221
Μέση εξάληψη Rosseland 222
Διάχυση ολικής ενέργειας ακτινοβολίας 223
4.3.3 Προσέγγιση Eddington 224
4.4 **Επεξήγηση λύσεων – Γραφική Απεικόνιση** 227
4.4.1 Συμφασική σκέδαση κατά την προσέγγιση Eddington 227
4.4.2 Ισόθερμη ατμόσφαιρα 231
Χωρίς σκέδαση 232
Με σκέδαση 233
4.4.3 Θερμικό βάθος 235
4.4.4 Μη ισόθερμη ατμόσφαιρα 237
4.4.5 Εφαρμογές 243

www.stavlosbooks.gr

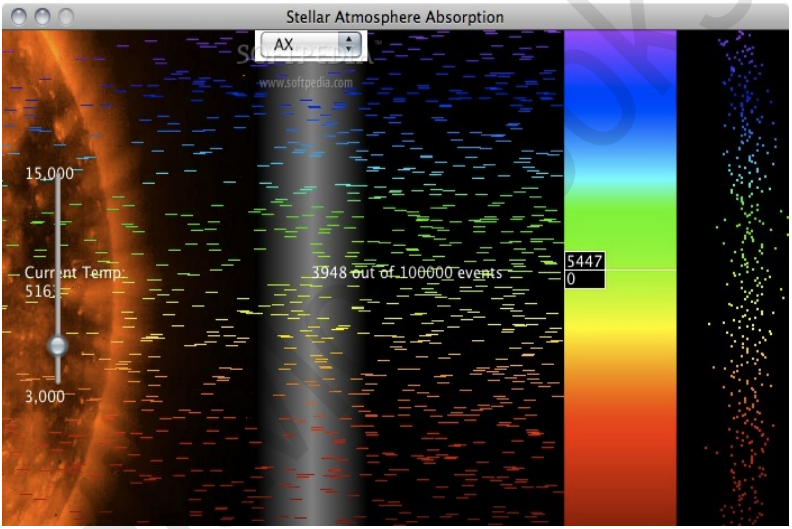
Γραμμές συντονισμού 243
Γραμμές πάνω σε θερμικό συνεχές 245
Θερμικό βάθος 246
Σκέδαση συνεχούς 247
Δέσμια –δέσμια ανακατανομή 248
Δέσμια-ελεύθερη ανακατανομή 253
Κεφάλαιο 5 255
Εκπομπή και απορρόφηση ακτινοβολίας 255
5.1 **Ηλεκτρονιακές μεταπτώσεις στο πρότυπο του Bohr** 256
5.2 **Μηχανισμοί αδιαφάνειας** 259
5.2.1 «Δέσμια-δέσμια» μετάπτωση 259
5.2.2 «Δέσμια-ελεύθερη» απορρόφηση ή φωτοιονισμός 260
5.2.3 «Ελεύθερη-ελεύθερη» απορρόφηση 261
5.2.4 Σκέδαση 262
5.3 Μηχανισμοί αδιαφάνειας στις αστρικές ατμόσφαιρες 266
Κεφάλαιο 6 269
Μορφή του συντελεστή απορρόφησης 269
6.1 **Συνεχές Φάσμα** 270
6.1.1 «Δέσμιες-ελεύθερες» ατομικές μεταπτώσεις - ανελαστική διαδικασία 270
6.1.2 «Ελεύθερες-ελεύθερες» ατομικές μεταπτώσεις-Ανελαστική διαδικασία 274
6.1.3 Απορρόφηση από ανιόν υδρογόνου 278
6.1.4 Σκέδαση Thomson 279
6.1.5 Σκέδαση Rayleigh 280
6.2 **Γραμμικό Φάσμα** 281
6.2.1 Πιθανότητες για «δέσμιες-δέσμιες» μεταπτώσεις 281
6.2.2 Διαδικασίες που προκαλούν «δέσμιες-δέσμιες» μεταπτώσεις 285
Αυθόρμητη αποδιέγερση 286
Ακτινοβολιακή διέγερση 288
Εξαναγκασμένη διέγερση 289
Διέγερση και αποδιέγερση λόγω συγκρούσεων 290
6.2.3 Συντελεστής απορρόφησης για «δέσμιες-δέσμιες» μεταπτώσεις 295
Κεφάλαιο 7 297

www.ziovbooks.gr

Φασματικές Γραμμές 297
7.1 **Βασικοί Ορισμοί** 297
7.2 Παράγοντες πλάτυνσης των φασματικών γραμμών 304
7.2.1 Φυσική ατομική απορρόφηση (Φυσική πλάτυνση) 304
7.2.2 Θερμική διεύρυνση (Doppler) 309
7.2.3 Πλάτυνση λόγω πίεσης (λόγω συγκρούσεων) 317
7.2.4 Διεύρυνση Zeeman 318
7.3 Εξίσωση διάδοσης ακτινοβολίας στη γραμμή 319
Μοντέλο Schuster-Schwarzchild 321
Μοντέλο Milne-Eddington I 323
Μοντέλο Milne-Eddington II 328
7.4 **Παράδειγμα προφίλ φασματικών γραμμών** 329
Κεφάλαιο 8 332
Καμπύλη αύξησης ;ή ανάπτυξης 333
8.1 Βασική μορφή της καμπύλης αύξησης 333
8.2 Πειραματική καμπύλη αύξησης 335
Παράρτημα 338
Διάδοση πολωμένης ακτινοβολίας 339
Παράμετροι Stokes 339
Παράμετροι Stokes για ένα κύμα 339
Παράμετροι Stokes για ηλεκτρομαγνητικό κύμα 314
Παράμετροι Stokes για παρατηρήσεις 342
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ **345**

www.ziziosbooks.gr

Προκαταρτικές Γνώσεις



www.anekdotes.gr

Εισαγωγή

Όπως γνωρίζουμε η Αστρική Φασματοσκοπία έχει ως βασικό στόχο της την περιγραφή διάφορων φυσικών φαινομένων τα οποία εξελίσσονται σε διάφορές περιοχές του υλικού το οποίο περιβάλλει τα ουράνια αντικείμενα.

Αρχικά μέσον επίτευξης αυτού του στόχου είναι η ανάλυση και μελέτη της ενέργειας η οποία παράγεται στους πυρήνες των αστρικών σωμάτων μέσω μιας σειράς *«πυρηνικών αντιδράσεων»*.

Όμως οι πυρηνικές αυτές αντιδράσεις, εκτός της ενέργειας την οποία παράγουν, είναι και τα αίτια της δημιουργίας των *«χημικών στοιχείων»*.

Τα χημικά αυτά στοιχεία μεταφερόμενα όλο και μακρύτερα από τον χώρο παραγωγής τους, αναγκάζονται γενικότερα να βρίσκονται σε περιοχές διαφορετικών φυσικών καταστάσεων.

Το γεγονός αυτό τα αναγκάζει να μετατρέπουν σε *«ιόντα»* τα άτομά τους, δηλαδή βασικά, να μεταβάλουν τον αριθμό των ηλεκτρονίων που βρίσκονται στην τελευταία στοιβάδα τους . Με τον τρόπο αυτό κάθε χημικό στοιχείο έχει τη δυνατότητα να δημιουργεί μια σειρά ιόντων τα οποία διακρίνονται μεταξύ τους από ένα μέγεθος το οποίο ονομάζεται *«δυναμικό ιονισμού»*.

Τα ιόντα όμως ενός στοιχείου, αν και έχουν τον αυτό αριθμό ηλεκτρονίων στην εξώτατη στοιβάδα τους, μπορούν να διαφοροποιούνται μεταξύ τους ως προς την κατανομή των ηλεκτρονίων τους στις άλλες στοιβάδες των ατόμων τους αλλά και προς μιαν άλλη σειρά ιδιοτήτων τους τα οποία μελετάει η «Ατομική Φυσική». Ένα από τα βασικά μεγέθη

www.oiakbooks.gr

που δημιουργεί αυτές τις διαφοροποιήσεις είναι και το *«δυναμικό διέγερσης»*.

Μετά όλα τα προηγούμενα είναι φανερό ότι μετά από όλες τις προηγούμενες φυσικές διαδικασίες, στο εσωτερικό άλλα και στο περιβάλλον των αστρικών αντικειμένων, μπορούμε να εντοπίσουμε ιόντα διαφορετικών χημικών στοιχείων που κάθε ένα από αυτά μπορεί να έχει εντελώς διαφορετικές ιδιότητες ανάλογα της κατανομής και των ιδιοτήτων των εσωτερικών ηλεκτρονίων τους.

Το ενδιαφέρον το οποίο προκύπτει από όλα τα προηγούμενα είναι ότι κάθε ένα από όλα τα προηγούμενα ιόντα απορροφά την ενέργεια που πέφτει πάνω του, η εκπέμπει ενέργεια αν διεγερθεί σε ακτινοβολία, με έναν εντελώς διαφορετικό τρόπο.

Αποτέλεσμα αυτού του φαινομένου είναι, στο συνεχές φάσμα ενός αστρικού αντικειμένου να δημιουργούνται φασματικές γραμμές απορρόφησης ή εκπομπής με εντελώς διαφορετικά χαρακτηριστικά, αντίστοιχα των διαφορετικών ιδιοτήτων των διάφορων ιόντων.

Η φασματοσκοπία έχει ως αποστολή της μελετώντας αυτές τις διαφορετικές φασματικές γραμμές να καταλήγει σε συμπεράσματα τα οποία αφορούν την δομή και τις φυσικές ιδιότητες των περιοχών ύλης μέσα στις οποίες αυτές δημιουργούνται.

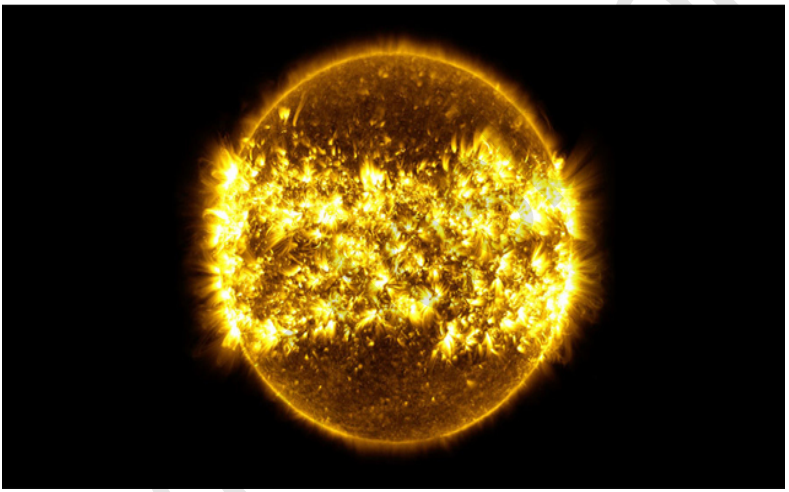
Όπως γίνεται φανερό από όλα τα προηγούμενα, προκειμένου κάποιος να προβεί σε μια φασματοσκοπική ανάλυση αστρικών φαινομένων θα πρέπει να έχει αρχικά μια πολύ καλή γνώση των μεθόδων παραγωγής της ενέργειας στο εσωτερικό

www.physbooks.gr

των αστρικών αντικειμένων όσο και των διαδικασιών δημιουργίας των χημικών στοιχείων.
Σε ένα δεύτερο επίπεδο για την πλήρη κατανόηση όλων των προηγουμένων θα πρέπει να μελετήσει κάποιες βασικές γνώσεις Ατομικής Φυσικής.
Τέλος μετά τις βασικές αυτές γνώσεις, μπορούμε να μελετήσουμε διεξοδικά, σε ποιό εξειδικευμένο επίπεδο, τον τρόπο που διαδίδεται η ενέργεια στα αέρια στρώματα τα οποία περιβάλλουν τα αστρικά αντικείμενα. Σκοπός αυτής της μελέτης είναι η κατανόηση του τρόπου με τον οποίο διαμορφώνονται τα περιγράμματα των φασματικών γραμμών απορρόφησης και εκπομπής ανάλογα των ιδιοτήτων, της ποιότητας, της ποσότητας και άλλων φυσικών φαινομένων του υλικού το οποίο περιβάλλει τα αστρικά αντικείμενα.
Μέσω αυτής της βαθειάς κατανόησης θα έχουμε την δυνατότητα, αναλύοντας την μορφή μιας φασματικής γραμμής, να καταλήξουμε σε συμπεράσματα όσον αφορά την περιοχή μέσα στην οποία γεννήθηκε αυτή η φασματική γραμμή.
Το βιβλίο αυτό είναι το δεύτερο μιας σειράς βιβλίων τα οποία θα δημοσιοποιηθούν από την Ομάδα Φασματοσκοπίας του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών (Τμήμα Φυσικής _Τομέας Αστροφυσικής) προκειμένου να προωθηθεί στο ευρύ κοινό αλλά ειδικότερα στους φοιτητές όλων των βαθμίδων (προπτυχιακό, master, PhD), η θεωρία και η τεχνική της Φασματοσκοπίας.
Η φασματοσκοπία, ως επιστήμη, συνδέεται πλέον άρρηκτα με κάθε επί μέρους κλάδο της Αστροφυσικής.

www.ebooks.gr

Παραγωγή ενέργειας στο εσωτερικό των άστρων και η δημιουργία των στοιχείων*



**Από το βιβλίο των Μάνου Δανέζη και Στράτου Θεοδοσίου: «Το Σύμπαν που Αγάπησα – Εισαγωγή στην Αστροφυσική» Εκδόσεις Δίαυλος, Αθήνα 1999*

www.u...ks.gr

Παραγωγή ενέργειας στο εσωτερικό των άστρων και η δημιουργία των στοιχείων

Το εσωτερικό των άστρων είναι η περιοχή, όπου δημιουργούνται και εξελίσσονται τα χημικά στοιχεία, είναι δηλαδή το εργαστήριο όπου συμβαίνουν πολλές μεταστοιχειώσεις.
Έτσι από το υδρογόνο, το απλούστερο και πιο άφθονο στοιχείο στη φύση, προκύπτουν τα βαρύτερα στοιχεία που παρατηρούνται στον Γαλαξία μας και στο Σύμπαν γενικότερα.
Ο τρόπος με τον οποίο παράγεται η ενέργεια στο κέντρο των αστεριών, εξαρτάται κυρίως από τη μάζα και την θερμοκρασία Tc του πυρήνα τους, στον οποίο, λόγω των τεράστιων θερμοκρασιών και πιέσεων, ο ιονισμός των ατόμων της ύλης είναι πλήρης,
Δύο είναι οι μηχανισμοί παραγωγής ενέργειας. Η *συστολή λόγω βαρύτητας* (*βαρυτική συστολή*) και οι *πυρηνικές αντιδράσεις*.

Η βαρυτική συστολή

Κατά τα πρώτα στάδια του σχηματισμού και της εξέλιξης των άστρων, η κύρια πηγή ενέργειας στο εσωτερικό τους είναι η ενέργεια βαρύτητας. Αρχικά σχηματίζεται μια μεγάλη συγκέντρωση μεσοαστρικής ύλης. Στη συνέχεια, μια τεράστια ποσότητα από αυτήν αρχίζει να περιστρέφεται και τελικά αποσπάται παίρνοντας τη μορφή μιας αστρικής συμπύκνωσης, η οποία σχηματίζει τον πρωτοαστέρα (βλέπε σελίδα.....). Με την πάροδο του χρόνου η μάζα του πρωτοαστέρα αρχίζει να συστέλλεται λόγω της βαρύτητάς της, ενώ

www.kallosbooks.gr

ταυτόχρονα αυξάνεται η θερμοκρασία. Αυτό συμβαίνει επειδή κατά τη διάρκεια της κατάρρευσης του πρωτοαστρικού υλικού, σύμφωνα με το θεώρημα Virial (ή Langrange), η δυναμική ενέργειά του συστήματος μετατρέπεται, κατά το μισό σε θερμότητα και κατά το άλλο μισό σε ακτινοβολία:

$$2\,E_{κιν}+E_{δυν}=0$$

όπου:

$E_{κιν}=1/2Mv^2$, είναι η κινητική ενέργεια, και

$v^2=1/2\ G\ M/R$ η μέση ταχύτητα, και

$E_{δυν}=1/2\ GM^2/R$, είναι η δυναμική ενέργεια του συστήματος.

Η συστολή, που αναφέραμε, συμβαίνει διότι η προς τα έξω πίεση που ασκούν τ' αέρια, τα οποία βρίσκονται εγκλωβισμένα στον πυρήνα του αστεριού, δεν επαρκεί για να συγκρατήσει το βάρος των υπερκειμένων στρωμάτων ύλης. Κατά τη διάρκεια της βαρυτικής συστολής, ένα μέρος της παραγόμενης ενέργειας καταναλίσκεται προκειμένου να αυξηθεί η θερμοκρασία του άστρου ενώ το υπόλοιπο της ενέργειάς, ακτινοβολείται στο διάστημα.

Η βαρυτική συστολή, σαν πηγή ενέργειας ενός άστρου, εμφανίζεται κάθε φορά που σταματά ένας κύκλος πυρηνικών αντιδράσεων, και αποδίδει τα επιπλέον αναγκαία ποσά ενέργειας, έτσι ώστε η θερμοκρασία στο κέντρο του αστεριού ν' αυξηθεί και να δημιουργηθούν οι προϋποθέσεις εκκίνησης ενός νέου κύκλου πυρηνικών αντιδράσεων.

Λόγω της θέρμανσης της μάζας του πυρήνα του αστεριού, και όταν η θερμοκρασία του φτάσει τους

www.diavlosbooks.gr

$5x10^5$ K, αρχίζουν οι πυρηνικές αντιδράσεις. Τότε η πίεση των αερίων στο εσωτερικό του αστέρα αυξάνεται και εξισορροπεί τη βαρυτική συστολή η οποία τελικά σταματά. Οι θερμοκρασίες αυτής της τάξεως είναι απαραίτητες για τη σύγκρουση και στη συνέχεια για τη σύντηξη υποατομικών σωματιδίων, ώστε να εκλυθεί πυρηνική ενέργεια.

Οι πυρηνικές αντιδράσεις

Οι πυρηνικές αντιδράσεις είναι η κύρια πηγή ενέργειας των άστρων, άλλωστε, άστρο ονομάζουμε εκείνο το ουράνιο σώμα που μπορεί να καύσει τα πυρηνικά του αποθέματα.

Κατά τη διάρκεια των πυρηνικών αντιδράσεων, η μάζα μετατρέπεται σε ενέργεια σύμφωνα με τη σχέση $E=m\cdot c^2$. Ένα μέρος της τεράστιας ενέργειας που απελευθερώνεται με τον τρόπο αυτό, διατηρεί υψηλή τη θερμότητα στο εσωτερικό των άστρων (ώστε να ισχύει η κατάσταση υδροστατικής ισορροπίας) ενώ το υπόλοιπο μετατρέπεται σε ακτινοβολία, η οποία τελικά ξεφεύγει από το αδιαφανές εσωτερικό των άστρων, διαχέεται προς την αστρική επιφάνεια και από εκεί στο διάστημα, δημιουργώντας την εικόνα του μέλανος σώματος του αστεριού και το συνεχές φάσμα τους. Ένας μεγάλος, λοιπόν, χρόνος της ζωής των αστεριών ξοδεύεται στη φάση των πυρηνικών καύσεων, όπου από το υδρογόνο (H) προκύπτουν βαρύτερα στοιχεία, όπως ήλιον (He), οξυγόνο (O), άνθρακας (C), άζωτο (N), νέον (Ne) κ.ά μέχρις ότου σχηματιστεί στην κεντρική περιοχή του αστεριού ένας πιο σταθερός πυρήνας μετάλλων.

www.crabbooks.gr

Συνεπώς, μέσω των πυρηνικών αντιδράσεων, νέα στοιχεία προκύπτουν από άλλα, τα οποία μπορεί να μην έχουν εμφανιστεί προηγουμένως πουθενά αλλού στον αστέρα. Επίσης διαφορετικές πυρηνικές αντιδράσεις μπορούν να συμβαίνουν ταυτόχρονα σε διαφορετικούς φλοιούς του αστεριού, διαφορετικών θερμοκρασιών.
Γενικά για τα άστρα υποθέτουμε ότι εκτός από τις ατμόσφαιρές τους, διαθέτουν έναν *πυρήνα μεταφοράς*, όπου δημιουργούνται οι πυρηνικές αντιδράσεις, το *περίβλημα ακτινοβολίας* στο οποίο η ενέργεια διαδίδεται μόνο με ακτινοβολία και την εξωτερική *ζώνη μεταφοράς*, όπου τα ρεύματα μεταφοράς αστρικού υλικού, προκαλούν διάφορα φαινόμενα.

Η καύση του υδρογόνου

Οι πρώτες πυρηνικές αντιδράσεις αρχίζουν, όπως ήδη αναφέραμε, όταν η κεντρική θερμοκρασία του πυρήνα Tc του πρωτοαστέρα—λόγω της βαρυτικής συστολής που προηγείται— γίνει $Tc=5 \times 10^5$ K. Τότε αρχίζουν να καίγονται τα λεγόμενα ελαφρά στοιχεία: δευτέριο ($_1D^2$)(*), λίθιο ($_3Li^6$), βηρύλλιο ($_4Be^9$) και βόριο ($_5B^{11}$). Αυτά, σύμφωνα με τις παρακάτω αντιδράσεις μετατρέπονται σε ήλιον και γενικά ανεβάζουν τη θερμοκρασία του πυρήνα (πρωταρχικό στάδιο):

$$_1D^2 + {}_1H^1 \text{------} > {}_2He^3$$
$$_3Li^6 + {}_1H^1 \text{------} > {}_2He^3 + {}_2He^4$$
$$_4Be^9 + {}_1H^1 \text{------} > {}_2He^4 + {}_3Li^6$$
$$_5B^{11} + {}_1H^1 \text{------} > 3\,{}_2He^4$$

www.ebooks.gr

* Στη φύση, εκτός από το κοινό υδρογόνο που αποτελείται από ένα πρωτόνιο και ένα ηλεκτρόνιο ($_1H^1$), υπάρχει και υδρογόνο, το άτομο του οποίου φέρει ένα επιπλέον νετρόνιο. Το υδρογόνο αυτό, που συμβολίζεται $_1H^2$ είναι ισότοπο του κοινού υδρογόνου, δηλαδή έχει τις ίδιες χημικές ιδιότητες μ' αυτό, αλλά ο μαζικός αριθμός του είναι διαφορετικός. Αυτό το ισότοπο του υδρογόνου που καλείται δευτέριο ($_1D^2$), είναι ελάχιστο στη φύση, αφού απαντάται σε αναλογία μόλις 0,016% ως προς το κοινό υδρογόνο που —σε αντιδιαστολή ως προς το δευτέριο— καλείται πρώτιο.
Το δευτέριο λέγεται και *βαρύ υδρογόνο*, από το γεγονός ότι το άτομό του είναι διπλάσιο σε βάρος από το αντίστοιχο άτομο του πρωτίου.

Το κριτήριο του Lawson
Προκειμένου να αρχίσουν οι πυρηνικές αντιδράσεις στο εσωτερικό των άστρων θα πρέπει να πληρούται το *κριτήριο του Lawson* που διατυπώνεται ως εξής:
«Το γινόμενο της πυκνότητας του πλάσματος του εσωτερικού ενός άστρου επί τον χρόνο διατήρησής του σε θερμοκρασία μεγαλύτερη από αυτή που απαιτείται για ν' αρχίσει η διαδικασία πυρηνικής αντίδρασης, πρέπει να είναι μεγαλύτερο από μια κρίσιμη τιμή».

Το πρωταρχικό στάδιο που αναφέραμε προηγουμένως, διαρκεί σχετικά λίγο χρόνο, μέχρις ότου εξαντληθούν τα ελαφρά στοιχεία. Σημειώνουμε ότι όλα αυτά τα στοιχεία κατά την καύση τους εξασφαλίζουν μια μικρή περίοδο σταθερότητας στον αστέρα, που είναι όμως σχετικά μικρή λόγω των μικρών ποσοτήτων αυτών των στοιχείων.

www.draxlerbooks.gr

Στη συνέχεια, όταν η θερμοκρασία του πυρήνα φτάσει το ένα εκατομμύριο βαθμούς (Tc=10^6 K) αρχίζει η κυριότερη πυρηνική αντίδραση στο κέντρο του πυρήνα του αστεριού, κατά την οποία το υδρογόνο μετατρέπεται σε ήλιον, δηλαδή:

$$4\ {}_1H^1 \text{------>}\ {}_2He^4 + 2e^+ + 2\nu + \gamma$$

Η μετατροπή αυτή γίνεται με τον κύκλο πρωτονίου-πρωτονίου (p-p) αν Tc<20 x 10^6 K , οπότε η ανά μονάδα χρόνου παραγόμενη ενέργεια είναι ανάλογη της τέταρτης δύναμης της θερμοκρασίας η με τον κύκλο άνθρακα-αζώτου-οξυγόνου (CNO) αν Tc>20 x 10^6 K, οπότε η ανά μονάδα χρόνου παραγόμενη ενέργεια είναι ανάλογη της εικοστής δύναμης της θερμοκρασίας.

Ο κύκλος πρωτονίου-πρωτονίου

Η μετατροπή του υδρογόνου σε ήλιον γίνεται, λοιπόν, μέσω μιας πυρηνικής αντίδρασης που ονομάζεται *κύκλος ή αλυσίδα πρωτονίου-πρωτονίου (proton-proton chain),* η οποία δεν είναι ακαριαία, αλλά εξελίσσεται μέσω τριών διαδοχικών φάσεων και περιγράφηκε για πρώτη φορά, το 1938, από τους Hans Bethe και Ch. Critchfield.

Οι διαδοχικές φάσεις μέσω των οποίων εξελίσσεται η αλυσίδα πρωτονίου- πρωτονίου είναι οι επόμενες:

α) Δύο πρωτόνια, δηλαδή δύο «γυμνά» άτομα υδρογόνου, συντήκονται δημιουργώντας ένα δευτερόνιο, δηλαδή ένα σωμάτιο που αποτελείται από ένα νετρόνιο και ένα πρωτόνιο. Κατά τη διάρκεια αυτής της σύντηξης δημιουργούνται ένα

www.stavrosbooks.gr

ποζιτρόνιο και ένα νετρίνο. Όπως γνωρίζουμε, το ποζιτρόνιο είναι ένα σωμάτιο παρόμοιο με το ηλεκτρόνιο, αλλά με θετικό ηλεκτρικό φορτίο και το νετρίνο ένα σωματίδιο χωρίς φορτίο και με μικρή ή καθόλου μάζα που κινείται με την ταχύτητα του φωτός.

β) Το δευτερόνιο που σχηματίζεται κατά την προηγούμενη φάση, συντήκεται με ένα άλλο πρωτόνιο και δημιουργούν ήλιον-3, (ηλιόνιον) —πυρήνας ισοτόπου του ηλίου— που αποτελείται από δύο πρωτόνια και ένα νετρόνιο. Κατά τη διάρκεια αυτής της σύντηξης απελευθερώνεται ενέργεια υπό μορφήν ακτινοβολίας γάμμα.

γ) Δύο άτομα από το ήδη σχηματισμένο πλέον ήλιον-3, συντήκονται και σχηματίζουν ένα άτομο ήλιου-4 (σωμάτιο α), και δύο πρωτόνια.

Οι αντίστοιχες αντιδράσεις περιγράφονται στη συνέχεια, ενώ εντός παρενθέσεως σημειώνονται οι αντίστοιχοι χρόνοι, που απαιτούνται για την ολοκληρωσή τους:

Κύκλος ppI, με T=10^7K.

$$_1H^1 + _1H^1 \text{-----} > _1D^2 + e^+ + \nu + 0{,}144\ MeV\ (14 \times 10^9\ \text{έτη})$$

$$_1D^2 + _1H^1 \text{-----} > _2He^3 + \gamma + 5{,}49\ MeV\ (6\ \text{δευτερόλεπτα})$$

$$_2He^3 + _2He^3 \text{-----} > _2He^4 + 2\,_1H^1 + 12{,}85\ MeV\ (10^6\ \text{έτη})$$

ή ομοίως:

Κύκλος ppII, με T>/1,4x10^7 K

$$_2He^3 + _2He^4 \text{------} > _4Be^7 + \gamma$$

www.diavlos.gr

$$_4Be^7 + e^- \text{ ------} > {}_3Li^7 + \nu$$
$$_3Li^7 + {}_1H^1 \text{-----} > 2\ {}_2He^4$$

Κύκλος ppIII, με T>/2x10^{7}K

$$_4Be^7 + {}_1H^1 \text{-----} > {}_5Be^8 + \gamma$$
$$_5Be^8 \text{----} > {}_4Be^8 + e^+ + \gamma$$
$$_4Be^8 \text{--} > 2\ {}_2He^4$$

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν τα νετρίνο που σχηματίζονται κατά την εξέλιξη της αντίδρασης πρωτονίου-πρωτονίου. Τα νετρίνο είναι ηλεκτρικά ουδέτερα σωματίδια τα οποία αλληλεπιδρούν ασθενώς με τα υπόλοιπα σωματίδια και γενικά δεν απορροφούνται από την ύλη. Τα ενεργειακά αυτά σωματίδια —πιθανώς μηδενικής μάζας— κινούνται με την ταχύτητα του φωτός και βομβαρδίζουν κάθε τετραγωνικό εκατοστό της Γης με ρυθμό 70 δισεκατομμύρια νετρίνο το δευτερόλεπτο. Δυστυχώς, παρά τον τεράστιο θεωρητικά αριθμό τους είναι πολύ δύσκολο μέχρις στιγμής να ανιχνευτούν ή πολύ πιθανόν οι διατυπωθείσες θεωρίες κάπου να μην είναι σωστές.

Τα νετρίνο αν και είναι πολύ δύσκολο να ανιχνευτούν, εντούτοις προσφέρουν πολύτιμη βοήθεια στη σύγχρονη Αστροφυσική, αφού μέσω της μέτρησης του ρυθμού παραγωγής τους έχουμε τη δυνατότητα να προβλέψουμε τις τεράστιες ποσότητες ενέργειας που παράγονται στον πυρήνα του αστεριού. Πάντως, μέχρι σήμερα οι ιδιότητες των νετρίνο —όπως και η μάζα τους— δεν έχουν ακόμα εν γένει προσδιοριστεί πειραματικά.

www.kotsanas.gr

Ο κύκλος άνθρακα-αζώτου-οξυγόνου

Ο κύκλος άνθρακα-αζώτου-οξυγόνου, που προτάθηκε το 1938, ανεξάρτητα, από δύο διάσημους αστροφυσικούς τον Αμερικανό Χανς Μπέτε (Hans Bethe) και τον Γερμανό Καρλ Βαϊτσέκερ (Carl Friedrich Weizsäcker)*, πραγματοποιείται σε έξι φάσεις. Ο άνθρακας στον κύκλο αυτόν δρα ως καταλύτης και στο τέλος αποκαθίσταται. Στις έξι αυτές φάσεις γίνεται εναλλαγή μεταστοιχειώσεων· εμφανίζεται δηλαδή ασταθές ραδιενεργό άζωτο $_7N^{13}$, ασταθές ραδιενεργό οξυγόνο $_8O^{15}$ και ασταθής ραδιενεργός άνθρακας $_6C^{13}$. Όπως φαίνεται από τις σχετικές αντιδράσεις που ακολουθούν, στην τελική φάση του κύκλου δημιουργούνται πυρήνες σταθερού ήλιου, ενώ επανεμφανίζεται ο άνθρακας ($_6C^{12}$). Φυσικά, το έλλειμμα μάζας μετατρέπεται συνεχώς σε ενέργεια, βάσει της σχέσης $E=m\,c^2$.

Οι αντίστοιχες αντιδράσεις στον κύκλο άνθρακα-αζώτου-οξυγόνου (CNO) είναι οι επόμενες:

$$_6C^{12}+{}_1H^1 \text{---------} > {}_7N^{13}+\gamma + 1{,}95\ MeV\ (10^6\ \text{έτη})$$

$$_7N^{13} \text{-------} > {}_6C^{13}+e^+ +\nu+2{,}22\ MeV\ (14\ \text{πρώτα λεπτά})$$

$$_6C^{13}+{}_1H^1 \text{------} > {}_7N^{14}+\gamma+7{,}54\ MeV\ (2{,}7 \times 10^5\ \text{έτη})$$

$$_7N^{14}+{}_1H^1 \text{-------} > {}_8O^{15}+\gamma+7{,}35\ MeV\ (3{,}2 \times 10^8\ \text{έτη})$$

$$_8O^{15} \text{-------} > {}_7N^{15}+e^+ +\nu+2{,}71\ MeV\ (82\ \text{δευτερόλεπτα})$$

$$_7N^{15}+{}_1H^1 \text{-------} > {}_6C^{12}+{}_2He^4+4{,}96\ MeV\ (10^4\ \text{έτη})$$

www.diavlos.gr

Ο άνθρακας, όπως ήδη αναφέραμε, δρα ως καταλύτης και στο τέλος αποκαθίσταται, για να έχουμε τελικά:

$$4\ {}_1H^1 \text{------} > {}_2He^4 + 2e^+ + 2\nu + \gamma\ (\text{ενέργεια})$$

---

* Ιστορικά, οι πυρηνικές αντιδράσεις, ως μηχανισμός παραγωγής ενέργειας στο εσωτερικό των άστρων, προτάθηκαν για πρώτη φορά το 1929, από τους R. Atkinson και F. Houtermans.

Το παράδειγμα του Ήλιου μας

Όπως ήδη είδαμε, η ακτινοβολία των άστρων της Κυρίας Ακολουθίας (βλέπε σελίδα....), οφείλεται κυρίως στη μετατροπή του υδρογόνου του πυρήνα τους σε ήλιον. Συνεπώς, χάνεται συνεχώς ένα ποσόν ύλης που μετατρέπεται σε ενέργεια. Όσον αφορά τον Ήλιο μας, μετατρέπονται σε ενέργεια τέσσερα εκατομμύρια τόνοι ύλης σε κάθε δευτερόλεπτο, για την ακρίβεια, $3,96 \times 10^{33}$ erg. Για να χάσει, όμως, ο Ήλιος μας το ένα χιλιοστό της ύλης του, πρέπει να περάσουν 14,3 δισεκατομμύρια έτη. Μέχρι σήμερα ο Ήλιος σε όλη την έως τώρα διάρκεια της ζωής του, που υπολογίζεται ίση με 4,5 δισεκατομμύρια έτη, έχει απωλέσει ενέργεια που υπολογίζεται ίση με:

$E_o = 3,96 \times 10^{33}$ erg/sec x $4,5 \times 10^9$ y.

Επειδή όμως ένα γήινο έτος ισούται με: 1 y=$3,1536 \times 10^7$ sec, έχουμε:

$E_o = 3,96 \times 10^{33}$ erg/sec x $4,5 \times 10^9$ y = $3,96 \times 10^{33}$ erg/sec x $4,5 \times 10^9$ x $3,1536 \times 10^7$ sec=$56,2 \times 10^{50}$ erg.

www.klaviorbooks.gr

Η καύση του Ηλίου

Μετά την εξάντληση του υδρογόνου στον πυρήνα του αστεριού, θα αρχίσει η καύση του υδρογόνου στο αμέσως επόμενο κέλυφος που περιβάλλει τον πυρήνα, ο οποίος θα αποτελείται πια από ήλιον. Καθώς όμως σταματούν οι αντιδράσεις καύσης του υδρογόνου, το οποίο έχει τελειώσει, η πίεση στον πυρήνα μειώνεται και αρχίζει μια νέα διαδικασία βαρυτικής κατάρρευσης των εξωτερικών στρωμάτων του αστεριού, η οποία αυξάνει εκ νέου την θερμοκρασία του πυρήνα. Αν η θερμοκρασία αυτή ανέβει πάνω από εκατό εκατομμύρια βαθμούς ($Tc>10^8$ K), τότε αρχίζει να καιγεται το ήλιον του πυρήνα δημιουργόντας άνθρακα, οξυγόνο και νέον, ενώ η καύση του υδρογόνου θα συνεχίζεται όλο και σε πιο περιφερειακούς-εξωτερικούς και λιγότερο θερμούς φλοιούς (κελύφη) του αστεριού.

Η καύση του ήλιου γίνεται μέσω μιας πυρηνικής αντίδρασης που ονομάζεται 3α.

Η αντίδραση 3α

Η αντίδραση 3α μέσω της οποίας, σε θερμοκρασίες της τάξεως των 2×10^8 K, το ήλιον του πυρήνα μετατρέπεται σε άνθρακα, όπως και η αντίδραση πρωτονίου-πρωτονίου, δεν είναι ακαριαία, αλλά συντελείται κατά τις τρεις επόμενες φάσεις:

α) Δύο πυρήνες ηλίου, ή, όπως τους ονομάζουμε, σωμάτια άλφα (α), αρχίζουν να συντήκονται.

β) Η σύντηξη παράγει έναν πυρήνα βηρυλλίου, που αποτελείται από 4 πρωτόνια και 4 νετρόνια.

γ) Ο πυρήνας του δημιουργηθέντος ασταθούς βηρυλλίου συντήκεται με έναν ακόμα πυρήνα ηλίου —συνεπώς χρησιμοποιούνται τρία σωμάτια

www.librarybooks.gr

α, εξ ου και η ονομασία της αντίδρασης— και παράγει έναν πυρήνα άνθρακα που αποτελείται από 6 πρωτόνια και 6 νετρόνια. Στη συνέχεια με την ίδια διαδικασία παράγεται οξυγόνο και νέον.
Σημειώνουμε ότι κατά τη διάρκεια των φάσεων της αντίδρασης 3α απελευθερώνεται ενέργεια υπό μορφήν ακτινοβολίας γάμμα.
Οι αντίστοιχες αντιδράσεις είναι οι επόμενες:

$$_2He^4 + _2He^4 + 95\ KeV \text{ ----------> } _4Be^8 + \gamma$$
$$_4Be^8 + _2He^4 \text{ ----------> } _6C^{12} + \gamma + 7{,}4\ MeV$$

Όπως βλέπουμε η πρώτη αντίδραση είναι ενδόθερμη· από τη δεύτερη, όμως, παράγεται πολύ περισσότερη ενέργεια απ' όση δαπανάται στην πρώτη.
Στη συνέχεια, για θερμοκρασίες μεγαλύτερες των $2x10^8$ K ο άνθρακας αντιδρά πάλι με ήλιο και έτσι παράγονται βαρύτερα στοιχεία:

$$_6C^{12} + _2He^4 \text{----------> } _8O^{16} + \gamma\ (T \sim 3x10^8\ K)$$
$$_8O^{16} + _2He^4 \text{ ----------> } _{10}Ne^{20} + \gamma$$

Αν η θερμοκρασία του πυρήνα ξεπεράσει το ένα δισεκατομμύριο βαθμούς ($Tc>10^9$ K) η τελευταία αντίδραση γίνεται αντίστροφα και παράγεται ήλιο, το οποίο αντιδρά με νέον και παράγει μαγνήσιο:

$$_{10}Ne^{20} + \gamma + 4{,}75\ MeV \text{ ---------> } _8O^{16} + _2He^4$$
$$_{10}Ne^{20} + _2He^4 \text{ --------> } _{12}Mg^{24} + \gamma\ (T>3x10^8\ K)$$

www.diavlosbooks.gr

Μετά το μαγνήσιο ακολουθούν τα στοιχεία: πυρίτιο ($_{14}Si^{28}$), θείο ($_{16}S^{32}$), αργό ($_{18}A^{36}$) και ασβέστιο ($_{20}Ca^{40}$).

Οι αντιδράσεις αυτές κατά τις οποίες *σωμάτια α* αντιδρούν με κάποια στοιχεία παράγοντας άλλα βαρύτερα, λέγονται *αντιδράσεις-α* (α process).

Όταν η θερμοκρασία του πυρήνα ανέβει πάνω από τα τρία δισεκατομμύρια βαθμούς ($Tc>3 \times 10^9$ K), τότε σχηματίζεται σίδηρος ($_{26}Fe^{56}$), με την *αντίδραση-e* (equilibrium), από πυρήνες πυριτίου (καύση πυριτίου) και έτσι ολοκληρώνεται ο κύκλος των πυρηνικών αντιδράσεων, αφού ο σίδηρος είναι ο πλέον σταθερός πυρήνας.

Για θερμοκρασίες μεγαλύτερες των $Tc>5 \times 10^9$ K μπορεί να γίνει φωτοδιάσπαση και αυτών ακόμα των πυρήνων σιδήρου ($_{26}Fe^{56}$), αλλά η διεργασία αυτή μπορεί να συμβεί μόνο κατά τη διάρκεια εκρήξεων των υπερκαινοφανών. πράγματι, όταν ο σίδηρος εμπλακεί σε πυρηνικές αντιδράσεις διάσπασης ή σύντηξης, όχι μόνο δεν παράγει ενέργεια, αλλά αντίθετα την απορροφά, επειδή η φωτοδιάσπασή του είναι μια ενδόθερμη διαδικασία. Αυτό σημαίνει ότι για να μετατραπεί ο σίδηρος σε άλλα στοιχεία απαιτούνται μεγάλα ποσά ενέργειας, τα οποία τού τα διαθέτει το άστρο, με άμεσο αποτέλεσμα η ενέργεια αυτή να μην είναι πλέον διαθέσιμη, έτσι ώστε να συγκρατεί το βάρος των εξωτερικών στρωμάτων του άστρου, πράγμα που ισοδυναμεί με ακόμα μεγαλύτερη συμπίεση του αστρικού πυρήνα και ακόμα μεγαλύτερη αύξηση της θερμοκρασίας σ' αυτόν, που τελικά οδηγεί στη μεγαλειώδη έκρηξη του υπερκαινοφανούς.

www.physicsbooks.gr

Τέλος, τα πλούσια σε νετρόνια ισότοπα παράγονται είτε με τις βραδείες αντιδράσεις (*αντιδράσεις -s* (slow)), είτε με τις ταχείες αντιδράσεις (*αντιδράσεις -r* (rapid)), που λαμβάνουν χώρα συνήθως κατά τη διάρκεια των εκρήξεων των υπερκαινοφανών. Μ' αυτόν τον τρόπο δημιουργούνται όλα τα στοιχεία μέχρι και τα υπερουράνια.

Εκείνο που θέλουμε να τονίσουμε είναι ότι ο ρυθμός παραγωγής ενέργειας στα άστρα είναι πραγματικά τεράστιος. Αρκεί να αναλογιστούμε ότι μόνο ο Ήλιος μας ακτινοβολεί ανά δευτερόλεπτο $4x10^{33}$ erg. Η ενέργεια αυτή, που αντιστοιχεί σε απώλεια μάζας 4 εκατομμυρίων τόνων το δευτερόλεπτο, θα μπορούσε να καλύψει τις ενεργειακές ανάγκες της ανθρωπότητας για μερικά δισεκατομμύρια χρόνια!!

Για τον λόγο αυτό, μεγάλες ερευνητικές ομάδες στρέφονται στη μελέτη της αστρικής εξέλιξης και, μέσω αυτής, στην κατανόηση του αινίγματος των αστρικών διεργασιών, που θα μας βοηθήσει να κατανοήσουμε καλύτερα τους φυσικούς νόμους και πιθανώς θα μας κάνει ικανούς να δεσμεύσουμε και στη συνέχεια να χρησιμοποιήσουμε την ενέργεια αυτών των τεράστιων πηγών προς όφελος των ενεργειακών αναγκών τόσο της Γης, όσο και των μελλοντικών διαστρικών ταξιδιών.

www.crabsbooks.gr

Διάδοση της ενέργειας στο εσωτερικό των άστρων

Η ενέργεια που παράγεται στα αστέρια διαδίδεται από το εσωτερικό τους στην επιφάνεια με τρεις μηχανισμούς:
α) με μεταφορά μάζας,
β) με ακτινοβολία, και
γ) με αγωγή.
Οι δύο τελευταίοι μηχανισμοί, που βασίζονται στην ίδια φυσική αρχή, εξαρτώνται από την αλληλεπίδραση (σύγκρουση) σωματιδίων μεγαλύτερης ενέργειας με σωματίδια μικρότερης ενέργειας. Έτσι, προκύπτει μια ανταλλαγή ενέργειας, όπου διαδίδεται ενέργεια από τις θερμότερες προς τις ψυχρότερες περιοχές. Η διάδοση της ενέργειας δι' ακτινοβολίας γίνεται με φωτόνια και επικρατεί στα αστέρια προγενεστέρων φασματικών τύπων. Η διάδοση της ενέργειας δι' αγωγής, γίνεται με ηλεκτρόνια· είναι αμελητέα και γενικά παραλείπεται, εκτός από τους λευκούς νάνους λόγω της τεράστιας πυκνότητάς τους.
Η διάδοση της ενέργειας με μεταφορά μάζας χαρακτηρίζεται γενικά από μακροσκοπικές κινήσεις ρευστού, που διευθύνονται τόσο προς τα πάνω όσο και προς τα κάτω για να διατηρείται η συνέχεια της μάζας. Όπως είναι αναμενόμενο, οι κινήσεις αυτές θερμαίνουν τις εξωτερικές περιοχές και ψύχουν αντίστοιχα τις εσωτερικές.
Στη διάδοση της ενέργειας με ακτινοβολία και αγωγή η ροή της ενέργειας $F_{\alpha\kappa\tau}$ και $F_{\alpha\gamma}$ αντίστοιχα, εκφράζεται ως συνάρτηση της μεταβολής της θερμοκρασίας ανά μονάδα

www.ebooks.gr

απόστασης dT/dr, δηλαδή της θερμοβαθμίδας και ενός συντελεστή $\lambda_{\alpha\kappa\tau}$ ή $\lambda_{\alpha\gamma}$ αντίστοιχα, δηλαδή:

$$F_{\alpha\kappa\tau}=-\lambda_{\alpha\kappa\tau}\, dT/dr \qquad \text{και} \qquad F_{\alpha\gamma}=-\lambda_{\alpha\gamma}\, dT/dr$$

όπου:

$\lambda_{\alpha\kappa\tau}$=συντελεστής ακτινοβολίας και

$\lambda_{\alpha\gamma}$=συντελεστής αγωγιμότητας.

Το σημείο πλην (-) δηλώνει ότι η ροή της ενέργειας γίνεται από θερμότερες σε ψυχρότερες περιοχές.

Αν υποθέσουμε ότι η διάδοση της ενέργειας γίνεται με ακτινοβολία, ο συντελεστής ακτινοβολίας δίνεται γενικά από τη σχέση:

$$\lambda_{\alpha\kappa\tau}=4\alpha\, cT^3/\, 3\rho\, k_{\alpha\kappa\tau}$$

όπου:

α=4σ/c είναι η σταθερά πυκνότητας της ακτινοβολίας, με σ τη σταθερά Stefan-Boltzmann και c την ταχύτητα του φωτός.

T= η απόλυτη θερμοκρασία.

ρ= η πυκνότητα της αστρικής ύλης, και

k=η αδιαφάνεια της αστρικής ύλης.

Έτσι, η ροή της ενέργειας με ακτινοβολία είναι:

$$F_{\alpha\kappa\tau}=-\,(4\alpha\, cT^3/\, 3\rho\, k_{\alpha\kappa\tau})\, dT/dr$$

Τελικά, ο ρυθμός παραγωγής της ενέργειας ακτινοβολίας (απόλυτη λαμπρότητα) που εκπέμπει μια σφαίρα ακτίνας r, ισούται με:

$$L_r=4\pi r^2\, F_{\alpha\kappa\tau}=-\,4\pi r^2(4\alpha\, cT^3\, /\, 3\rho\, k_{\alpha\kappa\tau})\, dT/dr \text{ ή}$$
$$L_r=-\,16\pi\, \alpha\, cr^2T^3\, dT/3\, k_{\alpha\kappa\tau}\, \rho dr$$

Πάντως, η διάδοση της ενέργειας στα αστέρια γίνεται κυρίως με ακτινοβολία και με μεταφορά.

www.diavlosbooks.gr

Αν όλο το ποσόν της ενέργειας διαδίδεται με ακτινοβολία, έχουμε «ισορροπία ακτινοβολίας» ή «ακτινοβολιακή ισορροπία».
Αν πληρούται αυτή η συνθήκη, τότε το ποσόν ενέργειας που απορροφάται από μια μάζα είναι ίσο με το ποσόν ενέργειας που ακτινοβολείται από την ίδια μάζα στον γύρω χώρο.
Αν όλο το ποσόν της ενέργειας διαδίδεται με ρεύματα μεταφοράς, τότε έχουμε «ισορροπία μεταφοράς». Το πιο απλό μοντέλο για τη διάδοση της ενέργειας με μεταφορά μάζας είναι το μοντέλο «μήκους ανάμειξης» ή «ανάμειξης διαδρομής» (mixing length model), που προτάθηκε από την E. Böhm-Vitense, το 1958.
Σε αστέρια πολύ μικρής μάζας, η μεταφορά ενέργειας γίνεται εξ ολοκλήρου με ανοδικά ρεύματα μεταφοράς (convection).
Το αν η ενέργεια διαδίδεται με ακτινοβολία ή με μεταφορά, το καθορίζει το λεγόμενο κριτήριο Schwarzschild, που μας λέει το πώς συμπεριφέρεται η αδιαβατική* θερμοβαθμίδα σε σχέση με τη θερμοβαθμίδα περιβάλλοντος —που βρίσκεται, όμως, σε ακτινοβολιακή ισορροπία.

---

* Αδιαβατική μεταβολή ενός αερίου χαρακτηρίζεται κάθε μεταβολή του όγκου (V) και της αντίστοιχης πίεσης (P), που δεν συνοδεύεται από μεταβολή του περιεχομένου ποσού θερμότητας, που αντιστοιχεί προς την εσωτερική ενέργεια του συστήματος.

Συνεπώς, υποθέτουμε ότι μια φυσαλίδα αερίου —το θεωρούμενο στοιχείο μάζας— δεν διαθέτει

www.diavasoume.ks.gr

επαρκή χρόνο για να ανταλλάξει ενέργεια με το περιβάλλον και έτσι κινείται αδιαβατικά.

Εάν αυτή η φυσαλίδα ωθηθεί από μια τυχαία διαταραχή, σ' ένα ανώτερο στρώμα αερίου, μικρότερης, όμως, πίεσης, τότε θα διασταλεί και ως εκ τούτου θα ψυχθεί αδιαβατικά. Φυσικά, αν η μεταβολή της θερμοκρασίας είναι μικρότερη της θερμοκρασίας περιβάλλοντος, η φυσαλίδα θα παραμένει θερμότερη του περιβαλλοντός της. Επειδή η προσαρμογή της φυσαλίδας αερίου —μέσω της διαστολής— στην πίεση του περιβάλλοντος εξελίσσεται ταχύτατα, η πίεσή της μπορεί να θεωρηθεί ίση περίπου προς την πίεση του περιβάλλοντος. Καθώς όμως η φυσαλίδα είναι θερμότερη από το περιβάλλον, και επειδή εξ αυτού του γεγονότος διαστέλλεται, έχει ταυτόχρονα αραιώσει, δηλαδή η πυκνότητά της είναι μικρότερη από την αντίστοιχη πυκνότητα το γειτονικού της περιβάλλοντος και ως εκ τούτου όχι μόνον ανέρχεται, αλλά επιταχύνεται από τη δύναμη της άνωσης προς τα πάνω.

Απ' όλα τα προηγούμενα συμπεραίνουμε ότι κάτι τέτοιο θα συμβαίνει πάντα, όταν η αδιαβατική μεταβολή της θερμοκρασίας κατά τη διαστολή της φυσαλίδας είναι μικρότερη από τη μεταβολή της θερμοκρασίας του περιβάλλοντος με την πίεση.

Η διάδοση της ενέργειας με μεταφορά αρχίζει όταν ποσοτικά έχουμε:

$$|dT/dr|_{\alpha\delta} < |dT/dr|_{\alpha\kappa\tau}$$

όπου r το βάθος.

Η τελευταία σχέση αποτελεί το *κριτήριο του Schwarzschild* και αποτελεί τη συνθήκη ευστάθειας

για μια περιοχή της αστρικής ατμόσφαιρας. Δηλαδή:
Αν η θερμοβαθμίδα $|dT/dr|_{περ}$ —σε μια περιοχή της ατμόσφαιρας του αστεριού— είναι μικρότερη από τη θερμοβαθμίδα μιας ποσότητας μάζας, η οποία καθώς ανέρχεται διαστέλλεται αδιαβατικά, τότε η διάδοση της ενέργειας γίνεται με ακτινοβολία. Ισχύει δηλαδή:

$$|dT/dr|_{περ} < |dT/dr|_{αδ}$$

Στην αντίθετη περίπτωση, θα έχουμε ρεύματα μεταφοράς και θα ισχύει η σχέση:

$$|dT/dr|_{αδ} < |dT/dr|_{περ}$$

Είναι γεγονός ότι οι αστέρες συνεχώς εξελίσσονται, έτσι οποιαδήποτε διαταραχή συμβεί για οποιονδήποτε λόγο στο εσωτερικό τους, είναι επόμενο ότι οδηγεί σε μεταβολή των φυσικών χαρακτηριστικών του. Συνεπώς μεταβάλλεται η ακτίνα του, η φωτεινότητά του και οπωσδήποτε η επιφανειακή θερμοκρασία του, δηλαδή στην ουσία το φάσμα του, από τη μελέτη του οποίου αντλούμε ένα πλήθος πληροφοριών.
Επιπλέον, επειδή οι μεταβολές αυτές έχουν μεγάλη χρονική διάρκεια, γενικά μιλάμε για μια ψευδοστατική ισορροπία, που επικρατεί στο εσωτερικό των άστρων.
Φυσικά ο αστέρας μπορεί να βρίσκεται — ή να επανέλθει μετά από κάποιον χρόνο— σε σταθερή κατάσταση, που χαρακτηρίζεται από απουσία διαστολής ή συστολής του και έτσι από σταθερή φωτεινότητα.

www.physicsbooks.gr

Διαφορικές εξισώσεις δομής

Το κλασικό πρόβλημα της πρότυπης ατμόσφαιρας

Από τη μελέτη του συνεχούς φάσματος των αστεριών καταλήγουμε σε συμπεράσματα που αφορούν το εσωτερικό τους, ενώ από το γραμμικό φάσμα τους αντλούμε πληροφορίες για την ατμόσφαιρά, ή τα αέρια περιβλήματά τους.

Σε κάθε περίπτωση προσπαθούμε να ερμηνεύσουμε τ' αποτελέσματα των παρατηρήσεών μας με τα δεδομένα θεωρητικών υπολογισμών, με ορισμένα δηλαδή πρότυπα (μοντέλα) ατμοσφαιρών, με αντικειμενικό σκοπό να προσδιορίσουμε τις διάφορες φυσικές παραμέτρους που καθορίζουν τη δομή τους.

Γενικότερα η μελέτη μιας αστρικής ατμόσφαιρας είναι ένα σύνθετο πρόβλημα που για να το προσεγγίσουμε, αναγκαζόμαστε να κάνουμε ορισμένες παραδοχές που το απλοποιούν.

Αρχικά υποθέτουμε ότι όλοι οι γνωστοί νόμοι της Φυσικής ισχύουν αναλλοίωτοι και στο εσωτερικό ή στις ατμόσφαιρες των άστρων και ότι τα μαγνητικά πεδία που τυχόν περιβάλλουν τους αστέρες γενικά θεωρούνται αμελητέα.

Οι βασικές υποθέσεις που απαιτούνται για τη μελέτη των αστρικών ατμοσφαιρών και οι αντίστοιχες διαφορικές εξισώσεις που τις περιγράφουν, είναι οι ακόλουθες:

www.ellinosbooks.gr

1. Υπόθεση λεπτής ατμόσφαιρας:
Υποθέτουμε ότι το πάχος της ατμόσφαιρας είναι ένα πολύ μικρό κλάσμα της ακτίνας του αστεριού. Η υπόθεση αυτή γίνεται για να έχουμε το δικαίωμα να αγνοήσουμε την καμπυλότητα της ατμόσφαιρας και να θεωρήσουμε ότι αυτή αποτελείται από επίπεδες παράλληλες στιβάδες.

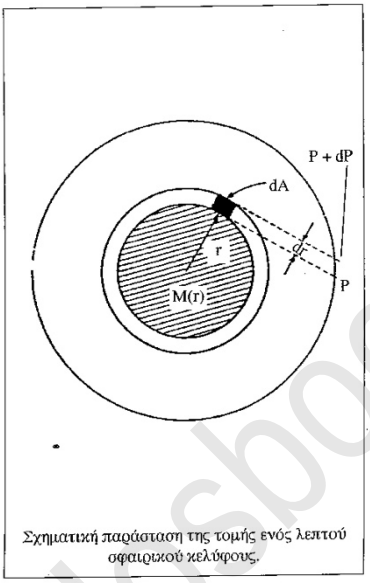
2. Υπόθεση της Τοπικής Θερμοδυναμικής Ισορροπίας (Τ.Θ.Ι.):
Σύμφωνα με την παραδοχή αυτή, η θερμοδυναμική κατάσταση του αερίου σ' ένα σημείο του καθορίζεται από μία μόνο παράμετρο, την απόλυτη θερμοκρασία Τ, που έχει την ίδια τιμή σ' ολόκληρο το θεωρούμενο αέριο μέσο. Τότε η κατανομή των ατόμων στις διάφορες δέσμιες στάθμες θα εξαρτάται μόνο από την απόλυτη θερμοκρασία Τ. Επομένως αν είναι γνωστή μια κατανομή θερμοκρασίας με το οπτικό βάθος, η πυκνότητα στα διάφορα οπτικά βάθη προσδιορίζεται με την υπόθεση της υδροστατικής ισορροπίας.
Ουσιαστικά βρίσκουμε τη σχέση της κατανομής της θερμοκρασίας με το οπτικό βάθος.

2. Υπόθεση της σφαιρικής συμμετρίας:
Στο πρόβλημα της αστρικής εξέλιξης το αστέρι θεωρείται σαν μια σφαιρική μάζα αερίου, που συγκρατείται από τη βαρύτητά του. Δηλαδή παρουσιάζει σφαιρική συμμετρία. Έτσι, οι ποσότητες P, ρ, T, L, και $(x_i) = (X, \Psi, Z)$ σ' ένα αστέρι θα εξαρτώνται μόνο από την αντίστοιχη απόστασή τους από το κέντρο του, δηλαδή θα εξαρτώνται από μία μόνο μεταβλητή. Υποθέτουμε:

α) Ότι το αστέρι δεν περιστρέφεται —για ευκολία στους υπολογισμούς— αφού το γεγονός αυτό δεν απέχει πολύ από την πραγματικότητα για αστέρια όπως ο Ήλιος.
β) Ότι δεν δέχεται την επίδραση παλιρροϊκών δυνάμεων. Δηλαδή είναι απομονωμένο.

4. Υπόθεση υδροστατικής ισορροπίας:
Σ' αυτήν υποθέτουμε ότι το βάρος των εξωτερικών στρωμάτων τής αστρικής ατμόσφαιρας εξισορροπείται από την πίεση των εσωτερικών περιοχών της ώστε η ατμόσφαιρα του άστρου να βρίσκεται σε υδροστατική ισορροπία.
Την καλούμε υδροστατική —και όχι μηχανική—, επειδή θεωρούμε ότι παρόμοιες συνθήκες διέπουν την ισορροπία μεταξύ των πιέσεων σ' ένα δοχείο γεμάτο νερό.
Επιπλέον, αγνοούμε τα πεδία ταχυτήτων που αναπτύσσονται στο εσωτερικό της αστρικής ατμόσφαιρας, αφού ουσιαστικά θεωρούμε ότι η ύλη δεν επιταχύνεται, και υποθέτουμε ότι η μεταβολή της πίεσης είναι τέτοια, που να εξουδετερώνει το πεδίο βαρύτητάς του, δηλαδή η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σ' ένα σημείο ύλης είναι μηδενική.
Έστω σε απόσταση r από το κέντρο του άστρου στοιχειώδης στιβάδα πάχους dr και όγκου $dV=4\pi r^2 dr$ (Σχήμα)

www.freebooks.gr



Σχηματική παράσταση της τομής ενός λεπτού σφαιρικού κελύφους.

Θεωρώντας στην παραπάνω στιβάδα στοιχειώδη κύλινδρο βάσης dσ, ύψους dr και μάζας dm, η αντίστοιχη ισορροπία δυνάμεων γράφεται:

(P+dP)dσ+gdm-Pdσ=0 ------> Pdσ+dPdσ+gdm-Pdσ=0 -----> dPdσ+gdm=0 ----> dPdσ=-gdm -----> dPdσ=-gρdσdr

Ισχύει συνεπώς η *Εξίσωση υδροστατικής ισορροπίας (Βαρομετρική εξίσωση)*, που εκφράζει την ισορροπία μεταξύ των δυνάμεων βαρύτητας και των δυνάμεων πίεσης σε μια αστρική ατμόσφαιρα:

$$dP/dr=-g\cdot\rho \quad \text{και εφ' όσον } g=G_0\,M(r)/r^2 \text{----} > dP/dr=-G_0M(r)/r^2\rho \quad (1)$$

www.uniabooks.gr

όπου P= η πίεση και g=η ένταση της βαρύτητας, προσεγγιστικά σταθερή λόγω της υπόθεσης της λεπτής ατμόσφαιρας.

5. Υπόθεση ισορροπίας της ακτινοβολίας. Υποθέτουμε ότι η ατμόσφαιρα του αστεριού βρίσκεται σε ακτινοβόλο ισορροπία. Δηλαδή όλο το ποσόν τής ενέργειας διαδίδεται μόνο με ακτινοβολία· έτσι αγνοούμε τον τρόπο διάδοσης της ενέργειας με μεταφορά.
Ισχύει λοιπόν η *Εξίσωση της ισορροπίας ακτινοβολίας:*

$$dT/dr=-3k\,\rho\,L(r)/16\pi\,r^2\alpha\,c\,T^3 \qquad (2)$$

όπου:
dT/dr η θερμοβαθμίδα.
$L(r)=4\pi\,r^2\cdot F_{\alpha\kappa\tau}$
k=ο μέσος συντελεστής αδιαφάνειας, που εκφράζει την ικανότητα απορρόφησης της ακτινοβολίας (αδιαφάνεια της αστρικής ύλης) και μετρά την αντίσταση της ύλης στη ροή θερμότητας.
α=4σ/c, η σταθερά πυκνότητας της ακτινοβολίας.

6. **Υπόθεση θερμικής ισορροπίας**.
Υποθέτουμε ότι η ενέργεια που διέρχεται από τη στοιχειώδη στιβάδα πάχους dr, δηλαδή η dL_r/dr, είναι ανάλογη της ενέργειας ε(r), που παράγεται από τις πυρηνικές αντιδράσεις ανά μονάδα χρόνου (sec) και μάζας (gr) στη στιβάδα. Γενικά, η

www.ziavosbooks.gr

ποσότητα ε(r) είναι συνάρτηση της θερμοκρασίας, της πυκνότητας και της αφθονίας των διαφόρων στοιχείων. Συνεπώς:

$dL(r)/dM = \varepsilon(r)$ ---------> $dL(r) = \varepsilon(r)\, dM = \varepsilon(r)\, \rho\, dV$ ------> $dL(r) = \varepsilon(r)\, \rho\, 4\pi r^2\, dr$

Τελικά, ισχύει η *Εξίσωση θερμικής ισορροπίας:*

$$dL(r)/dr = 4\pi r^2\, \rho\, \varepsilon(r) \quad (3)$$

7. Υπόθεση συνέχειας της μάζας.
Η υπόθεση αυτή είναι απαραίτητη προϋπόθεση για να βρούμε το πώς κατανέμεται η μάζα στον χώρο. Η μάζα κάθε λεπτής στιβάδας πάχους dr, που βρίσκεται δηλαδή μεταξύ r και r+dr, και όγκου dV, που είναι ομόκεντρη με την αστρική σφαίρα, πρέπει να είναι ίση με:
$dM(r) = M(r+dr) - M(r)$ ---> $dM(r) = \rho\, dV = 4\pi r^2\, \rho\, dr$

Συνεπώς ισχύει η *Εξίσωση συνέχειας της μάζας:*

$$dM(r)/dr = 4\pi r^2\, \rho \quad (4)$$

Η παραπάνω εξίσωση, μας δίνει τον ρυθμό αύξησης της μάζας, αν σε μια σφαίρα ακτίνας r προστεθεί ένα σφαιρικό κέλυφος πάχους dr.
Όπως είδαμε, κάνουμε ορισμένες παραδοχές και απλοποιήσεις των φυσικών νόμων για τη μελέτη των αστρικών ατμοσφαιρών, που απλουστεύουν τα παρουσιαζόμενα προβλήματα. Το σύνολο των

www.diavlosbooks.gr

παραπάνω παραδοχών καθορίζει το *«κλασικό πρόβλημα της πρότυπης ατμόσφαιρας».*

Οι τέσσερις μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις, που ήδη αναφέραμε, καθορίζουν ένα σύστημα εξισώσεων, το οποίο περιγράφει τη δομή των άστρων. Για τη λύση τους χρειάζονται ακόμα η *Καταστατική εξίσωση* και οι συντελεστές αδιαφάνειας μαζί με τον ρυθμό παραγωγής ενέργειας στο κέλυφος ανά μονάδα χρόνου (sec) και μάζας (gr). Δηλαδή οι τρεις συναρτήσεις της Τ.Θ.Ι.:

$\rho=\rho\ (\rho,T,(x_i))$ Καταστατική εξίσωση.

$\varepsilon_r=\varepsilon_r\ (\rho,T,(x_i))$ ο ρυθμός παραγωγής ενέργειας ανά sec και gr ύλης.

$k=k\ (\rho,T,(x_i))$ ο μέσος συντελεστής αδιαφάνειας.

Επίσης, χρειάζονται οι δύο οριακές συνθήκες:

α) στο κέντρο: $M_r=0$, $r=0$, $L_r=0$, και

β) στην επιφάνεια του αστεριού: $M_r=M$, $r=R$, $P=0$, $T=0$.

Από αυτές εξαρτάται και η λύση του προβλήματος της αστρικής εξέλιξης.

Και επειδή μιλάμε συνεχώς για στιβάδες ή κελύφη, το άστρο θεωρητικά χωρίζεται σε j συγκεντρικούς φλοιούς —συνήθως j=100—, που έχουν την ίδια χημική σύσταση. Άρα χρειάζεται μία επιπλέον υπόθεση, αυτή των σταθερών ατομικών αφθονιών. Υποθέτουμε, δηλαδή, ότι οι ατομικές αφθονίες των αντίστοιχων χημικών στοιχείων έχουν οριστεί λεπτομερώς και ότι είναι σταθερές σ' ολόκληρη την ατμόσφαιρα ή δεν έχουν την ίδια χημική σύσταση οπότε το πρόβλημα γίνεται πολυπλοκότερο. Κατόπιν σε καθένα από τα j αυτά κελύφη μάζας, ισχύουν οι τέσσερις πιο πάνω

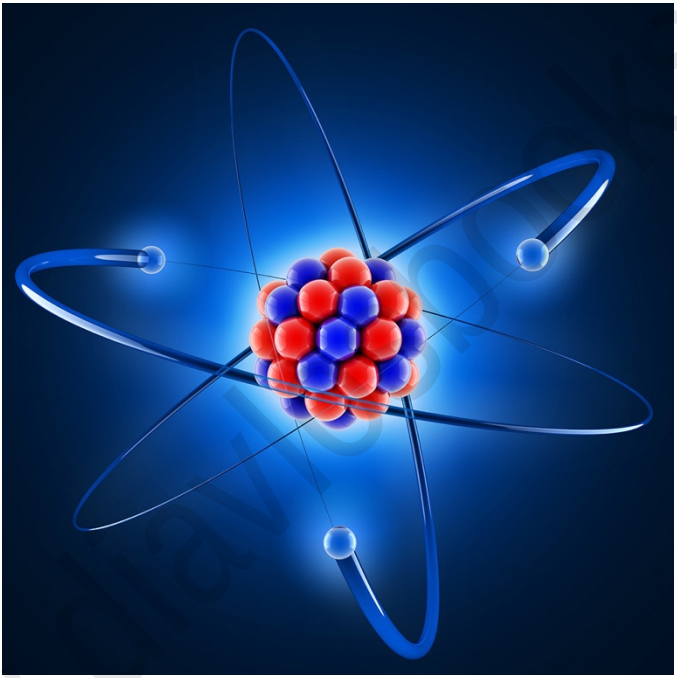
www.ziovlosbooks.gr

εξισώσεις διαφορών (δομής), που λύνονται βέβαια με τη βοήθεια πολύ ισχυρών ηλεκτρονικών υπολογιστών.

Σημειώνουμε ότι οι ίδιες υποθέσεις και κατά συνέπεια οι ίδιες εξισώσεις διαφορών ισχύουν και για το εσωτερικό των άστρων, όπως ακριβώς για τις ατμόσφαιρές τους, αφού και η κατανόηση της δομής του εσωτερικού των άστρων βασίζεται στο ίδιο εξιδανικευμένο πρότυπο.

www.diavlosbooks.gr

Στοιχειώδεις γνώσεις Ατομικής Φυσικής*



*Από το βιβλίο των Μάνου Δανέζη και Στράτου Θεοδοσίου:
«Το Σύμπαν που Αγάπησα – Εισαγωγή στην Αστροφυσική»
Εκδόσεις Δίαυλος, Αθήνα 1999

www.e-physics.gr

Εισαγωγή

Παρ' όλο που το μηχανιστικό μοντέλο δομής του ατόμου το οποίο περιγράφει η Ατομική Φυσική έρχεται σε αντίθεση με τη σύγχρονη κβαντική άποψη περί ύλης, σε πολλές περιπτώσεις, συνεχίζει να έχει ένα ιδιαίτερο ενδιαφέρον, εφ' όσον μάς βοηθεί στην κατανόηση σύνθετων φυσικών προβλημάτων. Γι' αυτόν τον λόγο θεωρούμε αναγκαίο να αναφερθούμε σε κάποια θεμελιώδη θέματα Ατομικής Φυσικής.



Δημόκριτος

Από την αρχαιότητα οι Ίωνες φιλόσοφοι και ιδιαίτερα ο *Λεύκιππος* και ο *Δημόκριτος* είχαν εισαγάγει την ιδέα ότι η ύλη δεν είναι συνεχής, αλλά αποτελείται από ένα σύνολο σωματιδίων που δεν είναι δυνατόν να διαιρεθούν περαιτέρω. Λόγω της συγκεκριμένης ιδιότητάς τους, τα σωματίδια αυτά ονομάστηκαν *άτομα (α στερητ.+τέμνω)*.

Πολύ αργότερα, ο Άγγλος φυσιοδίφης *Τζων Ντάλτον* (John Dalton, 1766-1844), διατύπωσε την άποψη —σε σχετική του ανακοίνωση το 1808— ότι το άτομο είναι ο μικρότερος δομικός λίθος της ύλης, η «θεμελιώδης μονάδα» της ύλης, μη περαιτέρω διαιρετή ή διασπάσιμη.

www.diavlos-books.gr

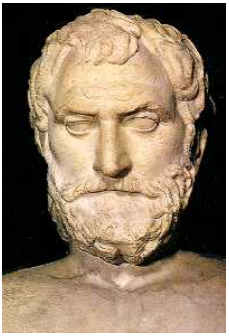


John Dalton, (1766-1844)

Εντούτοις η άποψη των αρχαίων Ιώνων φιλοσόφων και του Ντάλτον άρχισε να αμφισβητείται έντονα από τα τέλη του περασμένου αιώνα, αφού πολλά φαινόμενα (ακτίνες Χ, ραδιενέργεια κ.ά.) δεν μπορούσαν να εξηγηθούν. Έτσι επανήλθε στο προσκήνιο η φιλοσοφική άποψη του Αναξαγόρα (500-428 π.Χ.), που όπως αναφέρει ο *Αριστοτέλης* («Φυσικά», «Περί Ουρανού» και «Γεννέσεως και Φθοράς»), δίδασκε ότι η ύλη διαιρείται επ' άπειρον, ουδέποτε, δε, διαχωρίζεται τελείως, επειδή και το ελάχιστο μόριό της είναι σύνθετο, «μεμιγμένον», όπως ανέφερε ο σπουδαίος φιλόσοφος.

Συνεπώς ο *Αναξαγόρας*, όπως και οι μετά τον Dalton φυσικοί ήταν της άποψης ότι τα άτομα δεν ήταν άτμητα, αλλά χωρίζονταν σε μικρότερα σωματίδια, κάτι που σαφέστατα απέδειξε η σύγχρονη εργαστηριακή έρευνα.

www.ellinosbooks.gr



Αναξαγόρας

Σήμερα η ασυνέχεια της ύλης έχει επιβεβαιωθεί από ένα πλήθος θεωρητικών μελετών, παρατηρήσεων και πειραμάτων. Ήδη στη φύση έχουν βρεθεί περισσότερα από 100 διαφορετικά στοιχειώδη σωμάτια* ποικίλης προέλευσης (πυρηνικές αντιδράσεις, κοσμική ακτινοβολία κ.ά.). Παρ' όλα αυτά εμείς στην ενότητα αυτή θα περιοριστούμε στις βασικές ιδέες συγκρότησης της ύλης θεωρώντας ότι κάθε στοιχείο της αποτελείται από μικροσκοπικά όμοια σωματίδια, τα άτομα. Το άτομο είναι τόσο μικρό, που έχει διάμετρο μόλις

1 Angström**=10^{-8} cm. Αυτό σημαίνει ότι σε μήκος 1 cm χωρούν 100.000.000 άτομα. Έτσι αν για παράδειγμα, η διάμετρος του ατόμου γίνει ίση με ένα εκατοστό, τότε αναλογικά ένα πορτοκάλι θα γίνει ίσο με τη Γη!

---

* Η έρευνα των στοιχειωδών σωματιδίων έχει ως στόχο να κατανοήσουμε τη βασική δομή της ύλης και το πώς αυτή συμπεριφέρεται. Σήμερα πλέον γνωρίζουμε ότι η ύλη αποτελείται από στοιχειώδη σωμάτια τα οποία παρουσιάζουν αλληλεπίδραση με τρεις διαφορετικές δυνάμεις: ισχυρές, ασθενείς και ηλεκτρομαγνητικές. Τα σωμάτια και οι αλληλεπιδράσεις τους περιγράφονται μαθηματικά από κβαντικές θεωρίες πεδίων που ενσωματώνουν δύο θεμελιώδεις ανακαλύψεις του αιώνα: την Ειδική Σχετικότητα του Αϊνστάιν και την

www.ziti-books.gr

Κβαντομηχανική. Επιπλέον βασίζονται και σε μια αρχή ακόμη, που έγινε κατανοητή τα τελευταία τριάντα χρόνια, τη λεγόμενη συμμετρία βαθμίδος (Ιγνάτιος Αντωνιάδης, Ενοποιημένες Θεωρίες Υπερχορδών, Διάλεξη, Πέμπτη 19-3-1995).

** Προς τιμή του Σουηδού φυσικού *Anders Jonas Angström* (1814-1874), πρωτοπόρου στον τομέα της φασματοσκοπίας.



Anders Jonas Angström (1814-1874)

Σύμφωνα με την Ατομική Θεωρία, κάθε άτομο αποτελείται από τον θετικώς ηλεκτρισμένο *πυρήνα* του, γύρω από τον οποίο περιφέρονται τα ηλεκτρόνια, σε κυκλικές ή ελλειπτικές τροχιές διαφόρων διαμέτρων.

Ο πυρήνας αποτελείται από τα *πρωτόνια* και τα *νετρόνια*, που μαζί απαρτίζουν τα *νουκλεόνια* (από το nucleus=πυρήνας). Ο αριθμός Z των πρωτονίων του πυρήνα αποτελεί τον *Ατομικό Αριθμό*. Σημειώνουμε ότι η διάμετρος του πυρήνα είναι δέκα χιλιάδες φορές μικρότερη από τη διάμετρο του ατόμου.

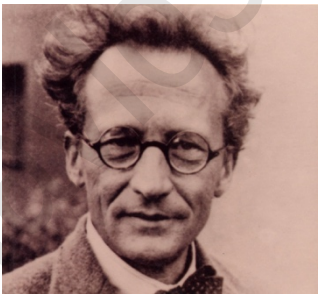
Για τη σύσταση και ιδιαίτερα τη δομή του ατόμου έχουν προταθεί κατά καιρούς διάφορα μοντέλα, που αναφέρονται

www.ebooks.gr

στη θέση, την ενέργεια, την ορμή και τη στροφορμή των σωματιδίων που συγκροτούν το άτομο. Τα σπουδαιότερα είναι τα μοντέλα του *Rutherford*, του *Bohr*, του *Schrödinger* κ.ά.



Rutherfor (1871-1937) N. Bohr (1885-1962)



Schrödinger

Σημειώνουμε βέβαια την αέναη κίνηση των σωματιδίων του μικρόκοσμου. Αυτή η αδιάκοπη κίνηση παρατηρείται σε όλο το «φάσμα» των σωματιδίων που συγκροτούν τον μικρόκοσμο. Τα κουάρκς —που συγκροτούν τα πρωτόνια και τα νετρόνια— στροβιλίζονται στο εσωτερικό των πρωτονίων και των νετρονίων. Τα πρωτόνια και τα νετρόνια, με τη σειρά τους, στροβιλίζονται διαρκώς στο εσωτερικό των πυρήνων. Τα πλανητικά ηλεκτρόνια

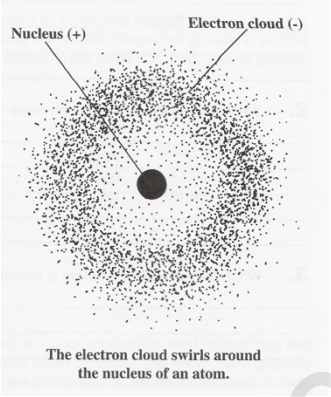
www.diasbooks.gr

περιφέρονται γύρω από τους πυρήνες σε σχετικά τεράστιες αποστάσεις. Τέλος, τα άτομα και τα μόρια κινούνται συνεχώς είτε γύρω από καθορισμένες θέσεις, είτε επενεργώντας αμοιβαία.

Συνεπώς στον μικρόκοσμο επικρατεί ένας αδιάκοπος ταχύτατος στροβιλισμός που γίνεται ακόμη εντονότερος καθώς μεταβαίνουμε από τους συνθετότερους προς τους απλούστερους σχηματισμούς.

Οι καθηγητές *Γ.Θ. Καλκάνης* και *Κ. Ευταξίας* σε σχετικό άρθρο τους (Ο χορός του Σύμπαντος, 1994) γι' αυτόν τον πραγματικά «τρελό» χορό του μικρόκοσμου, γράφουν σχετικά *: «Εξαιτίας αυτού του αέναου ταχύτατου "χορού", αυτών των κινήσεων, αλλά και —αυστηρότερα— γιατί ούτως ή άλλως δεν μπορούμε βάσει της αρχής της απροσδιοριστίας που έχει διατυπώσει ο Heisenberg, να προσδιορίσουμε με ακρίβεια κάθε χρονική στιγμή τη θέση των ταχύτατα κινουμένων σωματιδίων —όταν μάλιστα κινούνται με ταχύτητες συγκρίσιμες με αυτήν του φωτός— δεν σχεδιάζουμε ποτέ τα ίδια τα σωματίδια. Σχεδιάζουμε τις πιθανές στροβιλώδεις τροχιές τους ή γραμμοσκιάζουμε, εν είδει "νέφους", τις περιοχές όπου τα σωματίδια έχουν τη μεγαλύτερη πιθανότητα να ευρίσκονται κάθε στιγμή. Η πυκνότητα των γραμμών ή των στιγμών στις περιοχές αυτές και το εύρος των περιοχών παριστούν την πυκνότητα της πιθανότητας εύρεσης των σωματιδίων σε κάθε θέση (βλέπε σχήμα). Εξάλλου, επαναλαμβάνουμε, πως δεν υπάρχει κάποιο "υλικό", εν είδει "μεμβράνης", που να οριοθετεί τα σύνθετα σωματίδια, όπως εσφαλμένα δημιουργείται η εντύπωση από την —καλλιτεχνική...— σχεδίαση ή παράσταση των σύνθετων σωματιδίων και πυρήνων-ατόμων-μορίων ως σφαιριδίων...».*

www.diavgeiabooks.gr



Το ηλεκτρονικό νέφος

Το ατομικό μοντέλο του Rutherford

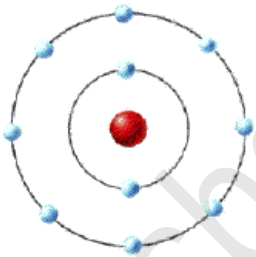


Ernest Rutherford
(1871-1937)

Σύμφωνα με τον Άγγλο φυσικό Ernest Rutherford (1871-1937), βραβείο Νόμπελ Χημείας το 1908, ο χώρος του ατόμου είναι σχεδόν άδειος και στο κέντρο του βρίσκεται ο μαζικός —θετικά φορτισμένος— πυρήνας αποτελούμενος από νετρόνια και πρωτόνια. Κάθε πρωτόνιο φέρει ένα

www.diavasbooks.gr

στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο, ενώ το νετρόνιο είναι ηλεκτρικά ουδέτερο. Γύρω από τον πυρήνα περιστρέφονται τα —αρνητικώς φορτισμένα— ηλεκτρόνια και εφ' όσον δεν έχουν σχεδόν βάρος, όλη η μάζα του ατόμου είναι συγκεντρωμένη στον πυρήνα του. Το ηλεκτρόνιο φέρει φορτίο ίσο με το πρωτόνιο, αλλά αρνητικό (e).



Συνεπώς, το ηλεκτρόνιο είναι σωμάτιο με ελάχιστη μάζα, σε σχέση με το πρωτόνιο, και αρνητικό φορτίο, απόλυτης τιμής ίσης με $1,6 \times 10^{-19}$ Cb (στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο).

Η θεωρητική μάζα ηρεμίας του ηλεκτρονίου ισούται με $9,108 \times 10^{-28}$ gr*. Τονίζουμε ότι η μάζα ηρεμίας και το φορτίο του ηλεκτρονίου είναι ίδια για όλα τα ηλεκτρόνια, ανεξάρτητα από το άτομο στο οποίο ανήκουν ή από το οποίο προέρχονται.

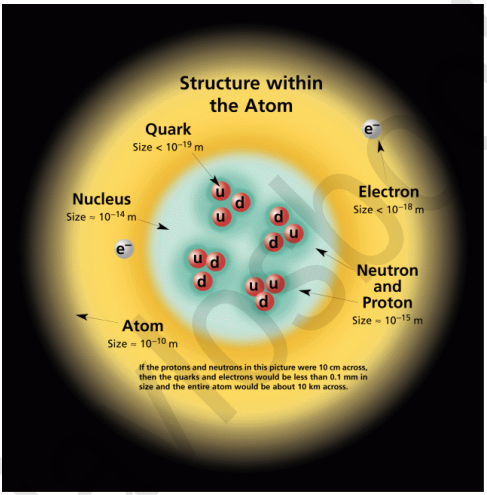
*Η έννοια της μάζας ηρεμίας του ηλεκτρονίου είναι μόνο θεωρητική εφ' όσον ένα ηλεκτρόνιο ποτέ δεν μπορεί να βρίσκεται σε κατάσταση ηρεμίας όπως τη θέλει η Νευτώνεια αντίληψη.

Το πρωτόνιο, όπως αναφέραμε, είναι σωμάτιο με φορτίο θετικό απολύτως ίσο με το φορτίο του ηλεκτρονίου, η μάζα του, όμως, είναι περίπου 1.845 φορές μεγαλύτερη. Τέλος, το

www.ziovlosbooks.gr

νετρόνιο είναι ηλεκτρικά ουδέτερο και η μάζα του είναι περίπου ίση με τη μάζα του πρωτονίου**.

** Επειδή το φορτίο κάθε πρωτονίου έχει αριθμητική τιμή ίση με αυτήν του ηλεκτρονίου (e), ενώ τα νετρόνια είναι ηλεκτρικά ουδέτερα, το συνολικό φορτίο του πυρήνα θα είναι Ze



Μάζα ηρεμίας ηλεκτρονίου m_e=9,108 x 10^{-28} gr.

Μάζα πρωτονίου m_p=1,6724 x 10^{-24} gr.

Μάζα νετρονίου m_n=1,6747 x 10^{-24} gr.

Τα άτομα επιδρώντας μεταξύ τους σχηματίζουν μόρια, τα οποία συνήθως αποτελούνται από δύο ή περισσότερα άτομα. Αν τα άτομα που συγκροτούν τα μόρια είναι όμοια μεταξύ τους, τότε σχηματίζουν μόρια στοιχείων, ενώ αν είναι ανόμοια, μόρια χημικών ενώσεων.

Τα μόρια είναι τα μικρότερα σωματίδια ύλης που μπορούν να υπάρχουν σε ελεύθερη κατάσταση διατηρώντας

ταυτόχρονα τις φυσικές και χημικές ιδιότητες του υλικού από το οποίο προήλθαν. Άλλωστε γνωρίζουμε ότι τόσο η σύσταση όσο και οι ιδιότητες ενός σώματος έχουν ως βάση το μόριό τους.

Όπως είναι φανερό, τα άτομα των διαφόρων στοιχείων, όταν βρίσκονται σε ομαλή κατάσταση, διαφέρουν μεταξύ τους ως προς τον αριθμό των πρωτονίων, των νετρονίων και των ηλεκτρονίων. Ο αριθμός όμως των πρωτονίων σ' ένα άτομο είναι πάντα ίσος με τον αριθμό των περιστρεφομένων ηλεκτρονίων.

Σε κάθε άτομο τα πρωτόνια και τα νετρόνια συγκροτούν τον πυρήνα του και αποτελούν περίπου το 99,9% της συνολικής μάζας του ατόμου, ενώ καταλαμβάνουν μόλις το ένα δεκάκις τρισεκατομμυριοστό τοις εκατό (10^{-13}%) του όγκου του. Φυσικά ο υπόλοιπος όγκος του ατόμου καταλαμβάνεται από τα ηλεκτρόνια, που όπως είπαμε, κινούνται σε τροχιές γύρω από τον πυρήνα σε σχετικά μεγάλες αποστάσεις απ' αυτόν (σε ακτίνα 10^4-10^5 φορές μεγαλύτερη από την ακτίνα του πυρήνα).

Ο σταθερός αριθμός των πρωτονίων του πυρήνα είναι η ταυτότητα ενός στοιχείου. Αν αλλάξει ο αριθμός των πρωτονίων, αλλάζει ταυτόχρονα και το στοιχείο. Αν τα πρωτόνια του οξυγόνου γίνουν για παράδειγμα 9, τότε αυτό πλέον θα αντιστοιχεί στο φθόριο. Η μεταβολή όμως του αριθμού των νετρονίων ή των ηλεκτρονίων δεν αλλάζει τις χημικές ιδιότητες του στοιχείου.

Σημειώνουμε, για μια ακόμα φορά, ότι η παραπάνω σχηματική παράσταση είναι πλασματική. Τα πρωτόνια, τα νετρόνια, όπως άλλωστε οι πυρήνες και τα άτομα ή τα μόρια, δεν οριοθετούνται από κανενός είδους κέλυφος, όπως μας δείχνει η σχηματική απεικόνισή τους, που ουσιαστικά χρησιμοποιείται καθαρά για διδακτικούς σκοπούς.

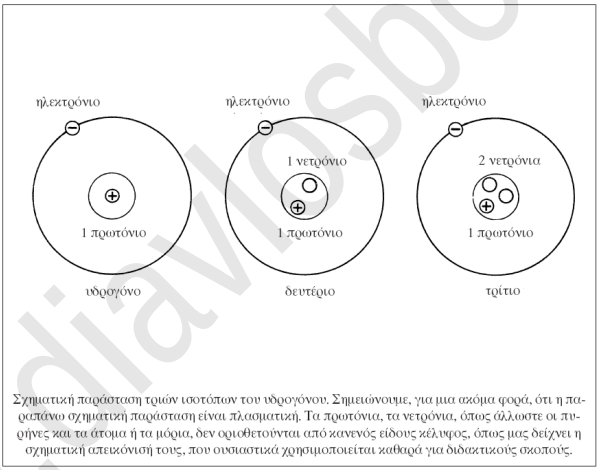
---

www.diavgeia.gr

Ατομικός αριθμός Z, όπως ήδη αναφέραμε, καλείται ο αριθμός των πρωτονίων ενός ατόμου, ενώ μαζικός αριθμός Α ονομάζεται το άθροισμα των πρωτονίων Z και των νετρονίων N:

$$\mathbf{A=Z+N}$$

Το ήλιον έχει δύο πρωτόνια και δύο νετρόνια· δηλαδή έχει Z=2 και A=4. Συμβολικά γράφουμε ${}_2He^4$, όπου ο κάτω δείκτης εκφράζει τον αριθμό των πρωτονίων (ατομικό αριθμό), ενώ ο πάνω δείκτης τον μαζικό αριθμό, το άθροισμα δηλαδή των πρωτονίων και των νετρονίων του ατόμου.



Σχηματική παράσταση τριών ισοτόπων του υδρογόνου. Σημειώνουμε, για μια ακόμα φορά, ότι η παραπάνω σχηματική παράσταση είναι πλασματική. Τα πρωτόνια, τα νετρόνια, όπως άλλωστε οι πυρήνες και τα άτομα ή τα μόρια, δεν οριοθετούνται από κανενός είδους κέλυφος, όπως μας δείχνει η σχηματική απεικόνισή τους, που ουσιαστικά χρησιμοποιείται καθαρά για διδακτικούς σκοπούς.

Κατανομή ηλεκτρονίων

Γύρω από τον πυρήνα και σε σχετικά τεράστιες αποστάσεις, κινούνται σε καθορισμένες ελλειπτικές τροχιές ηλεκτρόνια ίσα σε αριθμό με τα πρωτόνια του πυρήνα. Τα ηλεκτρόνια κινούνται, όπως ήδη έχουμε αναφέρει, με υψηλές ταχύτητες,

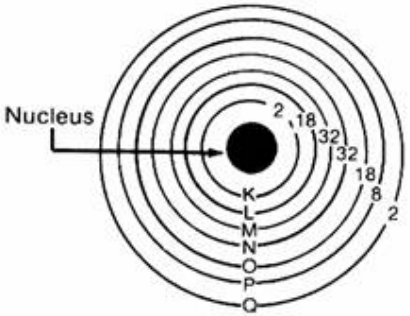
www.diavlosbooks.gr

έτσι ώστε η αναπτυσσόμενη φυγόκεντρος δύναμη να εξισορροπεί την ηλεκτροστατική έλξη μεταξύ ηλεκτρονίου-πρωτονίου. Τα ηλεκτρόνια δεν περιστρέφονται γύρω από τον πυρήνα άτακτα, αλλά φαίνονται σαν να βρίσκονται κατανεμημένα σε επάλληλες ηλεκτρονικές τροχιές, που λέγονται στιβάδες ή φλοιοί. Οι φλοιοί αυτοί έχουν ως κέντρο τους τον πυρήνα και διαδοχικά αυξανόμενη ακτίνα. Συμβολίζονται με τα κεφαλαία γράμματα του λατινικού αλφάβητου K, L, M, N, O, P και Q, αρχίζοντας από τον φλοιό που βρίσκεται πιο κοντά στον πυρήνα. Ειδικότερα η πλησιέστερη προς τον πυρήνα ηλεκτρονική τροχιά καλείται *βασική* ή *θεμελιώδης* στάθμη.
Η κατανομή των ηλεκτρονίων στις στιβάδες υπακούει σε ορισμένους κανόνες, που γενικά συνοψίζονται στα τρία αιτήματα του Bury:

1ον αίτημα του Bury:
Ο μέγιστος αριθμός ηλεκτρονίων που μπορεί να περιλάβει κάθε στιβάδα καθορίζεται από τον τύπο: $2n^2$. Ο αριθμός n καλείται κύριος ή πρώτος κβαντικός αριθμός και παίρνει τιμές από 1 έως 7. Έτσι τα ηλεκτρόνια που βρίσκονται στη στιβάδα K έχουν n=1, στην L έχουν n=2 και τελικά για την Q έχουν n=7. Δηλαδή: Στη στιβάδα K με n=1 κινούνται $2 \cdot 1^2 = 2$ ηλεκτρόνια, στην L με n=2 κινούνται $2 \cdot 2^2 = 8$ κ.ο.κ.

2ον αίτημα του Bury:
Η εξώτατη ηλεκτρονική τροχιά του ατόμου δεν μπορεί να περιέχει πάνω από 8 ηλεκτρόνια. Εννοείται ότι η στιβάδα K, βάσει του τύπου $2n^2$, δεν μπορεί να περιλάβει πάνω από 2 ηλεκτρόνια.

www.diolospbooks.gr



major energy level	K	L	M	N	O	P	Q
maximum number of electrons	2	8	18	32	32	18	2

Το ατομικό μοντέλο του Rutherford και ο επιτρεπόμενος αριθμός ηλεκτρονίων κατά στιβάδα

3ον αίτημα του Bury:
Η εκάστοτε προτελευταία στιβάδα δεν μπορεί να περιέχει πάνω από 18 ηλεκτρόνια. Συνεπώς κάθε στιβάδα μπορεί να φέρει έναν συγκεκριμένο αριθμό ηλεκτρονίων. Σημειώνουμε ότι οι χημικές ιδιότητες του κάθε στοιχείου καθορίζονται από τον αριθμό των ηλεκτρονίων της εξώτσατης στιβάδας.
Ήδη δείξαμε (Θεωρία των Κβάντα) ότι η ολική ενέργεια του ηλεκτρονίου δεν μπορεί να πάρει παρά μόνον ορισμένες τιμές, που—όπως θα δούμε στη συνέχεια— καθορίζονται από τέσσερις συντελεστές, οι οποίοι καλούνται κβαντικοί αριθμοί. Ήδη γνωρίσαμε τον κύριο κβαντικό αριθμό n. Οι κβαντικοί αυτοί αριθμοί καθορίζουν τη μορφή της ελλειπτικής τροχιάς, τον προσανατολισμό της στον χώρο, τη φορά περιστροφής του ηλεκτρονίου με κέντρο τον πυρήνα

www.ylos-books.gr

του και τέλος τη φορά της ιδιοπεριστροφής (spin)* του ηλεκτρονίου.

---

* Η λόγω της ιδίας περιστροφής (περί άξονα), στροφορμή ενός ηλεκτρονίου καλείται spin (S) και έχει μέτρο: S=sh/2π, όπου s είναι ο κβαντικός αριθμός του σπι πάντα την τιμή 1/2.

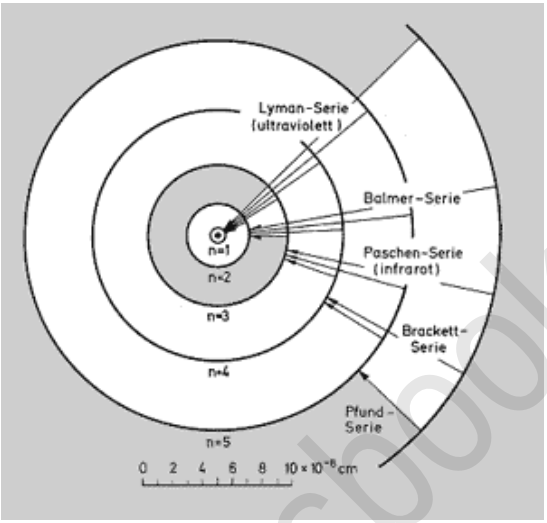
Η θεωρητική και πειραματική έρευνα έδειξαν ότι το απλούστερο στοιχείο στη φύση είναι το υδρογόνο. Στο άτομο του υδρογόνου ο πυρήνας του φέρει ένα πρωτόνιο (Z=1), ενώ γύρω από τον πυρήνα περιφέρεται —με μεγάλη ταχύτητα— ένα αρνητικά ηλεκτρισμένο σωματίδιο, το ηλεκτρόνιο.

Τα ηλεκτρόνια περιστρέφονται με ταχύτητες που εξαρτώνται από τις διάφορες ακτίνες των τροχιών. Το ηλεκτρόνιο του ατόμου του υδρογόνου, όταν αυτό διαγράψει τη βασική στάθμη, δηλαδή την τροχιά με τη μικρότερη ακτίνα, έχει ταχύτητα που ανέρχεται σε 2.190 Km/sec.

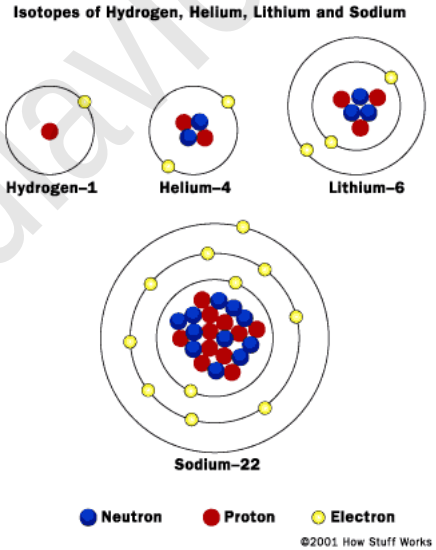
Εκτός από το υδρογόνο, τα άτομα των άλλων στοιχείων έχουν πιο πολύπλοκη κατασκευή. Πάντα, όμως, αποτελούνται από έναν θετικώς ηλεκτρισμένο πυρήνα και από ορισμένο αριθμό ηλεκτρονίων, που περιφέρονται γύρω απ' αυτόν.

Μετά το υδρογόνο, το απλούστερο άτομο είναι αυτό του ηλίου. Το ήλιον (He) έχει πυρήνα με διπλό θετικό φορτίο (Z=2, δύο πρωτόνια), γύρω από τον οποίο περιστρέφονται 2 ηλεκτρόνια.

www.diavasoulis.gr



Η δημιουργία των φασματικών γραμμών που συνιστούν τιν σειρές Lyman, Balmer, Paschen και Brackett του υδρογόνου.



Η ατομική δομή στα άτομα διαφόρων στοιχείων

www.diavlos.books.gr

Ένα άλλο γνωστό στοιχείο είναι το οξυγόνο, που αποτελείται από πυρήνα με 8 πρωτόνια και 8 νετρόνια (Ατομικό βάρος=16). Γύρω από τον πυρήνα περιφέρονται 8 ηλεκτρόνια σε δύο ελλειπτικές τροχιές, δύο στην εσωτερική και 6 στην εξωτερική. Ακολουθεί το Νάτριο με 11 ηλεκτρόνια κ.ο.κ

Οι συνθήκες του Bohr και οι ιδέες του de Broglie

Από τις διάφορες θεωρίες για τη δομή του ατόμου, η θεωρία του Δανού φυσικού Niels Bohr (1885-1962), βραβείο Νόμπελ Φυσικής το 1922, είναι εκείνη που μας βοηθάει περισσότερο στη στοιχειώδη κατανόηση ορισμένων φαινομένων Ατομικής Φυσικής.

Σύμφωνα με τη θεωρία αυτή (1913), τα ηλεκτρόνια ενός ατόμου περιφέρονται γύρω από τον πυρήνα σε ορισμένες επιτρεπόμενες κυκλικές τροχιές που καθορίζονται από την πρώτη συνθήκη του Bohr, η οποία αναφέρει ότι:

«Η στροφορμή m·v·r του ηλεκτρονίου, που κινείται γύρω από τον πυρήνα, είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της ποσότητας h/2π».

Όπως διαπιστώνουμε η στροφορμή του ηλεκτρονίου μπορεί να πάρει ορισμένες τιμές μόνον, είναι δηλαδή κβαντισμένη.

Η αντίστοιχη σχέση που περιγράφει την πρώτη συνθήκη του Bohr είναι: $m \cdot v \cdot r = n \cdot h/2\pi$

όπου:m=η μάζα ηρεμίας του ηλεκτρονίου ίση με $9{,}108 \times 10^{-28}$ gr.

r=η απόστασή του από τον πυρήνα του ατόμου.

v=η ταχύτητα του ηλεκτρονίου στην τροχιά του.

h=6,624 x 10^{-27} erg·sec η σταθερά δράσεως του Planck, και n=ο *κύριος κβαντικός αριθμός* που αντιστοιχεί στην τάξη της επιτρεπόμενης τροχιάς (n=1, 2, 3, 4, 5,...).

www.diavlosbooks.gr

*Σημειώνουμε ότι η προηγούμενη σχέση υπολογίστηκε για κάποιο άτομο που έχει μόνο ένα ηλεκτρόνιο, το οποίο κινείται σε κυκλική τροχιά γύρω από τον πυρήνα. Στην περίπτωση ατόμου με πολλά ηλεκτρόνια που έχουν τη δυνατότητα να κινούνται και επί ελλειπτικών τροχιών, ο υπολογισμός της στροφορμής περιγράφεται από τον δεύτερο κβαντικό αριθμό, που θα δούμε στη συνέχεια, ενώ ο πρώτος κβαντικός αριθμός εκφράζει μόνο τη συνολική ενέργεια του ηλεκτρονίου (βλέπε αμέσως παρακάτω: στάθμες ενέργειας, σελίδα....).

Παρατηρήσεις

Σύμφωνα με τον Bohr, που —όπως βλέπουμε— εισήγαγε το κβαντικό μοντέλο του ατόμου, η ολική ενέργεια που έχει το ηλεκτρόνιο, όταν κινείται σε κάποια τροχιά, είναι το άθροισμα τόσο της κινητικής του ενέργειας λόγω της ταχύτητάς του, όσο και της δυναμικής του ενέργειας λόγω της έλξης του από τον πυρήνα.

Σε κάθε τιμή του κύριου κβαντικού αριθμού* n, όπως ήδη έχουμε αναφέρει, αντιστοιχεί διαφορετική τιμή της ολικής ενέργειας του ηλεκτρονίου. Οι διάφορες αυτές τιμές της ολικής ενέργειας λέγονται *στάθμες ενέργειας*. Όσο μεγαλύτερος είναι ο κύριος κβαντικός αριθμός n, τόσο μεγαλύτερη είναι η ολική ενέργεια του ηλεκτρονίου.

Είναι σημαντικό να γνωρίζουμε ότι ο κύριος κβαντικός αριθμός n είναι το άθροισμα δύο άλλων κβαντικών αριθμών του *αζιμουθιακού κβαντικού αριθμού k* και του *ακτινικού κβαντικού αριθμού* n_r. Συνεπώς ισχύει:

$$n=k+n_r$$

Ο *αζιμουθιακός κβαντικός αριθμός* k παρέχει τη στροφορμή σε μονάδες h/2π και μπορεί να πάρει τις τιμές 1,2,3,... Δεν μπορεί όμως να πάρει την τιμή 0, εφ' όσον στην περίπτωση αυτή η κίνηση θα γινόταν πάνω σ' ένα ευθύγραμμο τμήμα, το οποίο θα περνούσε από τον πυρήνα, γεγονός, όμως, που δεν συμβαίνει.

www.physicsbooks.gr

Ο *ακτινικός κβαντικός αριθμός* n_r μπορεί να πάρει τις τιμές 0,1,2...

Η δεύτερη συνθήκη του Bohr

Η δεύτερη συνθήκη του Bohr διατυπώνεται ως εξής:
«Η κίνηση των ηλεκτρονίων στις διάφορες τροχιές —που καθορίζονται από την πρώτη συνθήκη —δεν συνοδεύεται από αντίστοιχη εκπομπή ακτινοβολίας. Ακτινοβολία (φως) εκπέμπεται μόνον όταν το ηλεκτρόνιο μεταπίπτει από μια συγκεκριμένη τροχιά σε μια άλλη μικρότερης ενέργειας».



Louis-Victor de Broglie (1892-1987)

Στη συνέχεια, ο Γάλλος φυσικός Louis-Victor de Broglie (1892-1987, βραβείο Νόμπελ Φυσικής το 1929), πρότεινε ότι η ενέργεια Ε του φωτονίου ισούται με c φορές το μέτρο της ορμής του p.

Το ότι ισχύει το προηγούμενο μπορούμε να το αποδείξουμε με τον επόμενο συλλογισμό:

$$E=m\,c^2 \text{ και } E/c=mc,$$

επειδή όμως

www.diastoukas.gr

$$p=E/c, \text{ έχουμε } E=c\,p,$$

και επειδή

$$E=h\,\nu, \text{ έχουμε } p=m\,c,$$

και επειδή $\nu=c/\lambda$, συνάγουμε ότι:

$$E=h\,c/\lambda$$

Αντικαθιστώντας παίρνουμε

$$c\,p=h\,c/\lambda, \text{ και } p=h/\lambda\cdot$$

τελικά ισχύει: $E=hc/\lambda=cp$.

Ο de Broglie έδειξε ότι η προηγούμενη σχέση ισχύει και για τα υλικά σωμάτια, και λύνοντάς την ως προς λ, έδειξε ότι κάθε σωμάτιο ορμής p αντιστοιχεί σ' ένα κύμα μήκους κύματος:

$$\lambda=h/p$$

Επεκτείνοντας τις θέσεις του Bohr, ο de Broglie πρότεινε ότι το μέγεθος της κυκλικής τροχιάς του ηλεκτρονίου στο άτομο του υδρογόνου δεν είναι τυχαίο. Η περίμετρος της τροχιάς $(2\pi\cdot r)$ ισούται με ένα ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος, που αντιστοιχεί στην κίνηση του ηλεκτρονίου.

Δηλαδή:

$$2\pi\, r=n\cdot\lambda_e \text{ επειδή } p=h/\lambda \text{ έχουμε } \lambda_e=h/p_e \text{ με } p_e=m_e\cdot v_e$$

$$\text{τότε } \lambda_e=h/m_e\cdot v_e. \text{ Συνεπώς:}$$

$$2\pi\cdot r=n\cdot h/m_e.v_e \quad \text{και} \quad r=n\,h/\,2\pi\, m_e\cdot v_e \ (1),$$

όπου: $h/\,2\pi=1{,}0542 \times 10^{-27}$ erg/sec, v_e η τροχιακή ταχύτητα κίνησης του ηλεκτρονίου, που υπολογίζεται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$F=m\cdot\gamma,$$

όπου $\gamma=v_e^2/r$ η κεντρομόλος επιτάχυνση του ηλεκτρονίου στην κυκλική του κίνηση γύρω από τον πυρήνα.

Επίσης ισχύει:

$$F=e^2/r^2 \text{ (νόμος του Coulomb).}$$

www.diavlosbooks.gr

Από τις δύο τελευταίες σχέσεις έχουμε:

$$m_e \cdot v_e^2 / r v_e^2 = e^2 / m_e \cdot r \qquad (3)$$

Από τη σχέση (1) υψώνοντας τα δύο μέλη στο τετράγωνο λαμβάνουμε:

$r^2 = n^2 h^2 / 4\pi^2 m_e^2 v_e^2$ και μέσω της (3):

$$r^2 = n^2 h^2 / 4\pi^2 m_e^2 \cdot e^2 / m_e . r, \text{ και}$$

$$r^2 = n^2 h^2 \cdot r / 4\pi^2 m_e \cdot e^2 \text{ και τελικά έχουμε:}$$

$$r = n^2 h^2 / 4\pi^2 m_e \cdot e^2 \qquad (4)$$

Η τελευταία σχέση δίνει την *ακτίνα του Bohr* ενώ ο ακέραιος αριθμός n είναι ο κύριος κβαντικός αριθμός.

Όπως συμπεραίνουμε, η μικρότερη επιτρεπόμενη τιμή της ακτίνας r δίνεται για n=1 από τη σχέση (4), $r_1 = h^2 / 4\pi^2 m_e \cdot e^2$, που αντιστοιχεί στη *βασική* ή *θεμελιώδη* κατάσταση του ατόμου του υδρογόνου. Η επόμενη ελάχιστη τιμή, για n=2, αντιστοιχεί στην πρώτη διεγερμένη κατάσταση του ατομικού υδρογόνου. Εφ' όσον στη σχέση (4) ο κύριος κβαντικός αριθμός είναι υψωμένος στο τετράγωνο, συμπεραίνουμε ότι η πρώτη διεγερμένη κατάσταση έχει ακτίνα τέσσερις φορές μεγαλύτερη από την ακτίνα της θεμελιώδους ηλεκτρονικής κατάστασης,

$$r_2 = 4 h^2 / 4\pi^2 m_e \cdot e^2 = h^2 / \pi^2 m_e \cdot e^2 = 4 r_1 .$$

Σημειώνουμε ότι τα άτομα είναι ευσταθή*, αφού τα ηλεκτρόνια βρίσκονται σε διακριτές ηλεκτρονικές τροχιές (φλοιούς) γύρω από τον πυρήνα. Επίσης το ηλεκτρόνιο της πρώτης στιβάδας δεν μπορεί να πλησιάσει στον πυρήνα περισσότερο από μια ακτίνα Bohr.

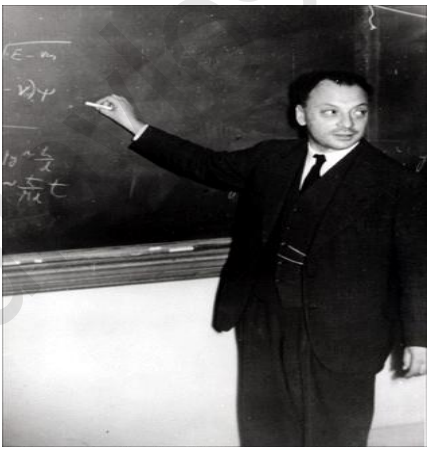
Για τα ελεύθερα ηλεκτρόνια η γνώση της κβαντικής κατάστασής τους περιορίζεται πάντοτε από τη λεγόμενη αρχή της αβεβαιότητας του Werner Heisenberg: *«Η θέση και η ορμή ενός ηλεκτρονίου δεν είναι δυνατόν να μετρηθούν ταυτόχρονα με απεριόριστη ακρίβεια»***.

www.diakrosbooks.gr

---

* Ευσταθή κατάσταση ενός ατόμου ονομάζουμε την κατάσταση ελάχιστης ενέργειάς του.

** Ο L.V. de Broglie και ο E. Schrödinger υπέθεταν ότι μπορούμε να προσδιορίσουμε συγχρόνως τη θέση και την ταχύτητα ή την ορμή του ηλεκτρονίου εντός του ατόμου, με μεγάλη ακρίβεια. Ο W. Heisenberg αμφισβήτησε την παραπάνω υπόθεση και τη δυνατότητα του ταυτόχρονου προδιορισμού τόσο της θέσης όσο και της ταχύτητας των ηλεκτρονίων. Υπέδειξε, δε, ότι όσο μεγαλύτερη προσπάθεια καταβάλλουμε για να προσδιορίσουμε την τιμή τής μιας εκ των δύο παραμέτρων —για παράδειγμα την ταχύτητα του ηλεκτρονίου— και την βρίσκουμε επακριβώς, τόσο αυξάνει η αβεβαιότητα για τη θέση του ηλεκτρονίου. Αυτό συμβαίνει επειδή τα δύο αυτά αλληλοσυνδεόμενα μεγέθη περιέχουν πάντα ορισμένα σφάλματα, που δυστυχώς δεν μπορούμε να τα αποφύγουμε. Συνεπώς αν έχουμε δύο συζυγή στοιχεία, όσο αυξάνει η ακρίβεια προσδιορισμού του ενός, αντίστοιχα τόσο ελαττώνεται ο ακριβής προσδιορισμός του άλλου.



Pauli

Και φυσικά, ισχύει η απαγορευτική αρχή του *Pauli* (1925) κατά την οποία:
«Δύο ηλεκτρόνια δεν μπορούν να βρεθούν στην ίδια κβαντική κατάσταση».

Συνεπώς, δεν είναι δυνατόν να υπάρχουν στο ίδιο άτομο δύο ηλεκτρόνια που να έχουν και τους τέσσερις κβαντικούς αριθμούς ίδιους. Δηλαδή, μόνο ένα ηλεκτρόνιο είναι δυνατόν να βρίσκεται σε κάποια δεδομένη κατάσταση διαφορετική από την κατάσταση των άλλων ηλεκτρονίων.

Στάθμες ενέργειας

Αποδεικνύεται ότι η δυναμική ενέργεια του ηλεκτρονίου ισούται με:

$$E_{δυν}=-(Ze^2)/r=-(4\pi^2Z^2e^4m_e)/(n^2h^2)$$

το αρνητικό πρόσημο (πλην) που προτάσσεται, δηλώνει ότι κατά τη μετακίνηση του φορτίου *παράγεται* έργον.

Ομοίως η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου $E_{κιν}$ δίνεται από τη σχέση:

$$E_{κιν}=(2\pi^2Z^2e^4m)/(n^2h^2)$$

Από τα προηγούμενα μπορούμε να αποδείξουμε ότι η ολική ενέργεια του ηλεκτρονίου $E_{ολ}$ ισούται με:

$$E_{ολ}=E_{δυν}+E_{κιν}=-(2\pi^2Z^2e^4m_e)/(n^2h^2)$$

όπου Z το συνολικό φορτίο του πυρήνα.

Όπως διαπιστώνουμε, η ολική ενέργεια του ηλεκτρονίου μπορεί να πάρει ορισμένες τιμές μόνον, είναι δηλαδή κβαντισμένη.

Οι τιμές της ολικής ενέργειας E_1, E_2, E_3,..... των ηλεκτρονίων που βρίσκονται σε διαφορετικές τροχιές ονομάζονται *στάθμες ενέργειας*.

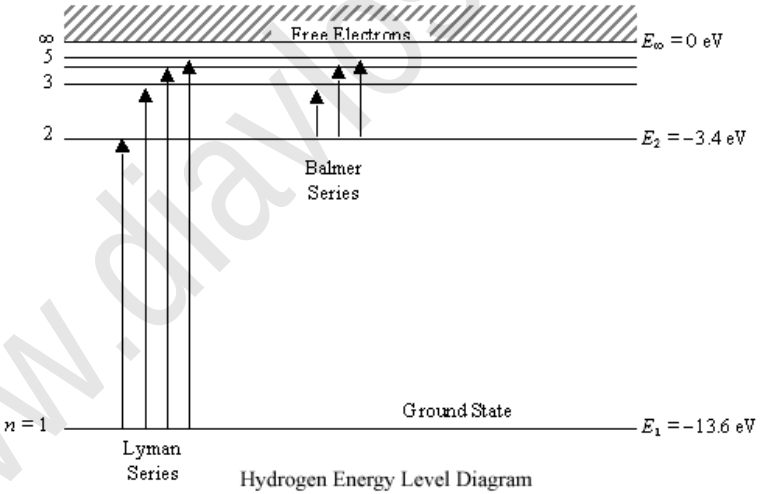
Οι ενεργειακές στάθμες παρίστανται συνήθως με μια ομάδα παράλληλων μεταξύ τους ευθειών, καθέτων σε έναν κατακόρυφο άξονα βαθμολογημένο σε μονάδες ενέργειας (Σχήμα...).

www.diavlos.gr

Οι αποστάσεις μεταξύ των παράλληλων ευθειών αντιστοιχούν στη διαφορά των ολικών ενεργειών των σταθμών ενέργειας.

Πάνω στο προηγούμενο διάγραμμα τα άλματα των ηλεκτρονίων παρίστανται με κατακόρυφα βέλη με αρχή τη στάθμη αφετηρίας και πέρας τη στάθμη κατάληξης.

Όπως ήδη είδαμε, σύμφωνα με την πρώτη συνθήκη του Bohr η τιμή της ολικής ενέργειας κάθε ηλεκτρονίου μπορεί να πάρει μόνον ορισμένες τιμές. Αυτό σημαίνει ότι κατά τη διάρκεια των αλμάτων τους σε στάθμες μικρότερης ενέργειας, τα ηλεκτρόνια θα εκπέμπουν φωτόνια συγκεκριμένων μόνο συχνοτήτων. Αποτέλεσμα αυτού του γεγονότος είναι ότι το φάσμα εκπομπής των ατόμων είναι γραμμικό.



Ενεργειακές στάθμες στο άτομο του υδρογόνου

www.diavgeia.gr

Εφαρμογή

Η ολική ενέργεια της τροχιακής κίνησης του ηλεκτρονίου θα είναι το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής του ενέργειας:

$$E = E_{κιν} + E_{δυν}$$

$$E = m_e v^2/2 + (-e^2/r) \qquad (1)$$

Για την περίπτωση του υδρογόνου ισχύει ότι το φορτίο του πυρήνα Z=1.

Όπως γνωρίζουμε:

$F = m_e \gamma$, όπου $\gamma = v^2/r$ και έτσι $F = m_e v^2/r$, επίσης ισχύει:

$$F = e^2/r^2 \text{ (νόμος Coulomb)}$$

Συνεπώς γενικά ισχύει:

$$m_e v^2/r = e^2/r^2 \text{ και } m_e v^2 = e^2/r$$

Αντικαθιστώντας στην (1) έχουμε:

$$E = e^2/2r - e^2/r = -e^2/2r \qquad (2)$$

Γνωρίζουμε, όμως, ότι για τις κυκλικές τροχιές ισχύει:

$$r = n^2 (h^2/4\pi^2 m_e e^2), \text{ (ακτίνα του Bohr).}$$

Έτσι από τη (2) έχουμε:

$$E = -e^2/2n^2 (h^2/4\pi^2 m_e e^2)$$

$$E = -4\pi^2 m_e e^4 /2n^2 h^2 \text{ άρα}$$

$$E = -1/n^2 (2\pi^2 m_e e^4 /h^2) \quad (3)$$

Συνεπώς η συνολική ενέργεια του ηλεκτρονίου, όπως βλέπουμε, εξαρτάται από τον κύριο κβαντικό αριθμό n.

Η πιο πάνω ενέργεια $E = -n^{-2} (2\pi^2 m_e e^4/h^2)$ τείνει στο μηδέν καθώς το n τείνει στο άπειρο (όριο ιονισμού). Στο όριο ιονισμού το ηλεκτρόνιο έχει πια αποσπαστεί από τον πυρήνα.

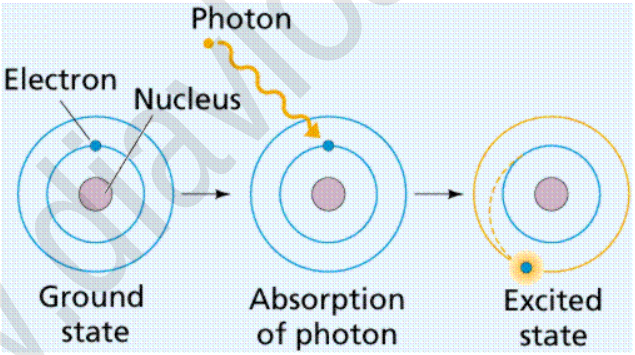
www.diavibooks.gr

Διέγερση και ιονισμός του ατόμου

α) Διέγερση

Όταν λέμε ότι ένα άτομο βρίσκεται στη θεμελιώδη κατάσταση και τα ηλεκτρόνιά του κινούνται στις θεμελιώδεις τροχιές, εννοούμε ότι όλα τα ηλεκτρόνια αυτού του ατόμου βρίσκονται στις επιτρεπόμενες τροχιές —που η ενέργειά τους είναι η ελάχιστη— και δεν μπορούν να μεταπέσουν σε χαμηλότερες στάθμες ενέργειας.

Αν ένα άτομο, που βρίσκεται στη θεμελιώδη κατάσταση, συγκρουστεί με άλλο σωματίδιο μεγάλης ταχύτητας ή απορροφήσει την ενέργεια ενός φωτονίου, τότε παίρνει ενέργεια από έξω και είναι δυνατόν ένα ή περισσότερα ηλεκτρόνιά του να μεταπηδήσουν από τη θεμελιώδη τροχιά σε άλλη με μεγαλύτερη ολική ενέργεια. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται *διέγερση του ατόμου*.



Διέγερση του ατόμου του Υδρογόνου

Διέγερση, λοιπόν, έχουμε όταν τουλάχιστον ένα από τα ηλεκτρόνια ενός ατόμου εγκαταλείψει τη θεμελιώδη τροχιά και, χωρίς να απομακρυνθεί τελείως από το άτομο, μεταπηδήσει σε άλλη τροχιά μεγαλύτερης ακτίνας στην

www.diavlosbooks.gr

οποία και κινείται. Τότε το άτομο αυτό καλείται *διεγερμένο*.
Το ηλεκτρόνιο που μεταπηδά σε τροχιά μεγαλύτερης ενέργειας, μένει σ' αυτήν πάρα πολύ μικρό χρονικό διάστημα (10^{-8} sec) και κατόπιν επανέρχεται με ένα άλμα, ή με διαδοχικά άλματα από τροχιά σε τροχιά στη θεμελιώδη τροχιά του.
Συνεπώς, διέγερση ονομάζουμε τη μετάβαση ηλεκτρονίων από εσωτερικές σε εξωτερικές τροχιές, φαινόμενο που έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση γραμμών απορρόφησης. Κατά τη διέγερση, το ηλεκτρόνιο που μεταπήδησε στη νέα τροχιά έχει ολική ενέργεια E_b μεγαλύτερη από την αρχική ενέργεια E_a που αντίστοιχα είχε στη θεμελιώδη τροχιά. Τη διαφορά E_b-E_a =E_{ab}, που λέγεται *ενέργεια ή δυναμικό διέγερσης,* την παρέχει στο άτομο το αίτιο που προκάλεσε τη διέγερση.
Η κίνηση του ηλεκτρονίου στην τροχιά μεγαλύτερης ακτίνας δεν είναι δυνατόν να διατηρείται επ' αόριστον. Έτσι μετά από σύντομο χρόνο επανέρχεται στη θεμελιώδη τροχιά του. Στην περίπτωση αυτή συμβαίνει *αποδιέγερση* του ηλεκτρονίου, που δημιουργεί γραμμές εκπομπής, αφού εκλύεται αντίστοιχη ενέργεια $E_{ab}=E_b-E_a$. Το δυναμικό διέγερσης που εκ νέου απελευθερώνεται, αποβάλλεται ως ακτινοβολία.
Αποδιέγερση, λοιπόν, είναι η αντίστροφη της διέγερσης φυσική διεργασία. Στην περίπτωση αυτή το ηλεκτρόνιο χάνει ένα ποσόν ενέργειας και έτσι μεταπίπτει από μια ενεργειακή στάθμη σε άλλη, ενεργειακά χαμηλότερη.
Η μεταπήδηση ηλεκτρονίων από εξωτερικές σε εσωτερικές τροχιές δημιουργεί γραμμές εκπομπής και η εκλυόμενη ενέργεια λέγεται *ενέργεια εκπομπής*.
Στις περιπτώσεις της διέγερσης και της αποδιέγερσης οι ενεργειακές στάθμες στις οποίες κινούνται τα ηλεκτρόνια είναι ορισμένες.

Η συχνότητα ν της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας υπολογίζεται από την εξίσωση $E_{ab}=E_b-E_a=h\cdot\nu$. Έτσι κατά την αποδιέγερση θα έχουμε εκπομπή φωτονίων, που η ενέργεια του κάθε φωτονίου θα δίνεται από την προηγούμενη εξίσωση, εφ' όσον βέβαια το ηλεκτρόνιο μεταπέσει απ' ευθείας από την τελική τροχιά στην αρχική*.

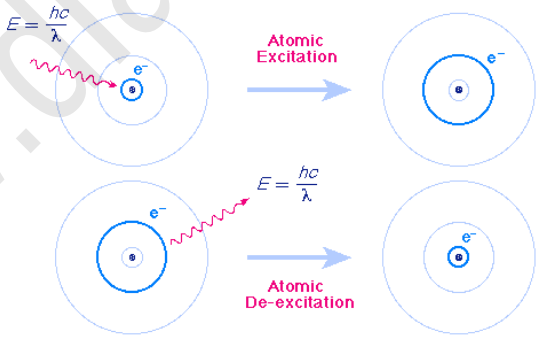
---

*Η συχνότητα ν της ακτινοβολίας η οποία εκπέμπεται αν ένα ηλεκτρόνιο μεταπηδήσει από τροχιά με κύριο κβαντικό αριθμό m (βλέπε σελίδα....) σε τροχιά με κβαντικό αριθμό n, δίνεται από τη σχέση:

$\nu=[(2\pi^2e^4m)/h^3].[(m^2-n^2)/m^2\cdot n^2)]$ όπου:$(2\pi^2e^4m)/h^3=Rc$,

c=η ταχύτητα του φωτός και R=σταθερά του Rydberg, που για το υδρογόνο έχει την τιμή: $R=109677{,}58\ cm^{-1}$.

Οι ενέργειες E_b και E_a είναι καθορισμένες για το κάθε ηλεκτρόνιο ενός ατόμου (όπως άλλωστε προβλέπει η θεωρία του Bohr)· συνεπώς η ενέργεια των φωτονίων που παράγονται θα έχει τελείως συγκεκριμένες τιμές, χαρακτηριστικές του ατόμου και το φάσμα που δημιουργείται θα είναι γραμμικό.



Διέγερση και αποδιέγερση με απορρόφηση και εκπομή φωτονίου

www.diavgeiospoks.gr

β) Ιονισμός του ατόμου

Αν η ενέργεια που δίνεται σ' ένα ηλεκτρόνιο ενός ατόμου ή μορίου στο οποίο ανήκει το άτομο είναι σχετικά μεγάλη, τότε το ηλεκτρόνιο της εξώτατης στιβάδας μπορεί να απομακρυνθεί τόσο πολύ από τον πυρήνα, ώστε να φύγει τελείως από την έλξη του και να απομακρυνθεί από το άτομο στο οποίο ανήκε κινούμενο θεωρητικά σε άπειρη τροχιά. Το παραμένον θετικό φορτισμένο άτομο καλείται κατιόν. Αντίθετα, η εξώτατη στιβάδα κάποιες φορές προσλαμβάνει ηλεκτρόνια από το περιβάλλον, οπότε το άτομο φορτίζεται αρνητικά και καλείται ανιόν. Το φαινόμενο λέγεται *ιονισμός* και το άτομο ή το μόριο από το οποίο έφυγε το ηλεκτρόνιο λέγεται *ιόν*. Το άτομο που έχασε ένα ηλεκτρόνιο έμεινε θετικά φορτισμένο, δηλαδή είναι ένα θετικό ιόν (κατιόν). Κάποιες φορές συμβαίνει ένα άτομο ή μόριο αντί να χάσει ηλεκτρόνιο να προσλάβει ένα επιπλέον. Σ' αυτήν την περίπτωση σχηματίζεται αρνητικό ιόν (ανιόν).

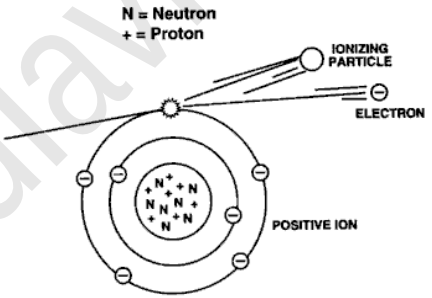


Figure 2-XIII. Electron Removal by Ionization

Ιονισμός του ατόμου. Το ηλεκτρόνιο προσλαμβάνει ενέργεια και απομακρύνεται από την δομή του ατόμου ή του ιόντος

Ιονισμός, λοιπόν, συμβαίνει όταν ένα ή περισσότερα από τα ηλεκτρόνια που περιφέρονται γύρω από τον πυρήνα

www.diavgeiakis.gr

εγκαταλείψουν τη θεμελιώδη τροχιά τους γύρω απ' αυτόν και, αφού ελευθερωθούν, να απομακρυνθούν τελείως από το άτομο.

Ώστε, όταν τα περιφερόμενα ηλεκτρόνια φύγουν τελείως από την έλξη του πυρήνα, τότε εμφανίζεται το φαινόμενο του ιονισμού. Η ελάχιστη ενέργεια που απαιτείται για τον ιονισμό ενός ατόμου λέγεται *ενέργεια ιονισμού* και είναι η μικρότερη ενέργεια στην οποία ένα ηλεκτρόνιο και ένα άτομο απλώς ιονισμένο μπορούν να υπάρχουν εντελώς διαχωρισμένα μεταξύ τους.

Η ενέργεια ιονισμού μπορεί να προέρχεται:

α) Είτε από σύγκρουση με μόρια ή άτομα που κινούνται ταχέως ή ακόμα και με φορτισμένα σωμάτια (ηλεκτρόνια, σωμάτια άλφα κ.ά). Σ' αυτήν την περίπτωση έχουμε ιονισμό κρούσης.

β) Είτε από απορρόφηση φωτονίων (υπεριώδους ακτινοβολίας, ακτινοβολίας ακτίνων Χ, ακτίνων γάμμα κ.ά).

Σημειώνουμε, ότι —όπως άλλωστε είναι φανερό— το δυναμικό διέγερσης είναι μικρότερο από το δυναμικό ιονισμού.

Για να μεταπηδήσει ένα εξωτερικό ηλεκτρόνιο ενός ατόμου σε κάποια στάθμη μεγαλύτερης ενέργειας πρέπει να απορροφήσει ενέργεια, την οποία ονομάζουμε *δέσμια-δέσμια απορόφηση*. Με τον τρόπο αυτόν σχηματίζονται οι γραμμές απορρόφησης.

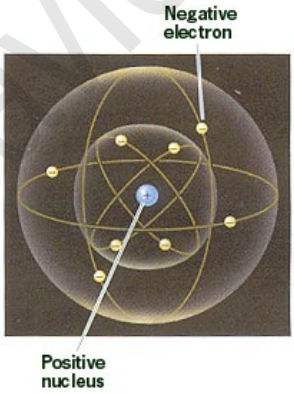
Αντίθετα, αν ένα ηλεκτρόνιο μεταπηδήσει από μια στάθμη μεγαλύτερης ενέργειας σε μια στάθμη μικρότερης ενέργειας, εκπέμπει ακτινοβολία, που ονομάζεται *δέσμια-δέσμια εκπομπή,* σχηματίζοντας μια γραμμή εκπομπής.

Εκτός όμως της προηγούμενης περίπτωσης είναι δυνατόν ένα άτομο απορροφώντας ενέργεια μεγαλύτερη από την ενέργεια ιονισμού του, να ιονισθεί, ενώ η επιπλέον ενέργεια να αποδοθεί σαν κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου. Η

www.studyspoke.gr

απορρόφηση αυτή ονομάζεται *δέσμια-ελεύθερη* και αντιστοιχεί στο συνεχές φάσμα απορρόφησης του ατόμου.
Στην αντίθετη περίπτωση, όταν δηλαδή συλλαμβάνεται ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο από ένα άτομο, εκπέμπεται ακτινοβολία που χαρακτηρίζεται σαν *ελεύθερη-δέσμια* και αντιστοιχεί στο συνεχές φάσμα εκπομπής του ατόμου.
Εκτός των προηγουμένων είναι δυνατόν ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο να αυξήσει ή να ελαττώσει την ενέργειά του λόγω κάποιων ελαστικών κρούσεων με κάποια ιόντα. Στην περίπτωση αυτή απορροφάται ή εκπέμπεται, αντίστοιχα, ακτινοβολία, η οποία χαρακτηρίζεται σαν *ελεύθερη-ελεύθερη* απορρόφηση ή εκπομπή και αντιστοιχεί στο συνεχές φάσμα του ατόμου. Η ακτινοβολία που εκπέμπεται ονομάζεται *ακτινοβολία πεδήσεως.*

Οι ελλειπτικές τροχιές των ηλεκτρονίων



Οι ελλειπτικές τροχιές των ηλεκτρονίων

Όπως απέδειξε ο Γερμανός φυσικός *Arnold Sommerfeld* (1868-1951), βελτιώνοντας το πρότυπο του *N. Bohr*, το

www.diavlos.gr

ηλεκτρόνιο εκτός της κυκλικής τροχιάς μπορεί να διαγράψει και ελλειπτικές τροχιές.

Τα μήκη τού μεγάλου και μικρού ημιάξονα της ελλειπτικής τροχιάς δίνονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$a=(h^2/4\pi^2 m_e e^2)n^2 \text{ και } b=(h^2/4\pi^2 m_e e^2)nk$$

όπου *k* είναι *ο αζιμουθιακός κβαντικός αριθμός*.

Το ηλεκτρόνιο καθώς περιφέρεται γύρω από τον πυρήνα σε κυκλική ή ελλειπτική τροχιά παρουσιάζει μια στροφορμή που ονομάζεται *στροφορμή εκ περιφοράς (l)* και το μέτρο της δίνεται από τη σχέση:

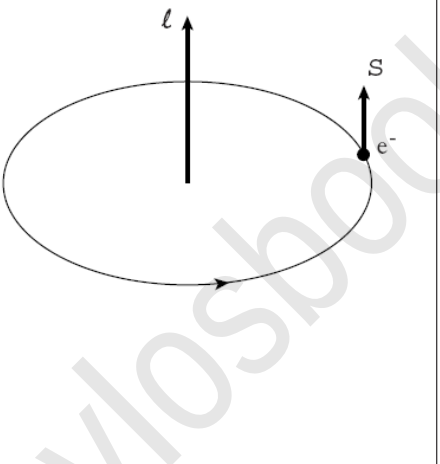
$$l=\mathbf{l}\cdot(h/2\pi)$$

όπου **l** είναι ο *δεύτερος κβαντικός αριθμός,* ο οποίος μπορεί να πάρει τις τιμές 0,1,2,3,..., n-1. Το άνυσμα l είναι κάθετο στην τροχιά του ηλεκτρονίου.

Όπως γνωρίζουμε σήμερα, εάν ένα άτομο βρεθεί μέσα σ' ένα ομογενές μαγνητικό (ή ηλεκτρικό) πεδίο, τα επίπεδα των τροχιών των ηλεκτρονίων δεν μπορούν να έχουν οποιονδήποτε προσανατολισμό, αλλά τέτοιον, ώστε η προβολή του ανύσματος **l** (της στροφορμής λόγω περιφοράς) πάνω στη διεύθυνση του πεδίου να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της ποσότητας h/2π, δηλαδή του $m_l\cdot h/2\pi$· όπου m_l, ονομάζεται ο *μαγνητικός κβαντικός αριθμός της στροφορμής εκ περιφοράς (ή τρίτος κβαντικός αριθμός)* και παίρνει τις τιμές $m_l=\mathbf{l}, \mathbf{l}\text{-}1, \mathbf{l}\text{-}2,..., -\mathbf{l}$.

Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται *κβάντωση κατεύθυνσης*.

www.diavlosbooks.gr



Στροφορμή εκ περιφοράς ℓ και ολικό σπιν S του ηλεκτρονίου του ατόμου του υδρογόνου.

Επειδή η ολική ενέργεια του ηλεκτρονίου $E_{ολ}$ (βλέπε στάθμες ενέργειας, σελίδα.....) εξαρτάται μόνο από τον κύριο κβαντικό αριθμό n, οι στάθμες ενέργειας όλων των τροχιών με το ίδιο n, αλλά με διαφορετικά k, θα συμπίπτουν. Αυτό σημαίνει (βλέπε ανωτέρω σχέσεις ημιαξόνων ελλειπτικών τροχιών) ότι ο εντοπισμός της ύπαρξης και ελλειπτικών τροχιών δεν δημιουργεί επιπλέον νέες στάθμες ενέργειας, και σε προέκταση, ούτε νέες φασματικές γραμμές.

www.diavlosbooks.gr

Στην περίπτωση ενός ατόμου με πολλά ηλεκτρόνια έχει αποδειχθεί ότι η *ολική στροφορμή τού εκ περιφοράς* $\boldsymbol{l_o}$ θα είναι το ανυσματικό άθροισμα των στροφορμών των ηλεκτρονίων του. Το μέτρο της ολικής στροφορμής εκ περιφοράς είναι $\mathbf{l_0=\Sigma l=L\cdot h/2\pi}$ δηλαδή είναι κβαντισμένη. Ο L ονομάζεται *κβαντικός αριθμός της ολικής στροφορμής εκ περιφοράς* και παίρνει τις τιμές 0,1,2,3...
Όπως αποδεικνύεται, η ολική στροφορμή εκ περιφοράς κάθε συμπληρωμένου με ηλεκτρόνια φλοιού είναι μηδέν. Αυτό σημαίνει ότι η ολική στροφορμή του ατόμου εκ περιφοράς εξαρτάται από τη στροφορμή των ηλεκτρονίων των ασυμπλήρωτων φλοιών του.

Η ιδιοπεριστροφή του ηλεκτρονίου

Το ηλεκτρόνιο, όπως έχει αποδειχθεί, εκτός της περιφοράς του γύρω από τον πυρήνα, εκτελεί και μια περιστροφή γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Η ιδιοπεριστροφή του ηλεκτρονίου δημιουργεί μια στροφορμή που ονομάζεται ιδιοστροφορμή S (spin) και έχει μέτρο:

$$\mathbf{S=s\cdot h/2\pi}$$

όπου ο παράγοντας s, ονομάζεται *κβαντικός αριθμός του σπιν* και έχει πάντα την τιμή 1/2.
Εάν το άτομο βρεθεί μέσα σ' ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο, το σπιν παρουσιάζει και αυτό κβάντωση κατεύθυνσης εφ' όσον μπορεί να έχει μόνον δύο προσανατολισμούς, να είναι δηλαδή είτε ομόρροπο είτε αντίρροπο προς τη διεύθυνση του πεδίου. Λόγω αυτού του φαινομένου η προβολή τού σπιν πάνω στη διεύθυνση του πεδίου είναι πολλαπλάσιο της ποσότητας h/2π, δηλαδή, $m_S\cdot h/2\pi\cdot$ ο παράγοντας m_S είναι ο *μαγνητικός κβαντικός αριθμός του σπιν (ή τέταρτος κβαντικός αριθμός)* και μπορεί να πάρει τις τιμές +1/2, -1/2.

www.tiavlebooks.gr

Έχει αποδειχθεί —στην περίπτωση ενός ατόμου με πολλά ηλεκτρόνια— ότι το ολικό σπιν $\mathbf{S_o}$ θα είναι το ανυσματικό άθροισμα των στροφορμών των ηλεκτρονίων του. Το μέτρο του ολικού σπιν είναι $\mathbf{S_o=\Sigma S=S_\sigma \cdot h/2\pi}$ δηλαδή είναι κβαντισμένο. Ο παράγοντας S_σ ονομάζεται *κβαντικός αριθμός του ολικού σπιν* και παίρνει τιμές που είναι ακέραια πολλαπλάσια του 1/2.

Η ολική στροφορμή του ατόμου

*Ολική στροφορμή **J*** ενός ατόμου ονομάζουμε τη σύνθεση της ολικής στροφορμής εκ περιφοράς και του ολικού σπιν του ατόμου. Όπως μπορούμε να αποδείξουμε το μέτρο της ολικής στροφορμής J, ισούται με: $\mathbf{J=l_o+S_o=J_\sigma h/2\pi,}$ όπου ο παράγοντας J_σ καλείται *εσωτερικός κβαντικός αριθμός (ή κβαντικός αριθμός της ολικής στροφορμής)* και για ένα άτομο που τα εξωτερικά του ηλεκτρόνια έχουν ολική στροφορμή εκ περιφοράς $\mathbf{l_o}$ και ολικό σπιν $\mathbf{S_o}$, μπορεί να πάρει τις τιμές $\mathbf{J=L+S_\sigma,\ L+S_\sigma-1,\ L+S_\sigma-2,...,\ L-S_\sigma}$. Οι τιμές αυτές είναι είτε ακέραιες είτε ημιπεριτές αναλόγως του αριθμού των εξωτερικών ηλεκτρονίων.

Η ολική στροφορμή κάθε συμπληρωμένου φλοιού ή υποφλοιού ισούται με το μηδέν. Ως εκ τούτου μπορούμε να λαμβάνουμε υπ' όψη μας μόνο τα εξωτερικά ηλεκτρόνια.

Η δυνατότητα της κατά διάφορους τρόπους σύνθεσης δεδομένων ανυσμάτων, όπως τα $\mathbf{l_o}$, $\mathbf{S_o}$, έχει ως αποτέλεσμα να προκύπτουν διάφορες τιμές του $\mathbf{J_\sigma}$.

Ο αριθμός των διαφόρων δυνατοτήτων σύνθεσης καλείται *πολλαπλότης r** και δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{r=2S_\sigma+1}$$

---

* Για κάθε τρόπο σύνθεσης των ανυσμάτων l_0, S_0 (διαφορετικά J) προκύπτει και μια διαφορετική φασματική γραμμή. Το σύνολο των

www.ebooks.gr

φασματικών αυτών γραμμών λέμε ότι ανήκουν στην αυτή *πολλαπλότητα* και βρίσκονται αρκετά κοντά στη φασματική περιοχή. Στους πίνακες καταγραφής των φασματικών γραμμών των διαφόρων ιόντων, αυτές καταγράφονται, τις περισσότερες φορές, κατά πολλαπλότητες.

Ανακεφαλαιώνοντας σημειώνουμε ότι η κατάσταση ενός ατόμου καθορίζεται από την κατάσταση των εξωτερικών ηλεκτρονίων του, άρα από την ολική στροφορμή εκ περιφοράς $\mathbf{l_0}$, το ολικό σπιν $\mathbf{S0}$ και την ολική στροφορμή $\mathbf{J}$.

Αυτό σημαίνει ότι η ενέργεια κάθε στάθμης ενός ατόμου με πολλά ηλεκτρόνια εξαρτάται από τους κβαντικούς αριθμούς L, S_σ και J_σ.

Οι τέσσερις κβαντικοί αριθμοί

Οι τέσσερις κβαντικοί αριθμοί μπορούν να πάρουν τις παρακάτω τιμές:

Κύριος κβαντικός αριθμός από n= 1 έως 7.

Δεύτερος κβαντικός αριθμός από l=0 έως n-1

Τρίτος κβαντικός αριθμός από m_l=-l έως +l.

Τέταρτος κβαντικός αριθμός m_S=+1/2 ή -1/2.

Όπως παρατηρούμε από τα προηγούμενα, μπορούμε να δημιουργήσουμε πολλές διαφορετικές τετράδες κβαντικών αριθμών. Ο αριθμός των τετράδων αυτών αυξάνεται, αυξανομένου του αριθμού των ηλεκτρονίων ενός ατόμου, άρα και του αριθμού των στιβάδων του, που περιγράφεται από τον πρώτο κβαντικό αριθμό n.

Κάθε τετράδα κβαντικών αριθμών περιγράφει μια δυνατή κατάσταση στην οποία μπορεί να βρεθεί ένα ηλεκτρόνιο.

Σύμφωνα με την απαγορευτική αρχή του W. Pauli (1925), σε κάθε μία από τις προηγούμενες ενεργειακές καταστάσεις που περιγράφονται από μια συγκεκριμένη τετράδα κβαντικών αριθμών, μπορεί ν' αντιστοιχεί μόνον ένα ηλεκτρόνιο ενός ατόμου.

www.diavlosbooks.gr

Όπως αναφέραμε και στα προηγούμενα, οι διαφορετικοί ηλεκτρονικοί φλοιοί παρίστανται από τα γράμματα K, L, M, N, O, P, Q.
Ηλεκτρόνια που ανήκουν, μεν, στον ίδιο φλοιό (κοινός ο πρώτος κβαντικός αριθμός) αλλά έχουν διαφορετικό δεύτερο κβαντικό αριθμό, λέμε ότι ανήκουν σε διαφορετικούς υποφλοιούς τού αυτού φλοιού.
Οι υποφλοιοί που αντιστοιχούν στις τιμές τού l=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, παρίστανται αντίστοιχα από τα γράμματα s, p, d, f, g, h, i.
Ως παράδειγμα αναφέρουμε ότι ο τρίτος φλοιός με κύριο κβαντικό αριθμό n=3, που παρίσταται από το γράμμα M, δίνει τη δυνατότητα στο l να πάρει τις τιμές 0, 1, 2, δηλαδή να δημιουργήσει τους υποφλοιούς s, p, d.
Οι υποφλοιοί αυτοί παρίστανται από τρία ζεύγη (n, l) τα 3s, 3p, 3d.
Ο αριθμός των ηλεκτρονίων που περιέχονται σε κάθε υποφλοιό γράφεται ως εκθέτης του ζεύγους (n,l) που τον περιγράφει.Έτσι αν, για παράδειγμα, στον υποφλοιό 3p υπάρχουν 4 ηλεκτρόνια γράφουμε $3p^4$ ή $(3p)^4$.
Από τα προηγούμενα είναι φανέρο ότι κάθε φλοιός μπορεί να δεχθεί έναν προκαθορισμένο μέγιστο αριθμό ηλεκτρονίων.
Τα ηλεκτρόνια κάθε ατόμου που βρίσκεται στη θεμελιώδη του κατάσταση τείνουν πάντα να βρεθούν σε μια κατάσταση ελάχιστης ενέργειας. Ως εκ τούτου, προσπαθούν να καταλάβουν φλοιούς όσο το δυνατόν μικρότερου πρώτου κβαντικού αριθμού (πιο εσωτερικές). Λόγω αυτού του γεγονότος οι συμπληρωμένοι φλοιοί αποτελούν την πιο σταθερή κατανομή ηλεκτρονίων.
Αυτό που θα πρέπει να σημειωθεί είναι ότι σε πολλές περιπτώσεις σε κάποιους φλοιούς δημιουργείται μια

www.thetopbooks.gr

ευσταθής κατάσταση πριν αυτοί συμπληρωθούν με τον μέγιστο αριθμό ηλεκτρονίων.

Τα ηλεκτρόνια του εξώτατου φλοιού ονομάζονται *ηλεκτρόνια σθένους* ή *εξωτερικά ηλεκτρόνια*, ενώ τα υπόλοιπα, *εσωτερικά ηλεκτρόνια*. Από τα ηλεκτρόνια σθένους εκείνο το οποίο έχει τη μεγαλύτερη ενέργεια ονομάζεται *ηλεκτρόνιο φωτοβολίας* και, όπως θα δούμε στη συνέχεια, παίζει έναν σημαντικό ρόλο στη δημιουργία του φωτεινού φάσματος.

Στη συμπεριφορά των ηλεκτρονίων σθένους οφείλεται η αντίστοιχη χημική συμπεριφορά των ατόμων των διαφόρων στοιχείων.

Αυτό που θέλουμε να σημειώσουμε είναι ότι πολλές φορές, στην περίπτωση ατόμων με μεγάλο ατομικό αριθμό Z, η επίδραση του ηλεκτρικού πεδίου του πυρήνα, καθώς και οι αλληλεπιδράσεις των ηλεκτρονίων, μεταβάλλουν τη θέση των υποφλοιών.

Έτσι π.χ στον χαλκό, ο υποφλοιός 3d βρίσκεται στον φλοιό M, ενώ στον σίδηρο βρίσκεται στον φλοιό N λίγο πιο πάνω από τον υποφλοιό 4s.

Κατά τρόπο αντίστοιχο με τα προηγούμενα, ανάλογα με την τιμή του κβαντικού αριθμού τής ολικής στροφορμής εκ περιστροφής L=0,1,2,3,... η ενεργειακή κατάσταση του ατόμου συμβολίζεται με τα αντίστοιχα κεφαλαία γράμματα S, P, D, F....

Για την καλύτερη περιγραφή της ενεργειακής κατάστασης του ατόμου ο κβαντικός αριθμός τής ολικής στροφορμής J_σ αναγράφεται κάτω και δεξιά των προηγούμενων κεφαλαίων γραμμάτων σαν δείκτης (π.χ $S_{1/2}$, $P_{3/2}$).

Εκτός των προηγουμένων θα πρέπει να υπενθυμίσουμε ότι η πολλαπλότητα r (βλέπε σελίδα....) συμβολίζεται σαν δείκτης που τοποθετείται επάνω και δεξιά των προηγούμενων κεφαλαίων γραμμάτων.

www.physbook.gr

Συνοψίζοντας τα ανωτέρω δίνουμε σαν παράδειγμα την περιγραφή της θεμελιώδους κατάστασης του ατόμου τού Na που συμβολίζεται:

$$1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^1,\ ^2S_{1/2}$$

*Σύμφωνα με το φαινόμενο Zeeman αν μια πηγή ενός γραμμικού φάσματος βρεθεί μέσα σ' ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο, τότε κάθε φασματική γραμμή αναλύεται σε πολλές συνιστώσες. Αυτό συμβαίνει διότι το μαγνητικό πεδίο αναλύει κάθε στάθμη ενέργειας σε πολλές συνιστώσες.

Φασματικές γραμμές συντονισμού

Έστω ότι η απορροφούμενη ακτινοβολία από ένα άτομο είναι ακριβώς ένα φωτόνιο, με ενέργεια ακριβώς ίση με εκείνη που απαιτείται προκειμένου να ανυψωθεί ένα ηλεκτρόνιο φωτοβολίας από τη θεμελιώδη στάθμη στην πρώτη στάθμη διέγερσης, δηλαδή με συχνότητα $\nu=(E_2-E_1)/h$.

Στη συνέχεια, όταν το άτομο —επιστρέφοντας στην αρχική θεμελιώδη στάθμη— εκπέμψει ακτινοβολία, αυτή θα είναι μονοχρωματική και θα έχει ως χαρακτηριστικό της γνώρισμα ότι η συχνότητά της θα είναι ακριβώς ίση με τη συχνότητα της διεγείρουσας ακτινοβολίας.

Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται *φθορισμός συντονισμού* και η αντίστοιχη φασματική γραμμή που σχηματίζεται ονομάζεται *γραμμή συντονισμού.*

Πολλές φορές υπάρχει η πιθανότητα το ηλεκτρόνιο φωτοβολίας, προσλαμβάνοντας ακτινοβολία, να μεταφερθεί σε στάθμες διέγερσης που να έχουν κοινούς τους κβαντικούς αριθμούς L και S_σ, αλλά που να διαφέρουν κατά τον κβαντικό αριθμό J_σ. Αυτό σημαίνει ότι οι αντίστοιχες στάθμες ενέργειας θα βρίσκονται πολύ κοντά και ως εκ τούτου θα σχηματίζονται περισσότερες γραμμές

www.physicsbook.gr

συντονισμού, των οποίων τα μήκη κύματος θα διαφέρουν ελάχιστα. Η περίπτωση αυτή πολλές φορές αναφέρεται ως *λεπτή υφή* μιας φασματικής γραμμής, η οποία προέρχεται από ακτινοβολία που εκπέμπεται από την πτώση ηλεκτρονίων, τα οποία βρίσκονται σε μια διεγερμένη στάθμη κοινών κβαντικών αριθμών L και S_σ.

Το φαινόμενο αυτό είναι πολύ σημαντικό· λόγω δε της συχνής εμφάνισής του, οι αντίστοιχες φασματικές γραμμές συντονισμού συνήθως παρουσιάζουν μεγάλη ένταση και είναι πάντα παρατηρήσιμες σ' ένα φάσμα.

Το φαινόμενο της λεπτής υφής σύμφωνα με την άποψη του Goudsmit οφείλεται στην αλληλεπίδραση της μαγνητικής ροπής της τροχιακής κίνησης του ηλεκτρονίου και της μαγνητικής ροπής του spin του. Στην περίπτωση αυτή δημιουργούνται διπλά ενεργειακά επίπεδα, άρα και διπλές φασματικές γραμμές. Χαρακτηριστικό παράδειγμα λεπτής υφής είναι ο χωρισμός των ενεργειακών επιπέδων (εκτός τού s, επειδή l=0) του ατόμου των αλκαλίων. Οι φασματικές γραμμές που σχηματίζονται λόγω αυτού του φαινομένου, μπορεί να απέχουν μεταξύ τους αρκετά Angströms.

Κάθε ένα από τα δημιουργούμενα ενεργειακά επίπεδα έχουν κοινούς τους κβαντικούς αριθμούς L, S_σ, J_σ και —λόγω φαινομένου σύζευξης*— παρουσιάζουν την ιδιότητα να διαχωρίζονται εκ νέου σε περισσότερες στάθμες. Αποτέλεσμα αυτού είναι η διάσπαση και των αντίστοιχων φασματικών γραμμών σ' ένα σύνολο από νέες συνιστώσες, που βρίσκονται πολύ κοντά η μία στην άλλη. Αυτό σημαίνει ότι για την καταγραφή τους απαιτούνται φασματογράφοι μεγάλης διακριτικής ικανότητας.

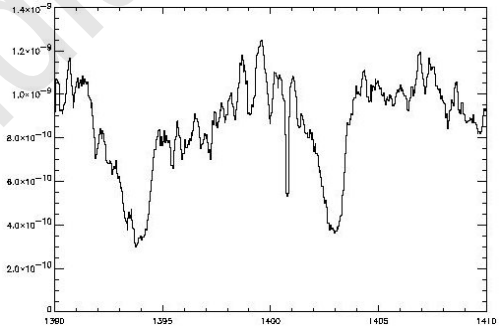
* Κάθε ηλεκτρόνιο παρουσιάζει μια στροφορμή εκ περιφοράς η οποία προκαλεί μια μαγνητική ροπή. Οι μαγνητικές ροπές των ηλεκτρονίων τείνουν πάντα να διαταχθούν παράλληλα ή αντιπαράλληλα μεταξύ τους. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται σύζευξη.

www.ofitsgroup.gr

Το φαινόμενο αυτό αναφέρεται σαν *υπέρλεπτη υφή* και η περιοχή μέσα στην οποία αναπτύσεται το σύνολο των φασματικών συνιστωσών είναι μερικά δέκατα του Angström, δηλαδή πάρα πολύ μικρότερη από τη θερμική διαπλάτυνση Doppler. Η πολύ μικρή συνεισφορά όμως της υπέρλεπτης υφής στη διαπλάτυνση των φασματικών γραμμών, δεν θα πρέπει ν' αγνοείται εφ' όσον, όπως έχει αποδειχθεί, αποτελεί το αίτιο αποκλίσεων του πλάτους και της έντασης των φασματικών γραμμών από τα θεωρητικώς αναμενόμενα.

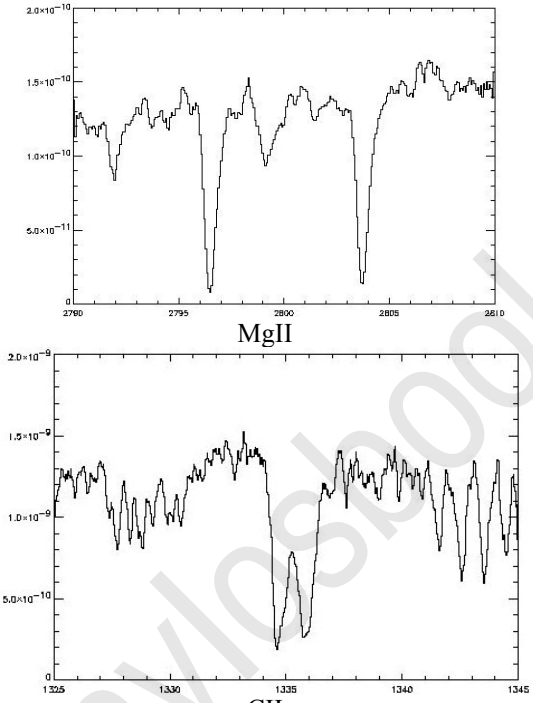
Σημειώνουμε ότι εάν στη θέση ενός ατόμου έχουμε ένα ιόν, δηλαδή στην περίπτωση που το ηλεκτρόνιο φωτοβολίας έχει απομακρυνθεί από το άτομο, οι γραμμές συντονισμού προέρχονται από ανύψωση ηλεκτρονίων της αμέσως επόμενης εσωτερικής στιβάδας σε στάθμη μεγαλύτερης ενέργειας.

Στην περίπτωση αυτή γίνεται αισθητή η ύπαρξη του συνόλου των δυνατών γραμμών συντονισμού, που δημιουργούνται συγχρόνως από μεταπτώσεις διαφορετικών ηλεκτρονίων.



SiIV

www.diavlos.gr



Οι γραμμές συντονισμού του Si IV, Mg II και C II στην UV περιοχή του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος

Πρακτική θεωρία των multiplets

1) Μέσα στο ίδιο multiplet (π.χ. multiplet X) γραμμές κλιμακωτών εντάσεων παρουσιάζουν ανάλογα κλιμακωτά βάθη. Για παράδειγμα αν στο multiplet X έχουμε φασματικές γραμμές εντάσεων 1000, 800, 700, 500, 100 το γεωμετρικό βάθος της γραμμής έντασης 1000 θα είναι μεγαλύτερο από το γεωμετρικό βάθος 800, 700 κ.ο.κ..

2) Αν έχουμε φασματικές γραμμές του ίδιου ιόντος, της ίδιας έντασης και διαφορετικών multiplets , τότε το γεωμετρικό βάθος της γραμμής του μικρότερου multiplet θα

www.diavlosbooks.gr

είναι μεγαλύτερο του γεωμετρικού βάθους της γραμμής του αμέσως επομένου multoplet κ.ο.κ., π.χ αν έχουμε τρεις φασματικες γραμμές του FeII κοινής έντασης 500 και Multiplets 5, 9 και 12 αντίστοιχα τοτέ, το γεωμετρικό βάθος της γραμμής του Mult. 12 θα είναι μικρότερο της γραμμής Mult. 9 και της γραμμής Mult 9 μικρότερο της γραμμής Mult 5.

Βήματα για την αναγνώριση φασματικών γραμμών μέσα στο φάσμα ενός αστέρα

α) Προηγείται η αναγνώριση από πίνακες των μεσοαστρικών (interstellar) φασματικών γραμμών. Όπως είναι γνωστό η ακτινική μετατόπιση των μεσοαστρικών φασματικών γραμμών απορρόφησης πρέπει να είναι μηδέν. Αν όμως η ακτινική ταχύτητα των μεσοαστρικών γραμμών απορρόφησης μας δώσει ακτινικές ταχύτητες διαφορετικές από το μηδέν τότε η αντίστοιχη μετατόπιση Δλ αποτελεί σφάλμα του οργάνου καταγραφής και πρέπει να αφαιρείται από τις τιμές των ακτινικών ταχυτήτων που θα προκύψουν από τη μελέτη των φασματικών γραμμών.

β) Προσπαθούμε να αναγνωρίσουμε όσες γραμμές μπορούμε από την multiplet 1. Αυτό σημαίνει ότι από το multiplet 1 θα αναγνωρίσουμε φασματικές γραμμές έως μιας ορισμένης έντασης, δηλαδή φασματικές γραμμές μέχρι ενός ορατού γεωμετρικού βάθους. Πέραν αυτής της έντασης δε μπορούμε να παρατηρήσουμε καμιά φασματική γραμμή λόγω του ελαχιστότατου γεωμετρικού βάθους της που την κάνει να χάνεται μ'εσα στον θόρυβο του οργάνου.

Έστω ότι από το multiplet 1 ενός ιόντος μπορούμε να αναγνωρίσουμε τιμές εντάσεως μέχρι 300. Στη συνέχεια προσπαθούμε να αναγνωρίσουμε φασματικές γραμμές του multiplet 2. Λόγω των παρατηρήσεων 1 και 2 από το multiplet 2 δε μπορούμε να αναγνωρίσουμε γραμμές

www.freebooks.gr

εντάσεως μικρότερης του 300. Έστω π.χ. ότι αναγνωρίζουμε γραμμές μέχρι εντάσεος 400. Συνεχίζουμε την ίδια διαδικασία στο multiplet 3 γνωρίζοντας ότι δε μπορούμε να αναγνωρίσουμε φασματικές γραμμές εντάσεως μικρότερης από 400 κ.ο.κ. μέχρι εξάντλησης όλων των multiplets του συγκεκριμένου ιόντος.

Πολλές φορές στην θέση των μηκών κύματος των φασματικών γραμμών του προηγουμένου ιόντος των, που δε μπορούμε να διακρίνουμε λόγω ελαχιστότατου γεωμετρικού βάθους, μπορούμε να παρατηρήσουμε την ύπαρξη φασματικών γραμμών κάποιου όχι αμελητέου βάθους. Αυτές οι φασματικές γραμμές δεν ανήκουν στο προηγούμενο ιόν αλλά σε κάποιο άλλο.

Σε κάποιες περιπτώσεις, αναγνωρίζοντας με τον τρόπο που αναφέραμε προηγουμένως τις γραμμές ενός ιόντος multiplet προς multiplet, θα παρατηρήσουμε ότι το βάθος των γραμμών δεν ακολουθεί τους κανόνες που θέσαμε προηγουμένως. Αυτό, τις περισσότερες φορές, οφείλεται στη μίξη (blend) της φασματικής γραμμής του ιόντος που μελετάμε με τη φασματική γραμμή κάποιου (ή κάποιων) άλλου ιόντος γεγονός που βαθαίνει περισσότερο την μελετούμενη φασματική γραμμή.

Σε έκτακτες περιπτώσεις (μη συνηθισμένες) ο κανόνας τών γεωμετρικών βαθών φασματικών γραμμών του ίδιου Multiplet, καταστρατηγείται λόγω της ιδιόμορφης κατάστασης στην οποία βρίσκονται τα ιόντα που δημιουργούν τις εν λόγω φασματικές γραμμές (βλ. Ο-αστέρες).

Για να γίνει μια πρώτη αναγνώριση των βασικών φασματικών γραμμών ενός φάσματος κάνουμε όλη την προηγούμενη διαδικασία για τις φασματικές γραμμές όλων των ιόντων που μπορούν να εμφανισθούν στο συγκεκριμένο φάσμα που μελετάμε.

Όπως είναι προφανές αν μελετάμε μια συγκεκριμένη περιοχή (π.χ. UV 1000 – 3000 Å) όπου δεν καταγράφεται το multiplet 1 κάποιου μελετούμενου ιόντος, αρχίζουμε τη μελέτη του ιόντος από το μικρότερο multiplet που εμφανίζεται στην περιοχή αυτή.

Φυσική σημασία

Αν έχουμε έναν αριθμό ιόντων ενός στοιχείου (π.χ. FeII), όλα τα ιόντα FeII έχουν το ίδιο δυναμικό ιονισμού δηλαδή έχουν διώξει τον ίδιο αριθμό ηλεκτρονίων τους.

Αυτό όμως δεν σημαίνει ότι έχουν την ίδια ταξινόμηση ηλεκτρονίων σε στοιβάδες, άλλες περισσότερο και άλλες λιγότερο πολυπληθείς. Σε πρακτικό επίπεδο η κατάταξη σε multiplets από μικρότερο σε μεγαλύτερο μας δίνει μια φθίνουσα στατιστική κατάσταση του παραπάνω πλήθους. Για παράδειγμα αν ιόντα FeII ανήκουν στη multiplet 1 αυτό σημαίνει ότι είναι περισσότερο πληθυσμιακή από ιόντα FeII που ανήκουν στη multiplet 5 ή multiplet 189. Αυτό σημαίνει ότι οι ενεργειακές καταστάσεις των ιόντων FeII που δημιουργούν τη multiplet 1 στη φύση είναι πιο διαδεδομένες (συνηθέστερες). Όπως καταλαβαίνουμε η εσωτερική ενεργειακή κατάσταση των ιόντων που ανήκουν σε ένα multiplet είναι ριζικά διαφορετικές από την εσωτερική κατάσταση των ιόντων του άλλου multiplet. Όσο πιο κοντινές είναι οι multiplets τόσο πιο κοντά είναι οι ενεργειακές καταστάσεις. Αλλά και μέσα στο ίδιο multiplet οι ενεργειακές καταστάσεις των ιόντων είναι ελαφρώς διαφορετικές. Αυτό σημαίνει ότι και τα ιόντα που περιλαμβάνονται στο ίδιο multiplet μπορούν να χωριστούν σε υποομάδες που δημιουργεί τις διαφορετικές φασματικές γραμμές του ίδιου multiplet (εξ ου και οι διαφορετικές εντάσεις που αναφέραμε στην αρχή).

www.daedalos.gr

Δημιουργία φασματικών γραμμών

Κάθε μεταπήδηση ηλεκτρονίου από τροχιά σε τροχιά συνεπάγεται την απορρόφηση ή την εκπομπή ακτινοβολίας συγκεκριμένου μήκους κύματος.

α) Σύμφωνα με τη δεύτερη συνθήκη του Bohr, το περιστρεφόμενο ηλεκτρόνιο δεν ακτινοβολεί όταν περιφέρεται σε σταθερή τροχιά, παρά μόνον όταν μεταπηδά από μια τροχιά σε άλλη πλησιέστερη προς τον πυρήνα. Τότε εκπέμπει απότομα ενέργεια, ίση με τη διαφορά ενέργειας των σταθμών μεταξύ των οποίων μετακινείται υπό μορφήν ενός κβάντου φωτός.

β) Αντίστροφα, το φως που πέφτει επάνω στο άτομο, συνήθως δεν απορροφάται παρά μόνον όταν αποτελείται από κβάντα, που αντιστοιχούν σε ενέργεια ικανή ν' ανυψώσει ένα ηλεκτρόνιο σε κάποια ανώτερη τροχιά.

Όταν το ηλεκτρόνιο αποδιεγειρόμενο καταλήγει σε κάποια τροχιά που ανήκει στον εξώτατο φλοιό ή και σε κάποια άλλη ακόμα μεγαλύτερης ακτίνας*, τότε εκπέμπεται ακτινοβολία, η οποία όπως λέμε ανήκει στο *εξωτερικό ή φωτεινό φάσμα.*

*Ως εξώτατος θεωρείται ο τελευταίος από τους φλοιούς του ατόμου που περιέχει ηλεκτρόνια. Σε μεγαλύτερες ακτίνες από αυτήν του εξώτατου φλοιού βρίσκονται επιτρεπόμενες ενεργειακές τροχιές στις οποίες δύναται να βρεθεί ένα ηλεκτρόνιο του εξώτατου φλοιού αν προσλάβει την ανάλογη ενέργεια.

Επειδή, όπως γνωρίζουμε, τα εξωτερικά ηλεκτρόνια συγκρατούνται από τον πυρήνα με σχετικώς ασθενείς δυνάμεις, για να υψωθούν σε ανώτερη τροχιά απαιτείται ελάχιστη ενέργεια. Ως εκ τούτου και κατά την αποδιέγερσή τους τα εκπεμπόμενα φωτόνια είναι μικρής ενέργειας και λόγω αυτού του γεγονότος θα σχηματίζουν φασματικές γραμμές στην ορατή περιοχή του φάσματος ή στις

www.iavlosbooks.gr

αντίστοιχες γειτονικές περιοχές της, του υπέρυθρου και του υπεριώδους.

Αυτό που θα πρέπει να τονίσουμε είναι ότι δεν επιτρέπονται άλματα μεταξύ οποιονδήποτε σταθμών ενέργειας, αλλά μόνο μεταξύ ορισμένων απ' αυτές. Το αν επιτρέπονται ή όχι εξαρτάται από το αν είναι δυνατή η αντίστοιχη μεταβολή των κβαντικών αριθμών. Οι κανόνες που πρέπει να πληρούνται προκειμένου να είναι επιτρεπτό ένα άλμα, ονομάζονται *κανόνες επιλογής*.

Σύμφωνα με τους κανόνες επιλογής, προκειμένου να είναι επιτρεπτό ένα ηλεκτρονικό άλμα μεταξύ δύο ενεργειακών σταθμών θα πρέπει:

$\Delta L=0, \pm 1$ $\Delta S=0$ $\Delta J=\pm 1$ (για όλες τις τιμές τού J εκτός τού J=0 διότι τότε $\Delta J=0$)

Οι κανόνες επιλογής ισχύουν με μια πολύ καλή προσέγγιση για τις χαμηλές στάθμες των ελαφρών ατόμων, όπως του οξυγόνου, όχι όμως και για τα βαρύτερα άτομα όπως του Ti και του Fe.

Μερικές φορές, ιδιαίτερα στα βαρέα άτομα, όπως του χρυσού, παρατηρούνται «διπλά ηλεκτρονικά άλματα», όπου δύο ηλεκτρόνια συνεισφέρουν για τη δημιουργία μιας εκπομπής.

www.diavlos.gr

ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΩΝ ΣΤΟΥΣ ΔΙΑΦΟΡΟΥΣ ΦΛΟΙΟΥΣ *(Τα ηλεκτρόνια σθένους αναγράφονται με έντονα στοιχεία)*

	Z	Στοιχείο	K	L		M			N				O				P			Q
			1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	6s	6p	6d	7s
1η Περίοδος	1	H	**1**																	
	2	He	2																	
2η Περίοδος	3	Li	2	**1**																
	4	Be	2	**2**																
	5	B	2	**2**	**1**															
	6	C	2	**2**	**2**															
	7	N	2	2	**3**															
	8	O	2	2	**4**															
	9	F	2	2	**5**															
	10	Ne	2	2	6															
3η Περίοδος	11	Na	Πλήρεις φλοιοί, όπως στο άτομο του Νέου (Ne) (10 ηλεκτρόνια)			**1**														
	12	Mg				**2**														
	13	Al				**2**	**1**													
	14	Si				**2**	**2**													
	15	P				**2**	**3**													
	16	S				**2**	**4**													
	17	Cl				**2**	**5**													
	18	A				2	6													
4η Περίοδος	19	K	Πλήρεις φλοιοί, όπως στο άτομο του Αργού (A) (18 ηλεκτρόνια)					**1**												
	20	Ca						**2**												
	21	Sc						**1**	**2**											
	22	Ti						**2**	**2**											
	23	C						**3**	**2**											
	24	Cr						**5**	**1**											
	25	Mn						**5**	**2**											
	26	Fe						6	**2**											
	27	Co						7	**2**											
	28	Ni						8	**2**											
	29	Cu						10	**1**											
	30	Zn						10	**2**											
	31	Ga						10	**2**	**1**										
	32	Ge						10	**2**	**2**										
	33	As						10	**2**	**3**										
	34	Se						10	**2**	**4**										
	35	Br						10	**2**	**5**										
	36	Kr						10	2	6										
5η Περίοδος	37	Rb	Πλήρεις φλοιοί, όπως στο άτομο του Κρυπτού (Kr) (36 ηλεκτρόνια)								**1**		**1**							
	38	Sr									**2**		**2**							
	39	Y									**1**		**2**							
	40	Zr									**2**		**2**							

Κατανομή των ηλεκτρονίων στους διάφορους φλοιούς των στοιχείων.

www.diavlosbooks.gr

	Z	Στοιχείο	K	L		M			N				O				P			Q
			1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	6s	6p	6d	7s
5η Περίοδος	41	Nb									**4**		**1**							
	42	Mo									**5**		**1**							
	43	Tc									**6**		**1**							
	44	Ru									**7**		**1**							
	45	Rh									**8**		**1**							
	46	Pd									**10**									
	47	Ag									10		**1**							
	48	Cd									10		**2**							
	49	In									10		**2**	**1**						
	50	Sn									10		**2**	**2**						
	51	Sb									10		**2**	**3**						
	52	Te									10		**2**	**4**						
	53	J									10		**2**	**5**						
	54	Xe									10		2	6						
6η Περίοδος	55	Cs											2	6			**1**			
	56	Ba											2	6			**2**			
	57	La											2	6	1		**2**			
	58	Ce										2	2	6			**2**			
	59	Pr										3	2	6			**2**			
	60	Nd										4	2	6			**2**			
	61	Pm										5	2	6			**2**			
	62	Sm										6	2	6			**2**			
	63	Eu										7	2	6			**2**			
	64	Gd										7	2	6	1		**2**			
	65	Tb										9	2	6			**2**			
	66	Dy										10	2	6			**2**			
	67	Ho										11	2	6			**2**			
	68	Er										12	2	6			**2**			
	69	Tm										13	2	6			**2**			
	70	Yb										14	2	6			**2**			
	71	Lu										14	2	6	**1**		**2**			
	72	Hf										14	2	6	**2**		**2**			
	73	Ta										14	2	6	**3**		**2**			
	74	W										14	2	6	**4**		**2**			
	75	Re										14	2	6	**5**		**2**			
	76	Os										14	2	6	6		**2**			
	77	Ir										14	2	6	9					
	78	Pt										14	2	6	9		**1**			
	79	Au										14	2	6	10		**1**			
	80	Ag										14	2	6	10		**2**			
	81	Tl										14	2	6	10		**2**	**1**		
	82	Pb										14	2	6	10		**2**	**2**		
	83	Bi										14	2	6	10		**2**	**3**		
	84	Po										14	2	6	10		**2**	**4**		
	85	At										14	2	6	10		**2**	**5**		
	86	Rn										14	2	6	10		2	6		
7η Περίοδος	87	Fr															2	6		**1**
	88	Ra															2	6		**2**
	89	Ac															2	6	**1**	**2**
	90	Th														**1**	2	6	**1**	**2**
	91	Pa														**2**	2	6	**1**	**2**
	92	U														**3**	2	6	**1**	**2**

Οι φλοιοί, 1s ως 4d
περιέχουν
46 ηλεκτρόνια

Οι φλοιοί, 1s ως 5d
περιέχουν 78 ηλεκτρόνια

Πλήρεις φλοιοί, όπως στο άτομο του Κρυπτού (Kr) (36 ηλεκτρόνια)

Κατανομή των ηλεκτρονίων στους διάφορους φλοιούς των στοιχείων.

www.diavosbooks.gr

Ο κυριότερος μηχανισμός δημιουργίας των φασματικών γραμμών απορρόφησης είναι ο σκεδασμός της ακτινοβολίας. Με τον τρόπο αυτόν μειώνεται η ένταση των ακτινοβολιών κάποιων μηκών κύματος καθώς αυτές κατευθύνονται προς την επιφάνεια του αστεριού, δημιουργώντας τη γραμμή απορρόφησης.

Αν θεωρήσουμε ότι W είναι το ισοδύναμο εύρος μιας ασθενούς φασματικής γραμμής συχνότητας ν, N ο αριθμός των ατόμων ανά cm^3, που μπορούν ν' απορροφήσουν την ακτινοβολία συχνότητας ν και α_ν ο συντελεστής απορρόφησης για κάθε άτομο στη συχνότητα ν, τότε ο συντελεστής απορρόφησης στη μονάδα όγκου θα ισούται με: $\mathbf{K_\nu=N\alpha_\nu}$.

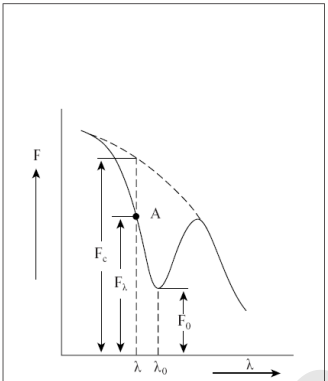
Αν θεωρήσουμε ότι το πάχος του απορροφούντος σώματος είναι Η και το σθένος ταλαντωτού, δηλαδή ο αριθμός των κλασικών ταλαντωτών (ηλεκτρονίων) που διαχέουν τη συχνότητα ν, είναι f, τότε θα έχουμε :

$$\mathbf{W=NH\pi e^2 l^2 f/mc^2}$$

Το προφίλ μιας φασματικής γραμμής απορρόφησης

Στο παραπάνω σχήμα περιγράφεται η μεταβολή της ροής της ακτινοβολίας συναρτήσει του μήκους κύματος στην περιοχή μιας φασματικής γραμμής απορρόφησης.

www.diavgeiabooks.gr



σχήμα 1γ

Αν ονομάσουμε F_c τη ροή της ακτινοβολίας του συνεχούς φάσματος, που αντιστοιχεί σε μήκος κύματος λ, F_λ τη ροή στο αντίστοιχο σημείο Α της φασματικής γραμμής μήκους κύματος λ_0 και F_0 τη ροή στο κέντρο της γραμμής, τότε το μέγεθος:

$$\mathbf{R_\lambda=(F_c-F_\lambda)/F_c}$$

καλείται *βάθος της γραμμής στο σημείο* Α(Δλ) όπου $\Delta\lambda=\lambda-\lambda_0$.

Τη συνάρτηση R(λ), η οποία για κάθε τιμή τού λ δίνει την τιμή R(λ) την ονομάζουμε *προφίλ της φασματικής γραμμής*

Αν μετασχηματίσουμε μια φασματική γραμμή σε ορθογώνιο, το εμβαδόν του οποίου να είναι ίσο με το εμβαδόν του φασματικού κώδωνα και το ύψος του ίσο με την ένταση του συνεχούς φάσματος στην περιοχή της γραμμής, τότε το πλάτος w αυτού του ορθογωνίου ονομάζεται *ισοδύναμο εύρος* της φασματικής γραμμής, εκφράζεται σε mA και παριστάνει το τμήμα της ενέργειας

www.diavlosbooks.gr

που αφαιρείται με την απορρόφηση από το συνεχές φάσμα μέσα στη γραμμή.

Η δημιουργία των γραμμών απορρόφησης

Σύμφωνα με το μοντέλο που ανέπτυξαν οι Schuster-Schwarzschild, η φωτόσφαιρα των αστεριών είναι η πηγή του συνεχούς φάσματος (ακτινοβολία που προέρχεται από το εσωτερικό του άστρου). Πάνω από τη φωτόσφαιρα μπορούμε να διακρίνουμε, όπως γνωρίζουμε (βλέπε σελίδα.....), την ανατρεπτική στιβάδα μέσα στην οποία δημιουργούνται οι φασματικές γραμμές απορρόφησης. Αυτό σημαίνει ότι το υλικό αυτής της στιβάδας είναι εντελώς αδιαφανές μόνο για τις ακτινοβολίες μηκών κύματος που αντιστοιχούν στις γραμμές απορρόφησης.

Αντίθετα με τα προηγούμενα, οι Milne-Eddington δημιούργησαν ένα μοντέλο σύμφωνα με το οποίο, τόσο το συνεχές φάσμα όσο και το φάσμα απορρόφησης, δημιουργούνται στις αυτές στιβάδες του αστεριού.

Οι δύο αυτές απόψεις γεφυρώνονται από την παρατήρηση ότι τόσο η ανατρεπτική στιβάδα όσο και η φωτόσφαιρα εισχωρούν η μία μέσα στην άλλη με τέτοιον τρόπο, ώστε να μπορούμε να τις θεωρήσουμε σαν μια στιβάδα εντός της οποίας η αδιαφάνεια μεταβάλλεται ανάλογα με το βάθος.

Παρατήρηση

Εν γένει το συνεχές φάσμα ενός αστεριού, αν θεωρηθεί σαν μέλαν σώμα δημιουργείται στα βαθύτερα στρώματα της φωτόσφαιράς του τα οποία είναι και περισότερο αδιαφανή. Οι λεγόμενες φωτοσφαιρικές φασματικές γραμμές απορρόφησης ή εκπομπής δημιουργούνται στα ανώτερα φωτοσφαιρκά στρώματα του αστεριού όπου η αδιαφάνεια έχει δραστικά μειωθεί.

www.dvbooks.gr

Εκτός των φωτοσφαιρικών φασματικών γραμμών, όλες οι άλλες δημιουργούνται εκτός της φωτόσφαιρας του αστεριού, μέσα στις ατμόσφαιρες ή τα αέρια περιβλήματα που το αγκαλιάζουν.

Απαγορευμένες φασματικές γραμμές

Οι απαγορευμένες φασματικές γραμμές δημιουργούνται από ηλεκτρονικά άλματα πολύ μικρής πιθανότητας. Παρ' όλα αυτά φαίνεται ότι κάποιες ειδικές συνθήκες μπορούν ν' αυξήσουν αυτήν την πιθανότητα τόσο, ώστε κάποια απαγορευμένη γραμμή να εμφανιστεί στο φάσμα ενός αστέρα.

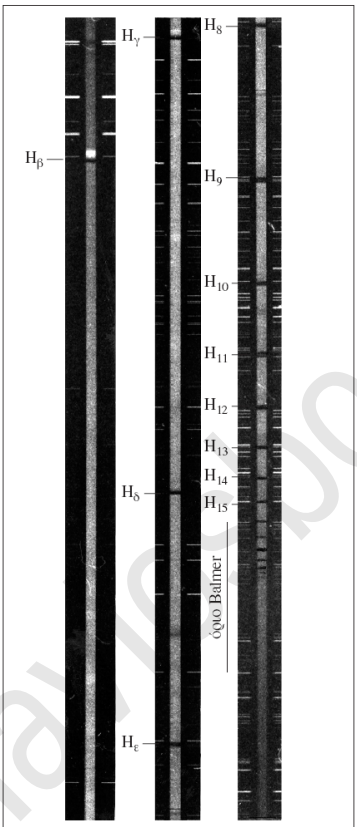
Συνήθως παρατηρούνται δύο κατηγορίες απαγορευμένων φασματικών γραμμών, που έχουν σχέση με το είδος της ακτινοβολίας που τις προκαλεί:

α. Στην πρώτη ομάδα ανήκουν εκείνες οι γραμμές, οι οποίες σχηματίζονται από ακτινοβολίες μαγνητικού διπόλου, που οφείλονται στις ταλαντώσεις της μαγνητικής ροπής του ατόμου κατά τη διάρκεια του ηλεκτρονικού άλματος. Το αν εμφανιστούν στο φάσμα οι γραμμές αυτές εξαρτάται από το εύρος της ταλάντωσης της μαγνητικής ροπής.

β. Στη δεύτερη ομάδα περιλαμβάνονται φασματικές γραμμές οι οποίες σχηματίζονται από ακτινοβολίες μαγνητικού τετραπόλου, που σχηματίζονται όταν το άτομο κατά τη διάρκεια του ηλεκτρονικού άλματος πάλλεται σαν ένα τετράπολο.

Σημειώνουμε ότι και στις δύο περιπτώσεις δημιουργίας απαγορευμένων φασματικών γραμμών, η ακτινοβολία δεν προέρχεται από την ταλάντωση της ηλεκτρικής διπολικής ροπής.

www.ebooks.gr



Οι γραμμές υδρογόνου της σειράς Balmer του αστέρα AX Mon. Όπως παρατηρούμε η H_β είναι σε εκπομπή.

Συνθήκες οι οποίες ευνοούν τη δημιουργία απαγορευμένων φασματικών γραμμών είναι η μικρή πυκνότητα της ύλης και της ακτινοβολίας. Τούτο οφείλεται στο γεγονός ότι κάτω απ' αυτές τις συνθήκες δεν θα υπάρχουν πολύ συχνές συγκρούσεις ατόμων και φωτονίων, ώστε να μεταβληθεί η κατάσταση διέγερσης των ατόμων.

www.diavgeiabooks.gr

Οι φασματικές γραμμές του υδρογόνου

Το φάσμα του υδρογόνου αποτελείται από ένα σύνολο γραμμών που κατατάσσονται σε διάφορες σειρές. Έτσι, μεταπήδηση ηλεκτρονίου προς τη βασική στάθμη έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση των λεγόμενων φασματικών γραμμών εκπομπής της σειράς Lyman που εμφανίζονται στο υπεριώδες. Η γραμμή Lα στα λ1.216 Α αντιστοιχεί σε άλμα ηλεκτρονίου από τη δεύτερη στιβάδα (n=2) στην πρώτη (n=1) κ.ο.κ.

Όλες οι φασματικές γραμμές κάθε σειράς είναι πυκνότερες προς την κατεύθυνση των μικρότερων μηκών κύματος. Συνεπώς οι φασματικές γραμμές της σειράς Lyman συγκλίνουν προς το λεγόμενο *όριο Lyman*, που αντιστοιχεί σε μήκος κύματος λ=912 Α. Πέραν του ορίου αυτής της σειράς, εμφανίζεται το συνεχές φάσμα Lyman, που οφείλεται σε μεταπηδήσεις ηλεκτρονίων προς την πιο εξωτερική στιβάδα υπό κατάσταση ιονισμού· τότε η ενέργεια είναι συνεχής και όχι σε ορισμένες στάθμες.

Μεταπήδηση ηλεκτρονίων από ανώτερες τροχιές στη δεύτερη ηλεκτρονική τροχιά (n=2) προκαλεί την εμφάνιση των φασματικών γραμμών εκπομπής της σειράς Balmer. Η σειρά αυτή αποτελείται από τις γραμμές: Ηα λ6565 Α (κόκκινο) —που αντιστοιχεί σε «άλμα» ηλεκτρονίων από την τρίτη στάθμη (n=3) στη δεύτερη (n=2)— Ηβ λ4862 Α (πράσινο), Ηγ λ4341 Α (μπλε) κ.ο.κ. με όριο της σειράς το μήκος κύματος λ3647,02 Α στο υπεριώδες. Μετά τη σειρά Balmer ακολουθούν οι σειρές Paschen, Brackett και Pfund που βρίσκονται στο υπέρυθρο και πέρα απ' αυτό.

Αυτά ισχύουν στην περίπτωση της αποδιέγερσης, που δημιουργεί γραμμές εκπομπής. Σύμφωνα με τους νόμους του Kirchoff οι ίδιες γραμμές εμφανίζονται στην περίπτωση της διέγερσης σαν γραμμές απορρόφησης*.

www.freebooks.gr

---

* Όπως υπολόγισε εμπειρικά ο Ελβετός Johann Jakob Balmer (1825-1898), τα μήκη κύματος των διαφόρων σειρών του υδρογόνου δίνονται από τη σχέση:

$$1/\lambda=R_H Z^2(1/m^2-1/n^2)$$

όπου R_H είναι ο αριθμός του Rydberg**, που για το υδρογόνο έχει την τιμή $R_H=109677,58\ cm^{-1}$ και Z ο ατομικός αριθμός, που για το υδρογόνο έχει την τιμή Z=1.

Ειδικότερα.

α.Αν m=1 και n=2,3,4... έχουμε τα μήκη κύματος της σειράς Lyman.

β. Αν m=2 και n=3,4,5... έχουμε τα μήκη κύματος της σειράς Balmer.

γ. Αν m=3 και n=4,5,6... έχουμε τα μήκη κύματος της σειράς Paschen.

** Από τον Σουηδό φυσικός Johannes Robert Rydberg (1854-1919), ο οποίος επινόησε τη φερώνυμη σχέση, που δίνει τις συχνότητες των φασματικών γραμμών των διαφόρων στοιχείων.

Εφαρμογή

Το απλούστερο φάσμα, όπως ήδη αναφέραμε, είναι αυτό που προέρχεται από άτομο με ένα ηλεκτρόνιο, όπως το ουδέτερο υδρογόνο HI, που μπορεί να εμφανίσει γραμμές σε μήκη κύματος που καθορίζονται από τη σχέση:

$$1/\lambda=\nu/c=R_H Z^2 (m^{-2}-n^{-2}),\ \text{με } m<n$$

όπου:

λ=το μήκος κύματος.

ν=η συχνότητα.

c=η ταχύτητα του φωτός.

m, n=οι αριθμοί της αρχικής και τελικής στάθμης στο πρότυπο του Bohr.

Z=ο Ατομικός αριθμός, και:

R=η σταθερά του Rydberg, που εξαρτάται από τη μάζα του πυρήνα του ατόμου, τη μάζα του ηλεκτρονίου, την ταχύτητα του φωτός και τη σταθερά δράσης του Planck. Η τιμή της

www.diavgeiakos.gr

είναι γνωστή για τα διάφορα στοιχεία. Ειδικά για το υδρογόνο R_H =109667,581 cm^{-1}.

Για το υδρογόνο επίσης ισχύει Z=1 (ο πυρήνας του έχει ένα θετικό φορτίο). Για να εμφανίσει το υδρογόνο τις γραμμές της σειράς Balmer, έχουμε: m=2 και n>/ 3. Έτσι:

Για

n=3 έχουμε

$1/\lambda=109667,581(1/4-1/9)=109667,581x0,13889==15231,73$ cm^{-1} και επειδή 1 cm=10^8 A έχουμε λ=6565,24 A άρα η φασματική γραμμή H_α (ερυθρό).

Ομοίως για n=4 ------> λ=4862,69 A η φασματική γραμμή $H\beta$ (πράσινο).

Για n=5 -------> λ=4341,69 A η φασματική γραμμή H_γ (μπλε),

για n=6 -------> λ=4102,9 A η φασματική γραμμή $H\delta$ κ.ο.κ.

Στη συνέχεια ακολουθούν οι υπόλοιπες γραμμές Balmer μέχρι το όριο της σειράς στο μήκος κύματος λ3467,02 A.

Το ουδέτερο άτομο παριστάνεται με τον λατινικό αριθμό I (π.χ. HI είναι το ουδέτερο άτομο του υδρογόνου), ενώ τα ιονισμένα άτομα με τους αριθμούς II, III, IV κ.ο.κ. (π.χ. HeII είναι το απλώς ιονισμένο ήλιον, ενώ NIII είναι το δις ιονισμένο άζωτο).

Ας πάρουμε τώρα ένα άτομο υδρογόνου στη διεγερμένη κατάσταση (n=3) με αντίστοιχη ενέργεια E_n και ας υποθέσουμε ακόμη ότι το ηλεκτρόνιό του μεταπηδά στη λιγότερο διεγερμένη κατάσταση (m=2), με αντίστοιχη ενέργεια E_m. Τότε η διαφορά ενέργειας $E_{mn}=E_n - E_m$, αφήνει το σύστημα με την εκπομπή ενός φωτονίου, η ενέργεια του οποίου δίνεται από τη σχέση:

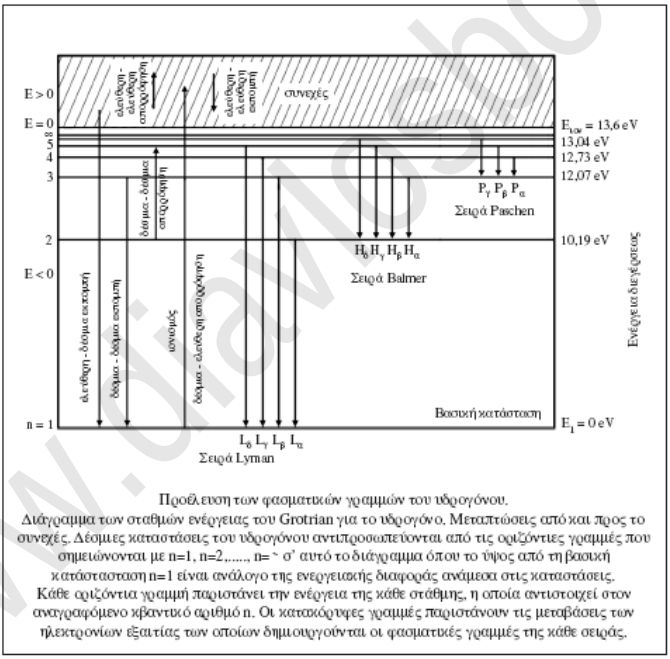
$E= h \nu= h c/\lambda$.

www.ebooks.gr

Για τη διατήρηση της ενέργειας πρέπει:
$E=E_{mn}=E_n-E_m$ και συνεπώς το μήκος κύματος του φωτονίου δίνεται από την αντίστοιχη σχέση: $h\,c/\lambda=(E_n - E_m)$

$$\lambda=h\,c/\,(E_n - E_m)$$

Αυτά ισχύουν όσον αφορά την εκπομπή· αλλά και η αντίστροφη διεργασία είναι επίσης δυνατή. Τότε ένα φωτόνιο με μήκος κύματος που δίνεται από την παραπάνω σχέση, απορροφάται από ένα άτομο υδρογόνου της κβαντικής στάθμης m, προκαλώντας τη μεταπήδηση του αντίστοιχου ατόμου στην πιο διεγερμένη κατάσταση n.



Προέλευση των φασματικών γραμμών του υδρογόνου.
Διάγραμμα των σταθμών ενέργειας του Grotrian για το υδρογόνο. Μεταπτώσεις από και προς το συνεχές. Δέσμιες καταστάσεις του υδρογόνου αντιπροσωπεύονται από τις οριζόντιες γραμμές που σημειώνονται με n=1, n=2,....., n=∞ σ' αυτό το διάγραμμα όπου το ύψος από τη βασική κατάσταση n=1 είναι ανάλογο της ενεργειακής διαφοράς ανάμεσα στις καταστάσεις. Κάθε οριζόντια γραμμή παριστάνει την ενέργεια της κάθε στάθμης, η οποία αντιστοιχεί στον αναγραφόμενο κβαντικό αριθμό n. Οι καταϊάρυφες γραμμές παριστάνουν τις μεταβάσεις των ηλεκτρονίων εξαιτίας των οποίων δημιουργούνται οι φασματικές γραμμές της κάθε σειράς.

www.diavgeiabooks.gr

Οι κυριότερες γραμμές στο φάσμα του υδρογόνου			
Σειρά	ενεργειακό επίπεδο	γραμμή	μήκος κύματος (Å)
Lyman (υπεριώδες)	1	Lα	1.216
		Lβ	1.025
		Lγ	972
		Lδ	949
		Lε	937
		όριο	912
Balmer (ορατό)	1	Hα	6.565
		Hβ	4.862
		Hγ	4.341
		Hδ	4.102
		Hε	3.970
		όριο	3.647
Paschen (υπέρυθρο)	3	Pα	18.751
		Pβ	12.818
		Pγ	10.938
		Pδ	10.049
		Pε	9.545
		όριο	8.204
Brackett (υπέρυθρο)	1	Bα	40.512
		Bβ	26.252
		Bγ	21.656
		Bδ	19.445
		Bε	18.175
		όριο	14.585

Εφαρμογή

Το απλούστερο φάσμα, όπως ήδη αναφέραμε, είναι αυτό που προέρχεται από άτομο με ένα ηλεκτρόνιο, όπως το ουδέτερο υδρογόνο HI, που μπορεί να εμφανίσει γραμμές σε μήκη κύματος που καθορίζονται από τη σχέση: $\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = R_H Z^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$, με m<n όπου: λ=το μήκος κύματος, ν=η συχνότητα, c=η ταχύτητα του φωτός, m, n=οι αριθμοί της αρχικής και τελικής στάθμης στο πρότυπο του Bohr, Z=ο Ατομικός αριθμός, και: R=η σταθερά του Rydberg, που εξαρτάται από τη μάζα του πυρήνα του ατόμου, τη μάζα του ηλεκτρονίου, την ταχύτητα του φωτός και τη σταθερά δράσεως του Planck. Η τιμή της είναι γνωστή για τα διάφορα στοιχεία. Ειδικά για το υδρογόνο R_H=109.667,581 cm^{-1}.

Για το υδρογόνο επίσης ισχύει Z=1 (ο πυρήνας του έχει ένα θετικό φορτίο). Για να εμφανίσει το υδρογόνο τις γραμμές της σειράς Balmer, έχουμε: m=2 και n≥3. Έτσι:

για n=3, 1/λ=109.667,581(1/4-1/9)=109.667,581 x 0,13889=15.231,73 cm^{-1} και επειδή 1 cm=10^8 Å έχουμε λ=6.565,24 Å για τη φασματική γραμμή H_α (ερυθρό).

Ομοίως για n=4, λ=4.862,69 Å για τη φασματική γραμμή H_β (πράσινο).

Για n=5, λ=4.341,69 Å δίνεται η φασματική γραμμή H_γ (μπλε),

για n=6, λ=4.102,9 Å, η φασματική γραμμή H_δ κ.ο.κ.

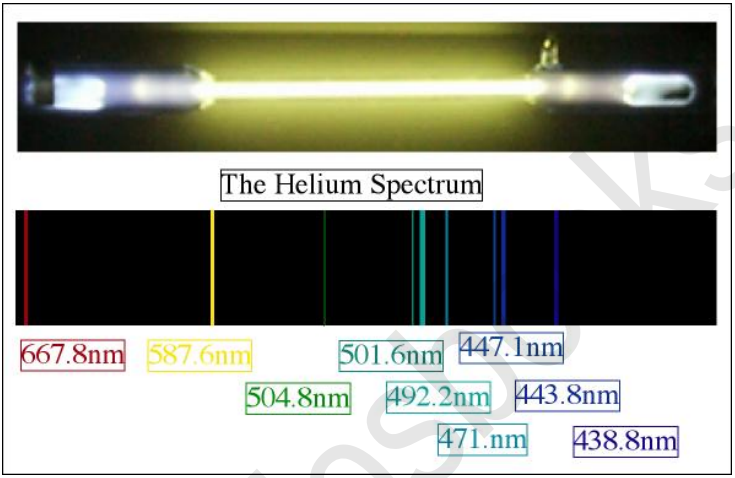
Στη συνέχεια ακολουθούν οι υπόλοιπες γραμμές Balmer μέχρι το όριο της σειράς στο μήκος κύματος λ3.647,02 Å.

Το ουδέτερο άτομο παριστάνεται με τον λατινικό αριθμό I (π.χ. HI είναι το ουδέτερο άτομο του υδρογόνου), ενώ τα ιονισμένα άτομα με τους αριθμούς II, III, IV κ.ο.κ. (π.χ. HeII είναι το απλώς ιονισμένο ήλιον, ενώ NIII είναι το δις ιονισμένο άζωτο).

www.ylosbooks.gr

β) Οι φασματικές γραμμές του ήλιου (He)

Το φάσμα των άλλων στοιχείων είναι πιο σύνθετο από το



φάσμα του υδρογόνου και η αντίστοιχη μορφή του εξαρτάται από τον ατομικό αριθμό Z και από τον βαθμό ιονισμού τους.

Όσον αφορά το ιονισμένο ήλιον (HeII) οι φασματικές του γραμμές αναμένονται στα μήκη κύματος λ10123,6 Α, λ6550,10 Α, λ5411,6 Α και λ4859,3 Α. Παρ' ότι το ιονισμένο ήλιον (HeII) έχει ένα ηλεκτρόνιο, όπως και το ουδέτερο υδρογόνο (HI), εν τούτοις το φάσμα του διαφέρει από το φάσμα τού HI. Ο πυρήνας του ήλιου έχει, όπως είδαμε, δύο θετικά φορτία (Z=2), ενώ του υδρογόνου ένα. Η απαιτούμενη, λοιπόν, ενέργεια για να μεταπηδήσει το ηλεκτρόνιο του ιονισμένου ήλιου στην ανώτερη στάθμη είναι σχεδόν τετραπλάσια της απαιτούμενης για το ηλεκτρόνιο του υδρογόνου και έτσι η παραγόμενη φασματική γραμμή έχει σχεδόν τετραπλάσια συχνότητα. Η σειρά των γραμμών του HeII αντιστοιχεί στη σειρά Brackett

www.physics.ks.gr

στο υπέρυθρο, δηλαδή σε μεταπηδήσεις ηλεκτρονίων στην τέταρτη στάθμη.

Ανάλογες σειρές παρουσιάζουν οι γραμμές των υπολοίπων στοιχείων. Οι τύποι όμως που δίνουν τις φασματικές τους γραμμές είναι πολύπλοκοι και συνήθως βρίσκονται με λύση των εξισώσεων της Κυματομηχανικής, τα εξαγόμενα της οποίας επαληθεύονται ακριβώς από τις παρατηρήσεις.
Επιπλέον είναι φανερό, ότι μέσα στο πλήθος των γραμμών διαφόρων σειρών των διαφόρων ατόμων ή ιόντων είναι πιθανόν να υπάρχουν γραμμές διαφορετικών στοιχείων που σχεδόν ταυτίζονται για μερικά μήκη κύματος και έτσι για να αποφασίσουμε ποιο στοιχείο προκαλεί την εμφάνιση κάποιας φασματικής γραμμής, πρέπει να παρατηρήσουμε όλη τη σειρά των γραμμών που αναμένονται

. Φυσικά υπάρχει η περίπτωση να μη φαίνονται όλες οι αναμενόμενες γραμμές και τότε πρέπει να διερευνήσουμε και να τεκμηριώσουμε με φυσική ερμηνεία την εξήγηση που δίνουμε γι' αυτό το φαινόμενο. Γενικά οι γραμμές του φάσματος δεν αποκαλύπτουν μόνο την παρουσία ορισμένων χημικών στοιχείων, αλλά και τον βαθμό ιονισμού των ατόμων.
Αν μελετήσουμε τους πίνακες καταγραφής των φασματικών γραμμών των διαφόρων ιόντων θα παρατηρήσουμε ότι για μήκη κύματος μεγαλύτερα των 2.000 Α χρησιμοποιείται η τιμή του μήκους κύματος στον αέρα (λ_{air}) υπό κανονικές συνθήκες. Αντίθετα για μικρότερα μήκη κύματος δίνεται η τιμή στο κενό (λ_{vac}) διότι σ' αυτά τα μήκη κύματος χρησιμοποιείται ο φασματογράφος κενού.
Γενικά η τιμή λ_{air} είναι λίγο μικρότερη του λ_{vac} και δίνεται από τη σχέση:

$$\lambda_{air}=\lambda_{vac}/n$$

www.lifeinphysics.gr

όπου n είναι ο δείκτης διάθλασης στον αέρα της ακτινοβολίας μήκους κύματος λ_{air}.
Συχνά αντί του μήκους κύματος μιας φασματικής γραμμής χρησιμοποιούμε τη συχνότητα $\nu=c_{air}/\lambda_{air}=c_{vac}/\lambda_{vac}$ όπου c_{air} η ταχύτητα του φωτός στον αέρα και c_{vac} στο κενό.

Πολλές φορές αντί της συχνότητας ν χρησιμοποιούμε τον κυματάριθμο κ που ορίζεται σαν ο αριθμός των κυμάτων σε ένα εκατοστό στο κενό. Ο κυματάριθμος δίνεται από τη σχέση:
$\kappa=\nu/c_{vac}=1/\lambda\nu_{ac}=1/n_{air}\lambda_{air}$, όπου n_{air} είναι ο δείκτης διάθλασης για το λ_{air}.

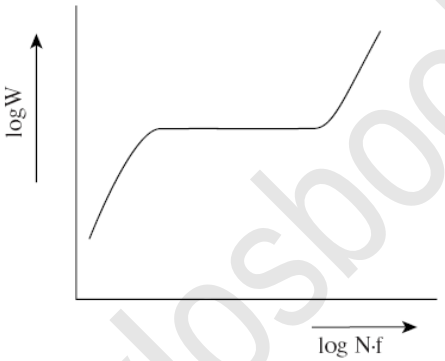
Καμπύλη αυξήσεως ή αναπτύξεως ενός στοιχείου
Η δημιουργία καμπυλών αυξήσεως ή αναπτύξεως αποτελεί μια ταχύτατη μέθοδο μελέτης των φασματικών γραμμών στις αστρικές ατμόσφαιρες.
Η καμπύλη αυξήσεως (curve of growth) είναι μια γραφική παράσταση του ισοδύναμου εύρους Ε των φασματικών γραμμών, συναρτήσει του γινομένου N·f, όπου N είναι ο αριθμός των απορροφούντων ατόμων και f το σθένος του ταλαντωτή (βλέπε σελίδα...). Συνήθως αντί των Ε και N χρησιμοποιούμε τους δεκαδικούς λογαρίθμους τους.
Η μελέτη των καμπυλών αυξήσεως μάς βοηθεί να προσδιορίσουμε τον αριθμό των ατόμων N, τα οποία δημιουργούν μια φασματική γραμμή. Με τον τρόπο αυτόν μπορούμε να προσδιορίσουμε τη χημική σύσταση των αστρικών ατμοσφαιρών.
Σήμερα είναι γενικά παραδεκτό ότι η χημική σύνθεση του Σύμπαντος είναι 74% υδρογόνο, 24% ήλιο, ενώ όλα τα άλλα στοιχεία μαζί υπάρχουν σε ποσοστό 2% και λέγονται

www.freebooks.gr

μέταλλα. Σε ένα αστέρι, η εκατοστιαία περιεκτικότητα σε υδρογόνο συμβολίζεται με X, σε ήλιον με Ψ και σε μέταλλα με Z, έτσι ώστε: **X+Ψ+Z=1**

Το μέσο μοριακό βάρος του πλήρως ιονισμένου υλικού ενός αστεριού με χημική σύσταση X, Ψ, Z, δίνεται από τη σχέση:

$$\mu = 1/\left[2X + (3\Psi/4) + (Z/2)\right]$$



Σε μια καμπύλη αυξήσεως μπορούμε να διακρίνουμε διαφορετικά διαδοχικά τμήματα. Το πρώτο από αριστερά είναι σχεδόν ευθύγραμμο με κλίση περίπου 45 μοιρών. Το δεύτερο που ακολουθεί είναι περίπου οριζόντιο και κατά μήκος του το ισοδύναμο εύρος W είναι ανάλογο της τετραγωνικής ρίζας του N·f·Γ. Όπου Γ είναι μια σταθερά η οποία εξαρτάται από τον μέσο χρόνο ζωής του ηλεκτρονίου στις δύο στάθμες μεταξύ των οποίων δημιουργείται το ηλεκτρονικό άλμα, το οποίο παράγει τη φασματική γραμμή. Το τρίτο είναι πάλι σχεδόν ευθύγραμμο με κλίση περίπου 45 μοιρών και παράλληλο προς το πρώτο.

www.diavlosbooks.gr

Εφαρμογές στη φασματική ταξινόμηση των αστεριών

Ένταση των φασματικών γραμμών

Έως τώρα είδαμε ότι τα φάσματα των αστεριών μπορούν να μας δώσουν πληροφορίες για τη φυσική κατάσταση των ατμοσφαιρών τους. Συγκεκριμένα η ύπαρξη των φασματικών γραμμών σ' ένα φάσμα, μας οδηγεί στη μελέτη των στοιχείων που υπάρχουν στις αστρικές ατμόσφαιρες. Οι παρατηρήσεις έδειξαν ότι οι φασματικές γραμμές, όπως εμφανίζονται στα φάσματα των διαφόρων αστεριών, έχουν διαφορετικές εντάσεις. Συνεπώς, είναι πολύ σημαντικό γεγονός να κατανοήσουμε τους λόγους για τους οποίους διαφέρουν οι εντάσεις των φασματικών γραμμών, επειδή —μέσω αυτών— θα αντλήσουμε πληροφορίες για τη φυσική κατάσταση των αστρικών ατμοσφαιρών. Αρχικά πιστεύαμε ότι οι εντάσεις των γραμμών απορρόφησης εξαρτώνταν κυρίως από τη σχετική αφθονία των χημικών στοιχείων που τις δημιουργούσαν. *Αφθονία* ενός στοιχείου στην ατμόσφαιρα ενός αστεριού ονομάζουμε το επί τοις εκατό (%) ποσοστό του χημικού στοιχείου που υπάρχει σ' αυτήν. Η αφθονία, όμως, ενός στοιχείου, όπως γνωρίζουμε σήμερα, δεν μπορεί από μόνη της να εξηγήσει την ένταση μιας φασματικής γραμμής, η οποία είναι συνάρτηση πολλών άλλων παραγόντων, όπως της κατάστασης διέγερσης και ιονισμού του στοιχείου, της θερμοκρασίας, της πίεσης, της ύπαρξης μαγνητικών πεδίων, που πιθανόν υπάρχουν κ.ά.

Αφού, όμως, η φασματική ταξινόμηση των άστρων, όπως ήδη έχουμε δει (βλέπε σελίδα...), βασίζεται στη μελέτη των φασματικών γραμμών απορρόφησης, καθώς και στην αντίστοιχη έντασή τους και εφ' όσον οι εντάσεις των φασματικών γραμμών είναι διαφορετικές, αμέσως ανακύπτει ένα κύριο ερώτημα:

Τί πρέπει, λοιπόν, να κάνουμε για να ταξινομήσουμε τα αστρικά φάσματα;

www.ellinogermanikes.gr

Η απάντηση είναι ότι καταφεύγουμε στη θεωρία.
Με τη βοήθεια της θεωρίας δεχόμαστε μια συγκεκριμένη αφθονία χημικών στοιχείων, συνήθως την ηλιακή (Z=0) ή 1/10 της ηλιακής (Z=-1) ή 1/100 της ηλιακής (Z=-2).
Έτσι κατασκευάζουμε μια σειρά από πρότυπα αστρικών ατμοσφαιρών (μοντέλα). Σ' αυτά εμφανίζονται φασματικές γραμμές με εντάσεις που έχουν υπολογιστεί για διαφορετικές καταστάσεις διέργεσης και ιονισμού των στοιχείων τους —μέσω των εξισώσεων Boltzmann και Saha— καθώς και για μια σειρά συνθηκών θερμοκρασίας και πίεσης στις ατμόσφαιρές τους.
Τέλος, συγκρίνοντας τα φάσματά μας με τα μοντέλα ατμοσφαιρών που δημιουργήσαμε, στην ίδια βέβαια κλίμακα, ταξινομούμε τα αστέρια σε λίγες βασικές κατηγορίες.
Ας δούμε, όμως, τις εξισώσεις του Boltzmann και του Saha, οι οποίες βοηθούν στην προσπάθεια μελέτης της διέγερσης και του ιονισμού των ατόμων μέσα σε μια αστρική ατμόσφαιρα.

Εξίσωση του Boltzmann

Ένα άτομο απορροφώντας ορισμένη ακτινοβολία διεγείρεται· δηλαδή ένα ηλεκτρόνιό του μεταπηδά σε ανώτερη στάθμη. Η διέγερση του ατόμου μπορεί να γίνει, όπως ήδη έχουμε αναφέρει, με διάφορους τρόπους. Ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο για παράδειγμα, όταν συγκρουστεί με ένα άτομο τού προσδίδει τέτοια ενέργεια, ώστε το άτομο να μεταπηδήσει από τη θεμελιώδη κατάσταση στην κατάσταση διέγερσης. Το ίδιο θα συμβεί όταν το άτομο συγκρουστεί με άλλο σωματίδιο μεγάλης ταχύτητας ή όταν απορροφήσει την ενέργεια ενός φωτονίου. Διέγερση, μπορεί ακόμα να προκαλέσει και ακτινοβολία κατάλληλου μήκους κύματος.

www.klavisbooks.gr



Το ηλεκτρόνιο του διεγερμένου ατόμου, όπως ήδη είναι γνωστό, σε σύντομο χρονικό διάστημα μεταπίπτει πάλι στη θεμελιώδη κατάσταση, ενώ συγχρόνως εκπέμπει γραμμική ακτινοβολία.

Η εξίσωση του Boltzmann μάς δίνει το ποσοστό των διεγερμένων ατόμων μιας αστρικής ατμόσφαιρας, η οποία βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας (η θερμοκρασία έχει την ίδια τιμή σ' ολόκληρο το θεωρούμενο αέριο μέσον). Στην περίπτωση, δηλαδή, Τ.Θ.Ι. (Τοπικής Θερμοδυναμικής Ισορροπίας), εφ' όσον υπάρχουν διεγερμένα άτομα στις αστρικές ατμόσφαιρες βλέπουμε σε τι ποσοστό υπάρχουν και με τι εντάσεις αναμένουμε τις αντίστοιχες φασματικές γραμμές απορρόφησης, οι οποίες οφείλονται σε τέτοια άτομα για αστέρια με διαφορετικές ενεργές θερμοκρασίες.

Η εξίσωση του Boltzmann έχει τη μορφή:

$$N_n/N_1=g_n/g_1\ e^{-X_{1n}/KT}$$

όπου:

N_n=ο αριθμός των διεγερμένων ατόμων στη στάθμη n.

www.ebooks.gr

$X_{1n}=X_n-X_1$ το δυναμικό διέγερσης σε eV για τη μετάσταση του ατόμου από τη στάθμη n στη στάθμη 1, με αντίστοιχο δυναμικό διέγερσης X_n (σε eV).

N_1=το πλήθος των ατόμων στη βασική στάθμη, όπου αυθαίρετα ορίζουμε το δυναμικό διέγερσης ίσο με μηδέν, $X_1=0$.

$K=8,62 \times 10^{-5}$ eV $grad^{-1}$ η σταθερά του Boltzmann.

T=η απόλυτη θερμοκρασία.

g_n,g_1=είναι τα στατιστικά βάρη στις αντίστοιχες ενεργειακές στάθμες, ο αριθμός, δηλαδή, των συγκεκριμένων κβαντικών καταστάσεων της αντίστοιχης ενεργειακής στάθμης. Ειδικά η ποσότητα g_n είναι ο βαθμός πολλαπλότητας της στάθμης n και για το υδρογόνο $g_n=2n^2$.

Εφ' όσον $X_1=0$, η ποσότητα $X_{1n}=X_n-X_1$ συμβολίζεται και ως X_n, δηλαδή $X_{1n}=X_n$.

Λογαριθμίζοντας έχουμε:

$\log N_n/N_1=\log (g_n/g_1)- X_n/KT \log e$.

$\log N_n/N_1=\log (g_n/g_1)-\log e/K\ X_n/T$, αλλά $\log e/K=5040$.

Η ποσότητα 5040/T συνήθως συμβολίζεται με θ και καλείται *δείκτης ή συνάρτηση θερμοκρασίας*: θ=5040/T.

Τέλος, η εξίσωση του Boltzmann παίρνει τη μορφή:

$\log N_n/N_1=\log (g_n/g_1)-5040/T\ X_n$.

www.dikosoft.gr

Παρατήρηση

Αν N είναι το άθροισμα των ατόμων ενός ιονισμένου στοιχείου και N_1 το πλήθος των ουδετέρων ατόμων ανά cm^3 στη στάθμη 1, ενώ αντίστοιχα N_2, N_3, N_4..... είναι το πλήθος των ατόμων στη μονάδα του όγκου διεγερμένων στις στάθμες 2,3,4,..... Τότε: $N_n=N=N_1+N_2+N_3+N_4+\ldots\ldots=\Sigma N_i$

Αν εκφράσουμε τα N_2, N_3, N_4..... σαν συναρτήσεις του N_1 μέσω της σχέσης $\frac{N_n}{N_1}=\left(\frac{g_n}{g_1}\right)e^{-\frac{X_n}{KT}}$, με X_2, X_3,....., X_n να είναι τα αντίστοιχα δυναμικά διέγερσης έχουμε:

$\frac{N_n}{N_1}=\left(\frac{g_n}{g_1}\right)e^{-\frac{X_n}{KT}} \rightarrow N_n=\frac{N_1}{g_1}\cdot\left(g_n e^{-\frac{X_n}{KT}}\right)$ τότε διά n=2, 3, 4,.... έχουμε:

$N_2=\frac{N_1}{g_1}\cdot\left(g_2 e^{-\frac{X_2}{KT}}\right)$, $N_3=\frac{N_1}{g_1}\cdot\left(g_3 e^{-\frac{X_3}{KT}}\right)$ κ.ο.κ

Τελικά ισχύει: $N=\frac{N_1}{g_1}\cdot\left(g_1 e^{-\frac{X_1}{KT}}+g_2 e^{-\frac{X_2}{KT}}+\ldots\right)$.

Εφ' όσον $X_1=0$, η παραπάνω σχέση γίνεται: $N=\frac{N_1}{g_1}\cdot\left(g_1+g_2 e^{-\frac{X_2}{KT}}+g_3 e^{-\frac{X_3}{KT}}+\ldots\right)=\frac{N_1}{g_1}\cdot U(T)$

Η συνάρτηση $U(T)=\Sigma g_n e^{-Xn/KT}$, λέγεται άθροισμα καταστάσεων του ατόμου (συνάρτηση διαμερισμού). Στις περισσότερες περιπτώσεις η συνάρτηση $U(T)=g_1$, αφού το ποσοστό των ατόμων σε διεγερμένη κατάσταση είναι συνήθως μικρό, ιδιαίτερα για τις χαμηλές θερμοκρασίες.

Εξίσωση του Saha



Το 1921 0 Ινδός φυσικός Meghnad Saha* ανακάλυψε την ομώνυμη εξίσωση που μας δίνει το σχετικό πλήθος των ιονισμένων ατόμων —ανά μονάδα όγκου— ενός στοιχείου σε δύο διαδοχικές καταστάσεις ιονισμού r και r+1. Η σχέση του Saha προκύπτει εφαρμόζοντας δύο φορές την εξίσωση

www.diavlosbooks.gr

του Boltzmann για κάθε μία από τις δύο καταστάσεις ιονισμού.

Η εξίσωση του Saha έχει τη μορφή:

$$\frac{N_{r+1}}{N_r} P_e = \frac{2U_{r+1}}{U_r} \frac{(2\pi m_e)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} e^{-x_r/kT} \quad (3.7)$$

όπου:

N_r=ο αριθμός των ατόμων ενός στοιχείου στη μονάδα όγκου, που είναι r φορές ιονισμένα.

N_{r+1}=ο αριθμός των ατόμων ενός στοιχείου στη μονάδα όγκου, που είναι (r+1) φορές ιονισμένα.

$U_{r+1}(T)$=το άθροισμα καταστάσεων των ιονισμένων ατόμων στην κατάσταση ιονισμού r+1.

$U_r(T)$=το άθροισμα καταστάσεων των ιονισμένων ατόμων στην κατάσταση ιονισμού r.

m_e=9,108 x 10^{-28} gr η μάζα ηρεμίας του ηλεκτρονίου.

P_e=n_e K T η πίεση των ηλεκτρονίων, όπου n_e=η αριθμητική πυκνότητα των ελεύθερων ηλεκτρονίων (πλήθος ηλεκτρονίων ανά cm^3).

K=8,62 x 10^{-5} eV deg^{-1} η σταθερά του Boltzmann

T=η απόλυτη θερμοκρασία

h=6,624 x 10^{-27} erg sec η σταθερά δράσεως του Planck, και

X_r=το δυναμικό ιονισμού για τη μετάβαση από την κατάσταση ιονισμού r στην κατάσταση ιονισμού r+1.

Άλλη μορφή έκφρασης της εξίσωσης Saha είναι:

$$\frac{N_{r+1}}{N_r} = \frac{\Phi(T)}{P_e} \quad (3.8)$$

όπου: $\Phi(T) = 0.6665\left(U_{r+1}/U_r\right) T^{5/2} 10^{-\theta x_{r+1}}$.

www.ebooks.gr

Στη μορφή (3.8) παρουσιάζεται ότι το ποσοστό των ατόμων που έχουν ιονιστεί σ' ένα δεδομένο βαθμό, εξαρτάται από τη θερμοκρασία T και την πίεση των ηλεκτρονίων P_e. Σημειώνεται το γεγονός ότι ελάττωση της P_e αυξάνει τον ιονισμό καθώς λιγότερα ελεύθερα ηλεκτρόνια υπάρχουν ανά μονάδα όγκου για επανασύνδεση. Εάν ονομάσουμε την ποσότητα $(2\pi m_e)^{3/2}/h^3=A$ και λογαριθμίσουμε την εξίσωση του Saha παίρνουμε την απλούστερη μορφή της:

$\log N_{r+1}/N_r=\log 2U_{r+1}(T)/U_r(T)+(\log A+2,5\log K)+2,5\log T-\log P_e- X_r/K\ T \log e$

Με $\log e/K=5040$ και $(\log A+2,5\log K)=-0,48$, έχουμε:

$\log(N_{r+1}/N_r)\cdot Pe=\log 2\ U_{r+1}(T)/U_r(T)+2,5\log T-0,48-5040/T\cdot X_r$

Τελικά, όπως βλέπουμε από την τελευταία σχέση, η εξίσωση του Saha συνδέει τη θερμοκρασία, την πίεση των ηλεκτρονίων —που έχει γραμμική σχέση με την αριθμητική πυκνότητα των ελεύθερων ηλεκτρονίων: $P_e=n_eKT$— και την κατάσταση ιονισμού. Έτσι ερμηνεύουμε πολλά χαρακτηριστικά των φασμάτων διαφόρων τύπων αστέρων. Στην ουσία αυτό που έδειξε ο Saha ήταν ότι οι φασματικές διαφορές οφείλονται γενικά σε διαφορετικές συνθήκες διέγερσης και —στη συνέχεια— ιονισμού των ατόμων, δηλαδή σε διαφορετικές θερμοκρασίες των αστρικών ατμοσφαιρών και πιέσεις των ηλεκτρονίων. Συνεπώς σ' αυτούς ακριβώς τους δύο παράγοντες βασίστηκε η ταξινόμηση των άστρων.

www.diavgeiabooks.gr

* **Meghnad Saha** (1894-1956). Ινδός φυσικός, που ασχολήθηκε κυρίως με την Πυρηνική Φυσική. Διετέλεσε καθηγητής της Φυσικής στο Πανεπιστήμιο της Καλκούτας από το 1938, ιδρυτής και πρόεδρος της Ακαδημίας Επιστημών του ομόσπονδου κράτους Ουτάρ Πραντές. Δημοσίευσε πλήθος επιστημονικών μελετών σε διεθνή περιοδικά, από τις οποίες ξεχωρίζει η «Θεωρία της θερμικής ιοντώσεως των αερίων». Γνωστός στους αστροφυσικούς κυρίως από τη φερώνυμη εξίσωση, που διέπει τον ιονισμό των στοιχείων στις θερμές αστρικές ατμόσφαιρες.

Ας πάρουμε ως παράδειγμα πάλι το υδρογόνο για το οποίο ισχύει:
$2U_{r+1}(T)/U_r(T)=1$, οπότε $\log 2\ U_{r+1}(T)/U_r(T)=0$ και $X_r=13,60$ eV (ionization potential). Τότε, από την παραπάνω σχέση έχουμε:
$\log(NHII/NHI)\ P_e=2,5\log T-0,48-(5040/T)\ 13,60$
όπου:
NHII=ο αριθμός των ιονισμένων ατόμων του υδρογόνου ανά cm^3.
NHI=ο αριθμός των ουδετέρων ατόμων του υδρογόνου ανά cm^3.
Εάν μετρήσουμε λοιπόν, τις εντάσεις των γραμμών του ουδετέρου και του ιονισμένου υδρογόνου, μπορούμε να βρούμε τον λόγο NHII/NHI. Επίσης εάν βρούμε τις εντάσεις των γραμμών δύο στοιχείων με διαφορετικά δυναμικά ιονισμού στο φάσμα ενός αστεριού, μπορούμε να βρούμε τόσο τη θερμοκρασία, όσο και την πίεση της ατμόσφαιρας του αστεριού.
Από την τελική σχέση είναι φανερό ότι για διάφορες θερμοκρασίες οι γραμμές που προέρχονται από τη βασική στάθμη (γραμμές συντονισμού) είναι έντονες σε χαμηλές θερμοκρασίες. Αντίστοιχα, οι γραμμές που προέρχονται από τη δεύτερη στάθμη (γραμμές Balmer) εμφανίζονται σε ενδιάμεσες θερμοκρασίες. Επίσης από τη σχέση του Saha αποδεικνύεται ότι δεν μπορούμε να έχουμε ταυτόχρονα

www.stavlosbooks.gr

περισσότερες από δύο διαδοχικές καταστάσεις ιονισμού στις χαμηλές θερμοκρασίες (θ=1). Στην περίπτωση υψηλών θερμοκρασιών (θ<<1) είναι δυνατόν να εμφανίζονται τρεις ή περισσότερες καταστάσεις ιονισμού.

Πάντως, όπως βλέπουμε από την τελική σχέση, η παρουσία ή η απουσία ορισμένων φασματικών γραμμών ενός στοιχείου εξαρτάται κυρίως από τη θερμοκρασία της αστρικής ατμόσφαιρας. Σε υψηλές θερμοκρασίες δημιουργείται πλήρης ιονισμός, οπότε οι γραμμές των ουδετέρων ατόμων δεν εμφανίζονται στο φάσμα. Σε πολύ υψηλές θερμοκρασίες εμφανίζεται διπλός ιονισμός και η εξίσωση του Saha δίνει το ποσοστό των δις ιονισμένων ατόμων. Τότε ο αριθμός των ουδετέρων ατόμων, όσο και ο αριθμός των απλώς ιονισμένων ατόμων ελαττώνεται κ.ο.κ.

Δηλαδή με τη θεωρία του Saha η απουσία ή η παρουσία γραμμών που ανήκουν σ' ένα στοιχείο εξαρτάται από τον βαθμό ιονισμού του στοιχείου, που είναι συνάρτηση κυρίως της θερμοκρασίας του άστρου. Συνεπώς ο νόμος του Saha είναι δυνατόν να εφαρμοστεί στις αστρικές ατμόσφαιρες επειδή μπορούμε να μετρήσουμε τις εντάσεις των γραμμών ενός στοιχείου σε ουδέτερη κατάσταση και σε ιονισμό και να βρούμε τον λόγο των ιονισμένων ατόμων προς τα ουδέτερα. Εάν ο ιονισμός είναι πλήρης, τότε οι γραμμές τις οποίες θα παρουσίαζαν τα ουδέτερα άτομα εξαφανίζονται εντελώς, ενώ οι γραμμές των ιονισμένων ατόμων παρουσιάζονται στο υπεριώδες τμήμα του φάσματος.

Συνύπαρξη ουδετέρων και ιονισμένων ατόμων συνεπάγεται την παρουσία γραμμών, που καλούνται *ενισχυμένες* (enhanced)· αυτές εμφανίζονται προς το υπεριώδες τμήμα του φάσματος και είναι πιο έντονες, όσο η θερμοκρασία είναι υψηλότερη. Είναι φανερό ότι εάν η θερμοκρασία έχει τέτοια τιμή ώστε να μη γίνεται ιονισμός των ατόμων ενός

www.physicsbooks.gr

στοιχείου, οι έντονες ενισχυμένες γραμμές δεν θα εμφανίζονται στο φάσμα.

Σύμφωνα με την εξίσωση του Saha, ο λόγος των ιονισμένων προς τα ουδέτερα άτομα, εξαρτάται από τη θερμοκρασία της αστρικής ατμόσφαιρας, το δυναμικό ιονισμού και την πίεση των ηλεκτρονίων, που με τη σειρά της εξαρτάται από την πυκνότητα των ηλεκτρονίων και τη θερμοκρασία. Επομένως αν η θερμοκρασία της αστρικής ατμόσφαιρας παραμένει σταθερή, τότε και ο φασματικός τύπος ενός άστρου σε μια φασματική ταξινόμηση θα παραμένει σταθερός, εφ' όσον σύμφωνα μ' αυτά που μέχρι τώρα αναφέραμε καθοριστικός παράγοντας μιας οποιασδήποτε φασματικής ταξινόμησης θα είναι η θερμοκρασία. Αν, λοιπόν, η θερμοκρασία παραμένει σταθερή, τότε ο λόγος των ιονισμένων ατόμων προς τα ουδέτερα άτομα θα εξαρτάται μόνον από την πυκνότητα των ηλεκτρονίων και το δυναμικό ιονισμού.

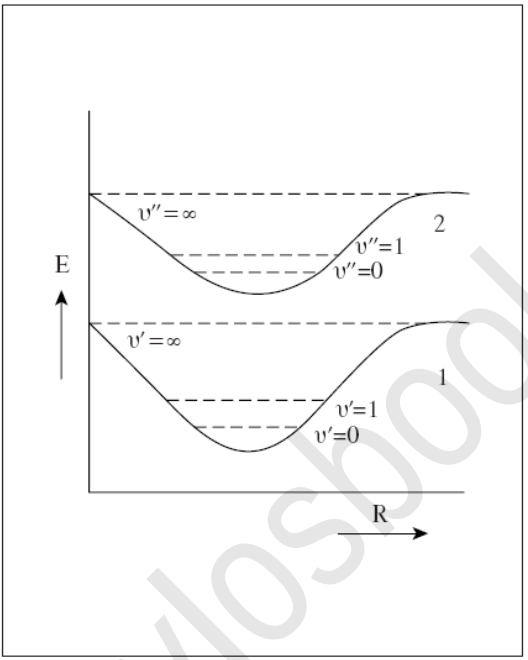
Όταν όμως και το δυναμικό ιονισμού παραμένει σταθερό —πράγμα που συμβαίνει για το ίδιο στοιχείο— τότε ο προαναφερθείς λόγος ελαττώνεται, όσο αυξάνει η πυκνότητα των ηλεκτρονίων. Η ένταση, όμως, των γραμμών των ιονισμένων στοιχείων σε σχέση με την ένταση των γραμμών των ουδετέρων στοιχείων είναι ανάλογη του λόγου των ιονισμένων ατόμων προς τα ουδέτερα άτομα. Εξάλλου όσο μεγαλύτερη είναι η φωτεινότητα ενός άστρου με σταθερή θερμοκρασία, που συνεπάγεται σταθερή εκπομπή ενέργειας ανά μονάδα χρόνου, τόσο μεγαλύτερες είναι οι διαστάσεις του και τόσο μικρότερη είναι η πυκνότητά του. Εφ' όσον η θερμοκρασία είναι σταθερή, τότε και ο φασματικός τύπος θα είναι σταθερός και οι εντάσεις των ιονισμένων γραμμών θα αυξάνουν όσο ελαττώνεται η πυκνότητα των ηλεκτρονίων, ή αλλιώς, όσο αυξάνεται η φωτεινότητα του άστρου. Γενικά, το φαινόμενο αυτό θα εξαρτάται ακόμα από το δυναμικό ιονισμού για

διαφορετικά στοιχεία, αφού η μεταβολή της έντασης των γραμμών διαφόρων στοιχείων είναι διαφορετική.
Συνεπώς μπορούμε να συσχετίσουμε τον λόγο της έντασης ορισμένων γραμμών ιονισμένων και ουδετέρων στοιχείων, με τη φωτεινότητα άστρων της ίδιας θερμοκρασίας και έτσι να κατατάσσουμε τα άστρα. Δηλαδή τα σχετικά πλήθη των ιονισμένων ατόμων που μας δίνει ο τύπος τού Saha για τα άστρα μάς βοηθούν να προβλέψουμε τις διαφορετικές εντάσεις των φασματικών γραμμών, ακόμα και για άστρα του ίδιου φασματικού τύπου. Ουσιαστικά αυτές ακριβώς οι διαφορές έντασης των φασματικών γραμμών σε αστέρια του ίδιου φασματικού τύπου ανάγκασαν τους αστρονόμους να τα ταξινομήσουν και σε τάξεις φωτεινότητας.

Μοριακά φάσματα
Εάν έχουμε ένα διατομικό μόριο και r είναι η απόσταση μεταξύ των ατόμων του, η δυναμική ενέργειά του σε κάποια καθορισμένη κατάσταση του ηλεκτρονικού του νέφους μπορεί να παρασταθεί από την καμπύλη 1 του επόμενου σχήματος.

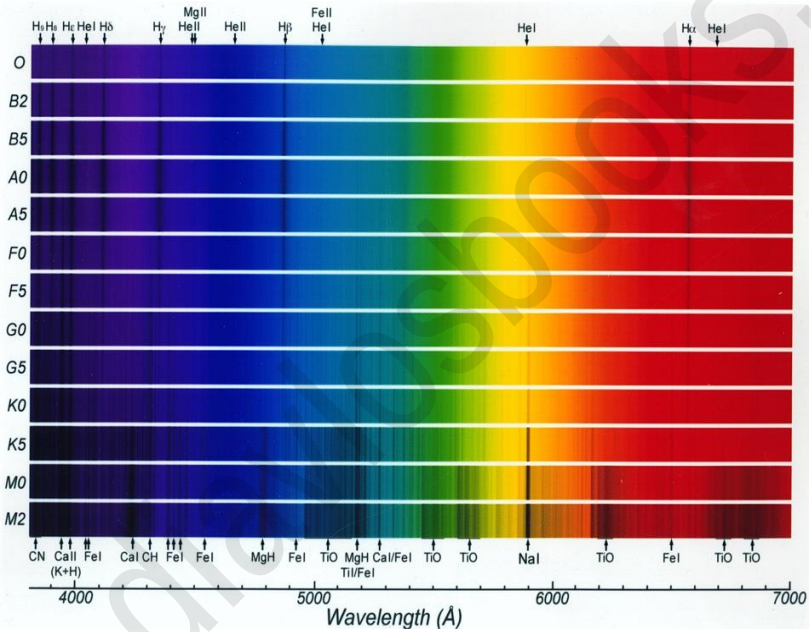
Μια παρόμοια καμπύλη 2 μπορεί να σχηματιστεί για μια άλλη κατάσταση του ηλεκτρονικού νέφους.
Οι τιμές της δυναμικής ενέργειας στις καμπύλες 1 και 2 περιορίζονται αντίστοιχα από τις στάθμες υ'=0,1,2,3...άπειρο και υ''=0,1,2,3...άπειρο. Με την έννοια του απείρου εννοείται η τιμή για την οποία το μόριο αποκτά ικανή ενέργεια προκειμένου να διασπαστεί.

www.diavlospoke.gr

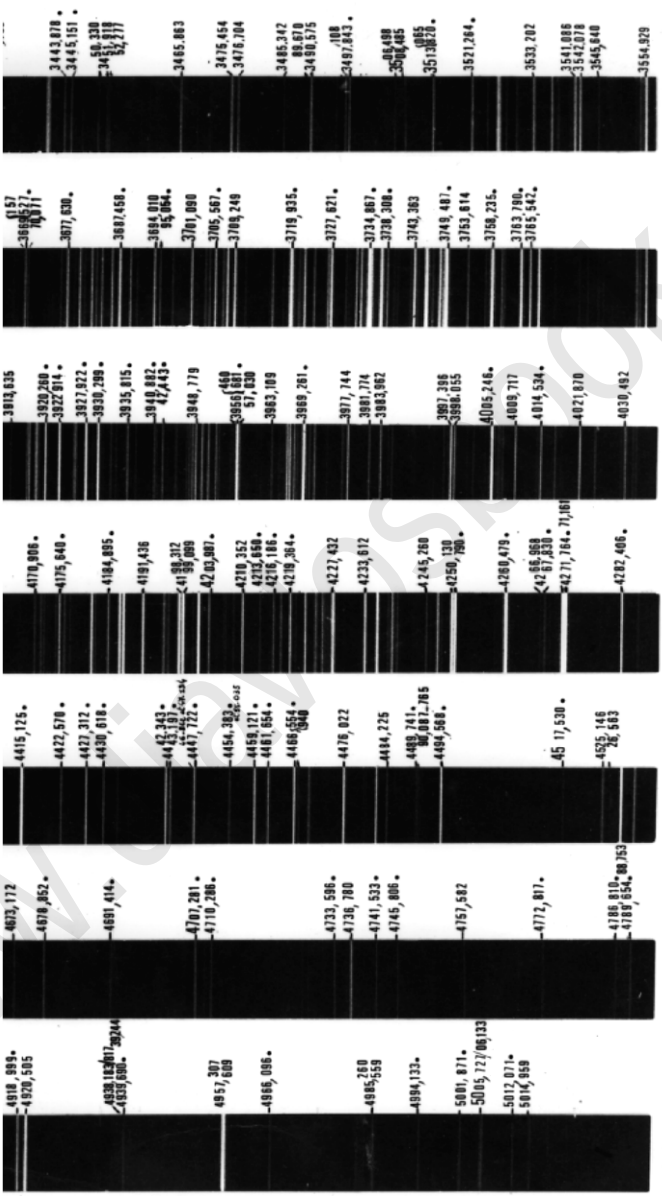


Άλματα ηλεκτρονίων από τις στάθμες υ' της καμπύλης 1 προς τις στάθμες υ" της καμπύλης 2, δημιουργούν τις ταινίες απορρόφησης.
Αντίθετα, άλματα σε στάθμες υψηλότερες του υ"=(άπειρο) δίνουν συνεχές φάσμα.
Επειδή ένα διατομικό μόριο εκτός τού ότι ταλαντούται, συγχρόνως περιστρέφεται, γι' αυτό σημειώνουμε ότι η ενέργεια περιστροφής επιπροστίθεται μεταβάλλοντας έτσι την καμπύλη του δυναμικού.

www.gavlosbooks.gr



www.dionysios.gr



Το φάσμα του FeII το οποίο χρησιμοποιείται ως φάσμα σύγκρισης (συνέχεια).

www.uoa.gr

Φυσικές σταθερές

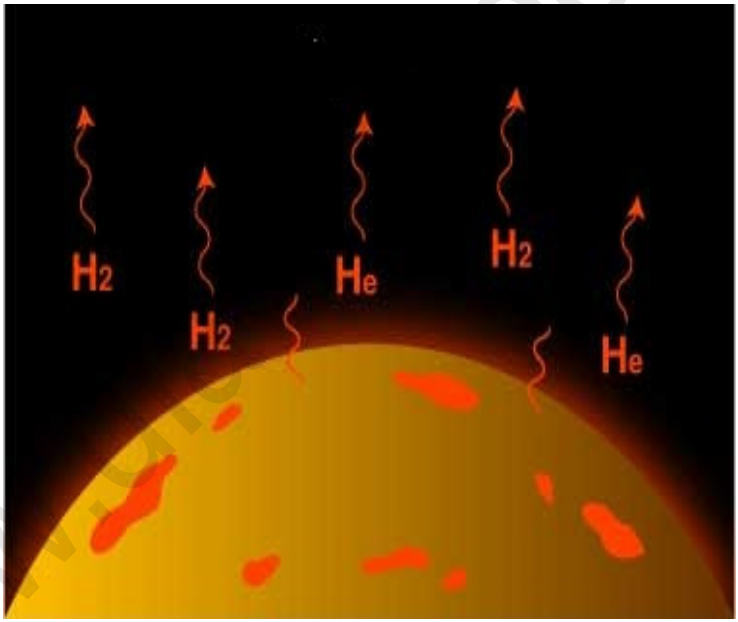
Παγκόσμια σταθερά της βαρύτητας	$G = 6,67259 \times 10^{-8}\ cm^3\ gr^{-1}\ sec^{-2}$
ταχύτητα του φωτός	$c = 2,99792458 \times 10^{10}\ cm \cdot sec^{-1}$
σταθερά του Planck	$h = 6,626 \times 10^{-27}\ erg \cdot sec$
σταθερά του Boltzmann	$K = 1,380658 \times 10^{-16}\ erg \cdot grad^{-1}$
	$= 8,62 \times 10^{-5}\ eV \cdot grad^{-1}$
σταθερά των Stefan-Boltzmann	$\sigma = 5,6697 \times 10^{-5}\ erg \cdot cm^{-2} \cdot sec^{-1} \cdot grad^{-4}$
μάζα πρωτονίου	$m_p = 1,6726231 \times 10^{-24}\ gr$
μάζα νετρονίου	$m_n = 1,6726231 \times 10^{-24}\ gr$
μάζα ηλεκτρονίου	$m_e = 9,1093897 \times 10^{-28}\ gr$
μάζα του υδρογόνου	$m_H = 1,673534 \times 10^{-24}\ gr$
ακτίνα Bohr	$r = a = \frac{h^2}{4\pi^2 m_e \cdot e^2}$
σταθερά Rydberg	$R_H = 109.677,581\ cm^{-1}$

Αστρονομικές σταθερές

ηλιακή μάζα	$1M_\odot = 1,989 \times 10^{33}\ gr = 33 \times 10^3\ M_\oplus$
φωτεινότητα του Ήλιου	$1L_\odot = 3,82 \times 10^{33}\ erg \cdot sec^{-1}$
ηλιακή ισημερινή ακτίνα	$1R_\odot = 6,9599 \times 10^{10}\ cm$
ενεργός θερμοκρασία του Ήλιου	$T_{effe} = 5.770\ K$
ηλιακή σταθερά	$S = 1,36 \times 10^3\ Watt \cdot m^{-2}$
μάζα της Γης	$1M_\oplus = 5,974 \times 10^{27}\ gr$
γήινη ισημερινή ακτίνα	$1R_\oplus = 6,378 \times 10^8\ cm \simeq 9,5 \times 10^{12}\ Km$
έτος φωτός	$1\ ε.φ. = 9,4605 \times 10^{17}\ cm \simeq 9,5 \times 10^{12}\ Km$
παρσέκ	$1pc = 3,0857 \times 10^{18}\ cm = 3,26\ ε.φ. =$
	$= 30,857 \times 10^{12}\ Km$
	$1Kpc = 10^3\ pc,\ 1Mpc = 10^3\ Kpc = 10^6\ pc$
αστρονομική μονάδα	$1A.U. = 1,496 \times 10^6\ Km = 149,6 \times 10^{13}\ cm$
μέση αστρική ημέρα	$= 23^h 56^m\ 04,09054^s$
ηλιακή ημέρα	$= 86.400 sec$
αστρικό έτος	$= 3,155815 \times 10^7\ sec$
τροπικό έτος	$= 3,155693 \times 10^7\ sec$
απόσταση Γης-Σελήνης	$= 384.400\ Km = 60,3\ R_\oplus$
μάζα Σελήνης	$M_\leftmoon = 0,0123\ M_\oplus$
ακτίνα Σελήνης	$R_\leftmoon = 0,2725\ R_\oplus = 1.738\ Km$
φαινόμενο οπτικό μέγεθος του Ήλιου	$m_\odot = -26,8$
απόλυτο οπτικό μέγεθος του Ήλιου	$M_\odot = 4,8$

www.diavlosbooks.gr

Διάδοση Ενέργειας στις Αστρικές Ατμόσφαιρες



www.ebooks.gr

Κεφάλαιο 1
Βασικές παράμετροι – Μέλαν Σώμα

1.1 Ορισμός βασικών παραμέτρων
1.1.1 Κλίμακα Ύψους

Για την περίπτωση ιδανικού αερίου σε συνθήκες υδροστατικής ισορροπίας, όπου η πυκνότητα είναι βασική παράμετρος, η πίεση μεταβάλλεται με το ύψος σύμφωνα με τη σχέση:

$$\frac{dP}{dz} = -g_0 \rho \quad (1.1)$$

όπου P : η πίεση του αερίου

ρ : η πυκνότητα του αερίου.

Συμβολίζοντας με n_e την αριθμητική πυκνότητα των ηλεκτρονίων και με n_i την αριθμητική πυκνότητα των ιόντων τότε, από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων, προκύπτει:

$$P = \left(n_e + n_i\right) kT = \frac{n_i kT}{\mu} \text{ και } \rho = n_i m_H \quad (1.2)$$

όπου T : η θερμοκρασία

m_H : η μάζα του υδρογόνου (καθώς αγνοούνται τα υπόλοιπα στοιχεία)

$\mu = \dfrac{n_i}{n_i + n_e}$: το μέσο μοριακό βάρος.

Αντικαθιστώντας στην (1.1) την (1.2), υποθέτοντας σταθερή θερμοκρασία T και αγνοώντας τη μεταβολή της βαρύτητας ως προς το ύψος προκύπτει:

www.dialogbooks.gr

$$\frac{kT}{\mu}\frac{dn_i}{dz} = -g_0 m_H n_i \rightarrow \frac{kT}{\mu m_H g_0}\int\frac{dn_i}{n_i} = -\int dz$$

οπότε ολοκληρώνοντας: $n_i = n_0 e^{-z/H}$ ή $\rho_i = \rho_0 e^{-z/H}$ (1.3)

όπου: $H = \dfrac{kT}{\mu g_0 m_H}$ (1.4)

ορίζεται ως κλίμακα ύψους και δείχνει πόσο γρήγορα ελαττώνεται η πυκνότητα με το ύψος.

Ένα φωτόνιο έχει μέση ελεύθερη διαδρομή, δηλαδή μέση απόσταση που μπορεί να διασχίσει πριν σκεδαστεί ή επαναπορροφηθεί που δίνεται από τη σχέση: $1/\rho k$ (όπου k: ο συντελεστής απορρόφησης). Εφόσον η πυκνότητα ελαττώνεται με το ύψος η ποσότητα $1/\rho k$ αυξάνεται και κάποια στιγμή εξισώνεται με την κλίμακα ύψους H. Αν $1/\rho k \ll H$ τότε τα φωτόνια υφίστανται σκέδαση ή επαναπορροφούνται πολλές φορές πριν διασχίσουν το ύψος H, και, στην περίπτωση αυτή, το μέσον είναι πρακτικά αδιαφανές. Αν $1/\rho k \gg H$ τότε τα φωτόνια, ουσιαστικά, δεν υφίστανται καμία μεταβολή καθώς διασχίζουν το ύψος H, και στην περίπτωση αυτή, το μέσο είναι διαφανές. Το στρώμα εκείνο όπου $1/\rho k \approx H$ από το οποίο εκπέμπεται προς το χώρο το μεγαλύτερο ποσοστό ακτινοβολίας λέγεται φωτόσφαιρα. Για τη φωτόσφαιρα, όπου η θερμοκρασία είναι $T \approx 6000\text{K}$ και $\mu = 1$, προκύπτει

www.ClavisBooks.gr

$H \approx 200km$. Για το στέμμα, όπου η θερμοκρασία είναι $T \approx 10^6 \mathrm{K}$ και $\mu \approx 0.5$ (για ιονισμένο υδρογόνο), προκύπτει $H \approx 10^5 km$.

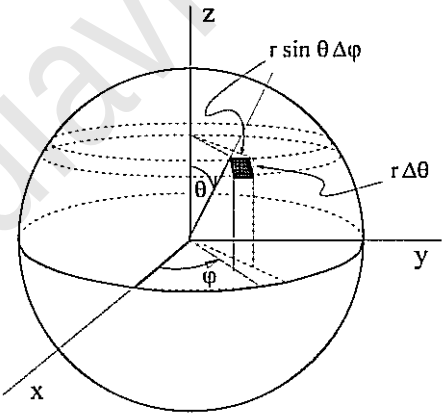
1.1.2 Ένταση Ακτινοβολίας

Α) Ειδική ένταση ακτινοβολίας

Υποθέτοντας ότι υπάρχει ακτινοβολία που διαπερνά μία στοιχειώδη επιφάνεια dA, μέρος της ακτινοβολίας θα αφήσει την επιφάνεια μέσα σε μία στοιχειώδη στερεά γωνία $d\omega$ κατά τη διεύθυνση s. Το ποσό της ενέργειας με συχνότητα στην περιοχή μεταξύ ν και $\nu + d\nu$ που μπαίνει σ' αυτή τη στερεά γωνία σε χρόνο dt δίνεται από τη σχέση:

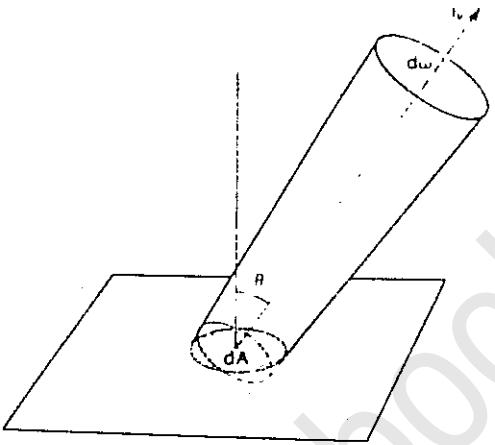
$$dE_\nu = \mathrm{I}_\nu dA \cos\theta d\nu d\omega dt \rightarrow$$

$$\mathrm{I}_\nu \equiv \frac{dE_\nu}{d\nu d\omega dt dA \cos\theta} \quad (1.5).$$

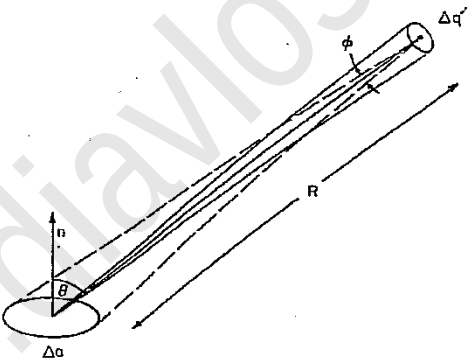


Σχήμα 1.1: Απεικόνιση στερεάς γωνίας σε πολικές συντεταγμένες. Η περιοχή της σφαίρας ακτίνας r που περιορίζεται από τις συνθήκες $(\theta, \theta+\Delta\theta)$ και $(\phi, \phi+\Delta\phi)$ είναι $r^2 \sin\theta \Delta\theta \Delta\phi$ και η στερεά γωνία $\Delta\omega = \sin\theta \Delta\theta \Delta\phi$.

www.diavlos.gr



Σχήμα 1.2: Ειδική ένταση της ακτινοβολίας I_ν.



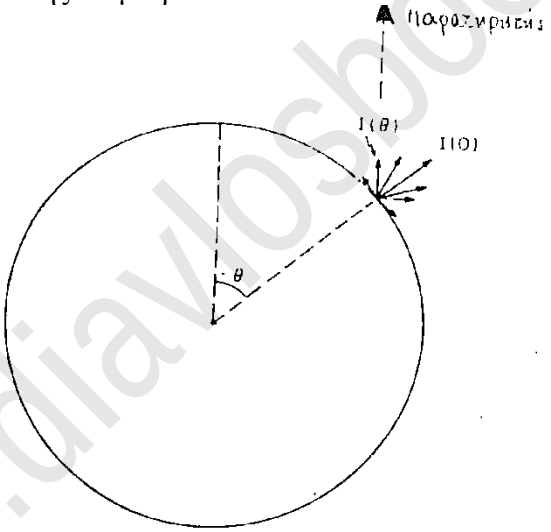
Σχήμα 1.3: Απεικόνιση μέτρησης της ειδικής έντασης ακτινοβολίας.

Στη σχέση αυτή ο παράγοντας I_ν ορίζει την ειδική ένταση της ακτινοβολίας στη συχνότητα ν κατά τη διεύθυνση της στερεάς γωνίας $d\omega$. Η προβολή της στοιχειώδους επιφάνειας dA, όπως αυτή

www.diavlosbooks.gr

παρατηρείται από τη διεύθυνση θ, είναι $dA\cos\theta$. Η I_ν ορίζει έναν αριθμό φωτονίων ανά μονάδα χρόνου, επιφάνειας, συχνότητας και στερεάς γωνίας τα οποία έχουν την ίδια ενέργεια , προέρχονται από το ίδιο σημείο της επιφάνειας και διαδίδονται προς την ίδια διεύθυνση. Αυτή την ενέργεια δέχεται ο παρατηρητής. Επιπλέον, η I_ν αποτελεί μέτρο της λαμπρότητας της πηγής και μπορεί να μετρηθεί μόνο για πηγές με πεπερασμένο γωνιακό μέγεθος, για παράδειγμα σώματα όπως ο Ήλιος, οι πλανήτες, η σελήνη. Με την ειδική ένταση περιγράφεται το πεδίο ακτινοβολίας. Γενικώς, η ειδική ένταση της ακτινοβολίας I_ν εξαρτάται από τη θέση x, τη διεύθυνση παρατήρησης r, το χρόνο t και τη συχνότητα. Άρα ισχύει: $I_\nu = I_\nu(x,r,t)$. Ωστόσο, δεν εξαρτάται, εξ ορισμού, από την απόσταση από την στοιχειώδη επιφάνεια dA. Αν όμως θεωρηθεί ότι η ατμόσφαιρα έχει σφαιρική συμμετρία, δεν μεταβάλλεται με το χρόνο και ότι οποιαδήποτε μεταβολή στις φυσικές συνθήκες γίνεται κατά τη διεύθυνση παρατήρησης και αν, επιπλέον, η κλίμακα ύψους είναι μικρή σε σχέση με την ακτίνα του αστέρα (περίπτωση φωτόσφαιρας) τότε η ειδική ένταση μπορεί να θεωρηθεί ως συνάρτηση του ύψους και της γωνίας θ (ηλιοκεντρική γωνία). Επομένως προκύπτει μία απλουστευμένη κατάσταση, που αποτελεί εν συντομία την προσέγγιση των παράλληλων επιπέδων όπου: $I_\nu = I_\nu(z,\theta)$.

Οι παρατηρήσεις σε διαφορετικές θέσεις πάνω στον ηλιακό δίσκο (διαφορετικό θ όπου $\theta = 0^\circ$ στο κέντρο και $\theta = 90^\circ$ στο χείλος) δείχνουν το πως κατανέμεται η ειδική ένταση, σύμφωνα με τη γωνία θ από μετρήσεις σε διαφορετικά θ. Για την περίπτωση του Ήλιου η μεταβολή της $I_\nu(\theta)$ που εκπέμπεται από ένα στοιχείο επιφάνειας της φωτόσφαιρας μπορεί να μετρηθεί παρατηρώντας τη μεταβολή της έντασης της φωτόσφαιρας κατά μήκος της ηλιακής διαμέτρου.



Σχήμα 1.4: Απεικόνιση του πως παρατηρείται η γωνιακή κατανομή της φωτοσφαιρικής έντασης με μετρήσεις σε διάφορες ηλιοκεντρικές γωνίες. Το μήκος του ανύσματος είναι περίπου ανάλογο της έντασης.

Το μήκος του ανύσματος είναι περίπου ανάλογο με την ειδική ένταση I_ν. Αυτό το γεγονός περιγράφει το φαινόμενο αμαύρωσης του χείλους στην ηλιακή

www.diavlosbooks.gr

ατμόσφαιρα. Η αμαύρωση χείλους της φωτόσφαιρας συνεπάγεται ότι το στρώμα αυτό εκπέμπει ανισότροπο ίχνος έντασης όταν παρατηρείται έξω απ' την ηλιακή ατμόσφαιρα σε διάφορες γωνίες από την τοπική κάθετο. Το χείλος εμφανίζεται σκοτεινότερο απ' ότι το κέντρο. Είναι φανερό ότι σε εκτεταμένες πήγες, όπως στην περίπτωση του Ήλιου, ο παρατηρητής μετρά την ειδική ένταση της ακτινοβολίας.

Ανάλογα προς την ειδική ένταση I_ν για συχνότητα ν ορίζεται η ειδική ένταση I_λ για μήκος κύματος λ. Τα δύο παραπάνω μεγέθη συνδέονται μέσω της σχέσης: $I_\lambda d\lambda = I_\nu d\nu$ που προκύπτει από τη σχέση: $I_\lambda = I_\nu c/\lambda^2$

όπου, για το σύστημα C.G.S. οι μονάδες των μεγεθών είναι:

$I_\nu \to erg \cdot \sec^{-1} \cdot cm^{-2} \cdot rad^{-2} \cdot Hz^{-1} = erg \cdot cm^{-2} \cdot rad^{-2}$

ή $W \cdot m^{-2} \cdot Hz^{-1} \cdot rad^{-1}$

$I_\lambda \to erg \cdot \sec^{-1} \cdot cm^{-2} \cdot rad^{-2} A^{-1}$.

Σημειώνεται ότι οι ποσότητες I_ν και I_λ παρουσιάζουν διαφορετικές φασματικές κατανομές για το ίδιο φάσμα. Χαρακτηριστικές ιδιότητες, όπως το μέγιστο της έντασης, παρουσιάζονται σε διαφορετικά μήκη κύματος για το I_ν και το I_λ. Για παράδειγμα, στο φάσμα του ηλίου (He) το μέγιστο του I_λ παρουσιάζεται γύρω στα $4500A$ ενώ το μέγιστο του I_ν βρίσκεται στο υπέρυθρο γύρω στα $8000A$.

www.diavlosbooks.gr

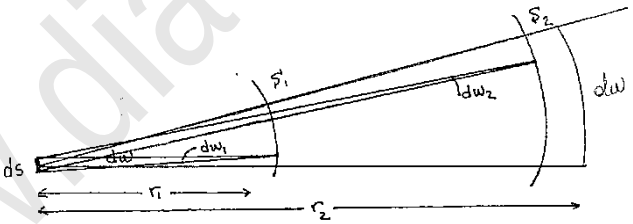
Για την περίπτωση όπου υπάρχει αξονική συμμετρία η εισερχόμενη ένταση ακτινοβολίας $(\mu < 0)$ δίνεται από τη σχέση:

$$I_\nu^{-}(\tau_\nu, \mu) = -\int_0^{\tau_\nu} S_\nu(t_\nu) e^{-(t_\nu - \tau_\nu)/\mu} d\left(t_\nu/\mu\right) \quad (1.6)$$

και η εξερχόμενη ένταση ακτινοβολίας $(\mu > 0)$ από τη σχέση:

$$I_\nu^{+}(\tau_\nu, \mu) = +\int_{\tau_\nu}^{\infty} S_\nu(t_\nu) e^{-(t_\nu - \tau_\nu)/\mu} d\left(t_\nu/\mu\right) \quad (1.7).$$

Μια σημαντική ιδιότητα της ειδικής έντασης της ακτινοβολίας I_ν είναι το ότι η ποσότητα αυτή είναι ανεξάρτητη της απόστασης μεταξύ πηγής και παρατηρητή, εφόσον ενδιάμεσα δεν υπάρχει απώλεια ενέργειας ή πηγές δημιουργίας ενέργειας, δηλαδή εφόσον η διαδρομή της ακτινοβολίας γίνεται σε «κενό» χώρο.



Σχήμα 1.5: Βοηθητικό σχήμα για τη μαθηματική διατύπωση του ότι η ειδική ένταση της ακτινοβολίας είναι ανεξάρτητη της απόστασης μεταξύ πηγής-παρατηρητή.

Η παραπάνω ιδιότητα αποδεικνύεται από τις σχέσεις:

www.diavlosbooks.gr

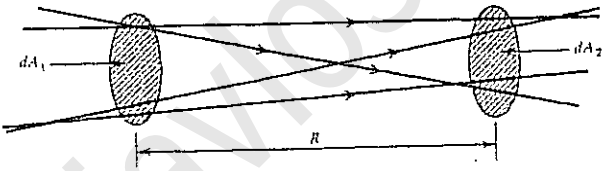
$$\mathrm{I}_{\nu}\left(\theta=0\right)=\frac{dE_{\nu}}{dtd\nu d\omega ds}=\frac{dE_{\nu}}{dtd\nu ds\left(s_1/r_1^{\,2}\right)}=\frac{dE_{\nu}}{dtd\nu ds\left(s_2/r_2^{\,2}\right)}$$

$$\text{Επειδή } d\omega=\frac{s_1}{r_1^{\,2}}=\frac{s_2}{r_2^{\,2}}$$

και $d\omega_1=\dfrac{ds}{r_1^{\,2}}$, $d\omega_2=\dfrac{ds}{r_2^{\,2}}$.

Οι ποσότητες $\dfrac{dE_{\nu}}{s_1},\dfrac{dE_{\nu}}{s_2}$ είναι σταθερές για τις επιφάνειες s_1 και s_2 αντίστοιχα οπότε:

$$\mathrm{I}_{\nu}=\frac{dE_{\nu}}{dtd\nu ds_1 d\omega_1}=\frac{dE_{\nu}}{dtd\nu ds_2 d\omega_2}.$$



Σχήμα 1.6: Η ειδική ένταση της ακτινοβολίας είναι ανεξάρτητη της απόστασης μεταξύ πηγής και παρατηρητή.

Β) ολική ένταση

Ένα ιδιαίτερα χρήσιμο μέγεθος είναι η ειδική ένταση της ακτινοβολίας ολοκληρωμένη σ' όλες τις συχνότητες ή σε όλα τα μήκη κύματος. Το ολοκλήρωμα αυτό ονομάζεται ολική ένταση και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\bar{\mathrm{I}}=\int_0^{\infty}\mathrm{I}_{\nu}d\nu \text{ ή}$$

www.diavlosbooks.gr

$$\bar{\mathrm{I}} = \int_0^\infty \mathrm{I}_\lambda d\lambda \ \ (1.8).$$

Γ) μέση ένταση

Ο μέσος όρος της ειδικής έντασης της ακτινοβολίας απ' όλες τις διευθύνσεις ονομάζεται μέση ένταση της ακτινοβολίας και προκύπτει ολοκληρώνοντας την ειδική ένταση I_ν σε όλες τις στερεές γωνίες. Δίνεται από τη σχέση:

$$J_\nu = \frac{\int \mathrm{I}_\nu(z,\theta) d\omega}{\int d\omega} \ \text{ή} \ J_\nu = \frac{1}{4\pi}\int \mathrm{I}_\nu d\omega \ \ (1.9)$$

και η ολοκλήρωση γίνεται σ' όλη τη σφαίρα με κέντρο το προς μελέτη σημείο.

Εάν η ακτινοβολία είναι ισότροπη, δηλαδή ομοιόμορφη προς όλες τις διευθύνσεις, προκύπτει: $J_\nu = \mathrm{I}_\nu$.

Η παραπάνω σχέση προκύπτει ορίζοντας τη στοιχειώδη στερεά γωνία $d\omega$. Μία στοιχειώδης στερεά γωνία $d\omega$ είναι ίση με το αντίστοιχο στοιχείο επιφάνειας πάνω στη μοναδιαία σφαίρα.

Άρα: $d\omega = \sin\theta d\theta d\phi$,

επομένως :

$$J_\nu = \frac{1}{4\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} \mathrm{I}_\nu(z,\theta)\sin\theta d\theta d\phi = \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} \mathrm{I}_\nu(z,\theta)\sin\theta d\theta = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} \mathrm{I}_\nu d\cos\theta.$$

και θέτοντας $\cos\theta = \mu$ προκύπτει:

$$J_\nu = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} \mathrm{I}_\nu(z,\mu) d\mu.$$

Αν η ακτινοβολία δεν εξαρτάται από το θ (δηλαδή για την περίπτωση ισότροπου πεδίου) προκύπτει:

www.ziavlosbooks.gr

$$J_\nu(z)=\frac{1}{2}\mathrm{I}_\nu\left[\cos\theta\right]_{-1}^{1}=\mathrm{I}_\nu .$$

Η μονάδα μέτρησης της μέσης έντασης ακτινοβολίας είναι: $erg\cdot s^{-1}\cdot cm^{-2}\cdot Hz^{-1}\cdot rad^{-1}$, δηλαδή ίδια με τη μονάδα μέτρησης της ειδικής έντασης ακτινοβολίας.

1.1.3 Ροή Ακτινοβολίας

Ως ροή της ακτινοβολίας F_ν ορίζεται το ολικό ποσό ενέργειας ανά μονάδα χρόνου, επιφάνειας και συχνότητας, δηλαδή το μέγεθος αυτό αποτελεί μέτρο της ενέργειας που μεταφέρεται από όλες τις ακτίνες που διαπερνούν μία δεδομένη επιφάνεια. Προκύπτει ολοκληρώνοντας την ενέργεια dE_ν που περνάει από την επιφάνεια dA για όλες τις στερεές γωνίες και δίνεται από τη σχέση:

$$F_\nu=\frac{1}{dAd\nu dt}\int_{4\pi}dE_\nu=\frac{1}{dAd\nu dt}\int_{4\pi}\mathrm{I}_\nu dA\cos\theta d\nu dt d\omega=\int\mathrm{I}_\nu\cos\theta d\omega\rightarrow$$

$$F_\nu=\int_0^{2\pi}d\phi\int_0^{\pi}\mathrm{I}_\nu\sin\theta\cos\theta d\theta=2\pi\int_{-1}^{1}\mathrm{I}_\nu(z,\mu)\mu d\mu$$

$$(1.10).$$

Ολοκληρώνοντας την ενέργεια dE_ν που διέρχεται από την επιφάνεια dA από όλες τις διευθύνσεις αλλά μόνο κατά τη θετική φορά του άξονα Oz, δηλαδή για $0<\theta<\pi/2$, τότε η ροή αυτή καλείται η προς τα έξω ροή ακτινοβολίας F_ν^{+} στο δεδομένο σημείο και δίνεται από τη σχέση:

www.diavlosbooks.gr

$$F_\nu^+ \int\limits_{\varepsilon\xi.\eta\mu.} \mathrm{I}_\nu(z,\theta)\cos\theta d\omega \text{ όμως } d\omega = dA/r^2$$

και καθώς $dA = r\sin\theta d\phi r d\theta$ και

$$d\omega = \frac{r^2\sin\theta d\theta d\phi}{r^2} = \sin\theta d\theta d\phi$$

προκύπτει: $F_\nu^+ = \int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{\pi/2} \mathrm{I}_\nu \cos\theta\sin\theta d\theta d\phi \ (1.11)$.

Ομοίως, η ενέργεια που διέρχεται από την επιφάνεια dA, από όλες τις διευθύνσεις αλλά κατά την αντίθετη φορά, δίνεται με αρνητικό πρόσημο (λόγω της ύπαρξης του παράγοντα $\cos\theta$ και $\pi/2 < \theta < \pi$) και ονομάζεται η προς τα μέσα ροή ακτινοβολίας F_ν^- στο δεδομένο σημείο. Δίνεται από τη σχέση:

$$F_\nu^- = \int\limits_{\varepsilon\sigma.\eta\mu.} \mathrm{I}_\nu(z,\theta)\cos\theta d\omega = \int\limits_0^{2\pi}\int\limits_{\pi/2}^{\pi} \mathrm{I}_\nu \cos\theta\sin\theta d\theta d\phi.$$

Τελικά, $F_\nu = F_\nu^+ - F_\nu^- = \int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{\pi} \mathrm{I}_\nu \cos\theta\sin\theta d\theta d\phi$

(1.12).

Για ισότροπο πεδίο ακτινοβολίας (όταν δηλαδή η ακτινοβολία είναι ανεξάρτητη της διεύθυνσης) ισχύει $F_\nu = 0$ δηλαδή η εισερχόμενη ροή ακτινοβολίας στην επιφάνεια ισούται με την εξερχόμενη ροή. Επομένως, η ροή είναι μέγεθος που αποτελεί μέτρο της ανισοτροπίας του πεδίου ακτινοβολίας.

www.diavlosbooks.gr

Για ομογενές μέσο (όπου η ακτινοβολία είναι ανεξάρτητη του ϕ) ισχύει η σχέση:

$$F_\nu = 2\pi \int_0^\pi \mathrm{I}_\nu \cos\theta \sin\theta d\theta .$$

Για μέσο ομογενές και ισότροπο επί της επιφάνειας της ατμόσφαιρας υπάρχει μόνο εισερχόμενη ακτινοβολία και ισχύει:

$$F_\nu = 2\pi \mathrm{I}_\nu \int_0^\pi \cos\theta \sin\theta d\theta \to F = \pi \mathrm{I} .$$

Η ροή που εκπέμπεται από ένα σφαιρικό σώμα που δεν ακτινοβολεί, ανά μονάδα επιφάνειας, από την επιφάνεια του σε ακτίνα $r = R$ δίνεται από τη σχέση:

$$F_\nu^{\,surface} \equiv F_\nu^{+}\left(r = R\right) = \pi \overline{\mathrm{I}_\nu^{+}}$$

όπου $\overline{\mathrm{I}_\nu^{+}}$: ο μέσος όρος της έντασης που δίνεται από όλο το δίσκο του σώματος και λαμβάνεται από τον απομακρυσμένο παρατηρητή.

Αυτός είναι ο λόγος που συχνά γράφεται: $\pi F \equiv \Phi$ ώστε να προκύπτει: $F \equiv \bar{\mathrm{I}}$ και τότε το F καλείται αστροφυσική ροή.

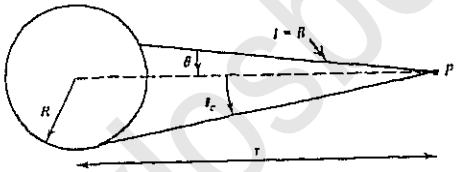
Η ροή που φτάνει στη Γη από ένα άστρο ακτίνας R που βρίσκεται σε απόσταση D δίνεται από τη σχέση:

$$R_\nu = \frac{4\pi R^2}{4\pi D^2} F_\nu^{\,surface} = \frac{\pi R^2}{D^2} \overline{\mathrm{I}_\nu} .$$

Το ίδιο αποτέλεσμα μπορεί να προκύψει και με χρήση του νόμου αντίστροφου τετραγώνου για την περίπτωση ομοιόμορφα φωτεινής σφαιρικής πηγής. Προκειμένου να δειχθεί ότι δεν υπάρχει διαφορά

www.diofspooks.gr

μεταξύ της σταθερότητας της ειδικής έντασης της ακτινοβολίας και του αντίστροφου νόμου τετραγώνου υπολογίζεται η ροή ακτινοβολίας σε ένα τυχαίο σημείο P, σε κάποια απόσταση από τη σφαιρική πηγή ακτινοβολίας φωτεινότητας B (αυτό σημαίνει ότι όλες οι ακτίνες που εγκαταλείπουν τη σφαίρα έχουν την ίδια φωτεινότητα). Με δεδομένο ότι η σφαίρα αποτελεί ισοτροπική πηγή ακτινοβολίας, στο τυχαίο σημείο P η ειδική ένταση της ακτινοβολίας είναι B εφόσον οι ακτίνες διαπερνούν τη σφαίρα και μηδενική σε αντίθετη περίπτωση.



Σχήμα 1.7: Ροή ακτινοβολίας από ομοιόμορφα φωτισμένη σφαίρα.

Τότε:

$$F = \int \mathrm{I} \cos\theta d\omega = B \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\theta_c} \cos\theta \sin\theta d\theta$$

όπου $\sin\theta_c = R/r$ και θ_c: η γωνία στην οποία η ακτίνα από το σημείο P είναι εφαπτόμενη στη σφαίρα. Αντικαθιστώντας προκύπτει:

$$F = \pi B\left(1 - \cos^2\theta_c\right) = \pi B \sin^2\theta_c \rightarrow F = \pi B\left(\frac{R}{r}\right)^2.$$

Επομένως η ειδική ένταση είναι σταθερή ποσότητα, ωστόσο η στερεά γωνία εμφανίζει την εξάρτηση $\propto r^{-2}$ επιβεβαιώνοντας τον αντίστροφο νόμο

www.diavlosbooks.gr

τετραγώνου. Ένα χρήσιμο αποτέλεσμα προκύπτει για $r = R$ όπου: $F = \pi B$.

Η μονάδα της ροής ακτινοβολίας είναι: $erg \cdot s^{-1} \cdot cm^{-2} \cdot Hz^{-1}$ ή $W \cdot m^{-2} \cdot Hz^{-1}$.

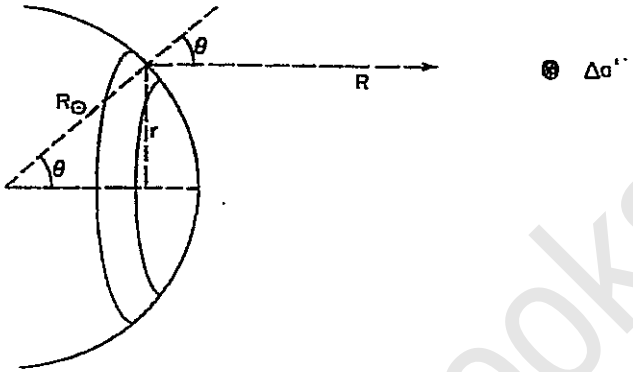
Από την ολοκλήρωση της ροής ως προς τη συχνότητα προκύπτει η ολική ροή ακτινοβολίας από τη σχέση:

$$F = \int_0^\infty F_\nu d\nu \ (1.13).$$

Αντίθετα με την ένταση της ακτινοβολίας, η ροή ακτινοβολίας μίας πηγής είναι αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της απόστασης από την ακτινοβολούσα επιφάνεια.
Σημειώνεται ότι για σημειακές πηγές ακτινοβολίας, όπως οι αστέρες, η μετρούμενη ποσότητα είναι η ροή ακτινοβολίας.

Για να γίνει κατανοητό το πώς η εκπεμπτικότητα της φωτόσφαιρας του Ήλιου μπορεί να μετρηθεί από τη Γη αρκεί να βρεθεί η σχέση της F_λ προς τη ροή όλου του ηλιακού δίσκου f_λ που πέφτει επί ανιχνευτή επιφάνειας $1cm^2$ στην απόσταση Γης-Ήλιου R. Από τη γεωμετρία του σχήματος (1.8):

www.ziavosbooks.gr



Σχήμα 1.8: Απεικόνιση της σχέσης της ηλιακής ροής που προσλαμβάνεται από έναν ανιχνευτή τοποθετημένο στη Γη.

προκύπτει, δεδομένου ότι $R \gg R_0$, οι ακτίνες που φτάνουν στον ανιχνευτή από όλα τα σημεία του ηλιακού δίσκου είναι σχεδόν παράλληλες. Επομένως η συνεισφορά df_λ στη ροή που πέφτει επί του ανιχνευτή από σφαιρικό δακτύλιο επιφάνειας $2\pi r dr$ δίνεται από τη σχέση:

$$df_\lambda = \mathrm{I}_\lambda(\theta)\, d\omega = \frac{2\pi r dr}{R^2}\mathrm{I}_\lambda(\theta)$$

και καθώς ισχύουν οι σχέσεις:

$r = R_0 \sin\theta$

$dr = R_0 d(\sin\theta)$

προκύπτει:

$$df_\lambda = \frac{2\pi {R_0}^2}{R^2}\mathrm{I}_\lambda(\theta)\sin\theta d(\sin\theta) \rightarrow$$

$$f_\lambda = \frac{2\pi {R_0}^2}{R^2}\int_0^{\pi/2}\mathrm{I}_\lambda(\theta)\sin\theta\cos\theta d\theta .$$

www.diavlos.books.gr

Όμως, $\omega_s = \frac{\pi R_0^{\,2}}{R^2}$: η στερεά γωνία υπό την οποία φαίνεται ο ηλιακός δίσκος, επομένως, από τον ορισμό της F_λ, προκύπτει ότι η μετρούμενη ροή f_λ και η εκπεμπτικότητα της φωτόσφαιρας συνδέονται μέσω της σχέσης:

$$f_\lambda = \omega_s \frac{F_\lambda}{\pi} \rightarrow F_\lambda = \frac{\pi f_\lambda}{\omega_s}$$

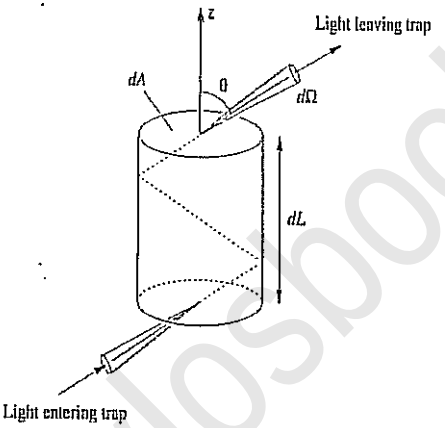
όπου $\omega_s = 6.8 \cdot 10^{-5} sterad$.

Οι τιμές της f_λ διορθωμένες στη μέση απόσταση Γης-Ήλιου ίσης με $1AU$ ορίζουν τη φασματική καμπύλη της ηλιακής ακτινοβολίας. Το ολοκλήρωμα σε όλα τα μήκη κύματος: $S = \int_0^\infty f_\lambda d\lambda$ ονομάζεται ολική ηλιακή ακτινοβολία ή ηλιακή σταθερά. Η τιμή της ηλιακής σταθεράς γύρω στο ελάχιστο της ηλιακής δραστηριότητας προσδιορίστηκε από δορυφόρους σε $1.367 \cdot 10^6 erg \cdot cm^{-1} s^{-1}$ με ακρίβεια $\pm 0.2\%$. Από την τιμή αυτή της S προκύπτει ότι η εκπεμπτικότητα της φωτόσφαιρας είναι $6.31 \cdot 10^{10} erg \cdot cm^{-1} \cdot s^{-1} \rightarrow 6.3 KWcm^{-2}$. Υποθέτοντας ότι η φωτοσφαιρική εκπεμπτικότητα είναι ανεξάρτητη του ηλιακού πλάτους, προκύπτει για την ηλιακή λαμπρότητα το τεράστιο ποσό της εκπεμπόμενης προς τα έξω ισχύος:
$L_0 = 4\pi R^2 F = 3.84 \cdot 10^{33} erg \cdot s^{-1}$.

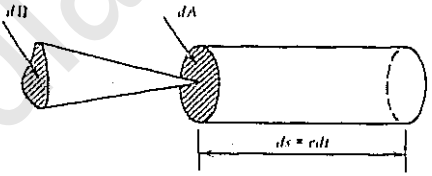
1.1.4 Πυκνότητα ενέργειας

www.ziavlosbooks.gr

Για τον προσδιορισμό της ενέργειας που περιέχεται σε ένα πεδίο ακτινοβολίας χρησιμοποιείται «παγίδα» κυλινδρικού σχήματος, μήκους dl, με ανοιχτά και τα δύο άκρα και πλήρως ανακλαστικά τοιχώματα στο εσωτερικό.



Σχήμα 1.9: Κυλινδρική παγίδα για τη μέτρηση της ενεργειακής πυκνότητας U_λ



Σχήμα 1.10: Ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία μέσα σε κύλινδρο.

Καθώς η ακτινοβολία εισέρχεται στο σχηματισμό είναι πιθανόν να υποστεί ανακλάσεις μέχρι να εξέλθει τελικά από αυτόν. Η ενέργεια στο εσωτερικό του σχηματισμού ισούται με την ενέργεια που θα παρουσίαζε το πεδίο ακτινοβολίας στη

www.diavlospooks.gr

συγκεκριμένη θέση αν ο κυλινδρικός σχηματισμός απομακρύνονταν. Η εισερχόμενη στο σχηματισμό ακτινοβολία , υπό γωνία θ, εξέρχεται από αυτόν σε χρονικό διάστημα: $dt = dl/c\cos\theta$. Επομένως, η ποσότητα της ενέργειας στο εσωτερικό του σχηματισμού, με μήκος κύματος μεταξύ λ και $\lambda + d\lambda$, που οφείλεται στην εισερχόμενη υπό γωνία θ ακτινοβολία δίνεται από τη σχέση:

$$\mathrm{E}_\lambda d\lambda = \mathrm{I}_\lambda d\lambda dt dA\cos\theta d\omega = \mathrm{I}_\lambda d\lambda dA d\omega \frac{dl}{c}.$$

Άρα η ενεργειακή πυκνότητα του πεδίου ακτινοβολίας (ενέργεια ανά μονάδα όγκου με μήκος κύματος μεταξύ λ και $\lambda + d\lambda$) προκύπτει από Το πηλίκο της ενέργειας προς τη μονάδα του όγκου ολοκληρωμένης για όλες τις στερεές γωνίες και δίνεται από τη σχέση:

$$U_\lambda d\lambda = \frac{1}{c}\int \mathrm{I}_\lambda d\lambda d\omega = \frac{1}{c}\int_{\phi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi} \mathrm{I}_\lambda d\lambda \sin\theta d\theta d\phi = \frac{4\pi}{c}\overline{\mathrm{I}}_\lambda d\lambda \quad (1.14).$$

Ένας γενικότερος ορισμός της πυκνότητα ενέργειας ακτινοβολίας U_ν δίνεται από το πηλίκο του ποσού της ακτινοβολούμενης ενέργειας που ρέει απ' όλες τις στερεές γωνίες από όγκο dV προς τον όγκο dV, δηλαδή από τη σχέση:

$$U_\nu = \frac{E_\nu}{dV} \quad (1.15).$$

Θεωρώντας την ενέργεια dE_ν που ρέει διαμέσου ορισμένης στερεάς γωνίας $d\omega$ προκύπτει: $dE_\nu = \mathrm{I}_\nu d\nu dt d\omega dA\cos\theta$, και συμβολίζοντας με l τη διαδρομή του φωτονίου μέσα στον όγκο dV, τότε

www.dimosiobooks.gr

$dt = l/c$ και ο όγκος που σαρώνουν τα φωτόνια μέσα σ' αυτό το χρονικό διάστημα είναι: $dV = ldA\cos\theta$ οπότε προκύπτει:

$$dE_\nu = \left(I_\nu/c\right) l d\nu d\omega dA\cos\theta \rightarrow$$

$$dE_\nu = \left(I_\nu/c\right) dV d\nu d\omega .$$

Όμως για συγκεκριμένη συχνότητα: $dE_\nu = \left(I_\nu/c\right) dV d\omega$ και ολοκληρώνοντας την ενέργεια για όλες τις στερεές γωνίες:

$$E_\nu = \frac{dV}{c}\int_\omega I_\nu d\omega \quad (1.16).$$

Για ισότροπο μέσο ισχύει: $J_\nu = \overline{I_\nu} = \frac{1}{4\pi}\int_\omega I_\nu d\omega$ και έτσι η (1.16) γράφεται:

$$E_\nu = \frac{dV}{c} 4\pi J_\nu \rightarrow \frac{E_\nu}{dV} = \frac{4\pi}{c} J_\nu \rightarrow U_\nu = \frac{4\pi}{c} J_\nu .$$

Για την περίπτωση ισοτροπικού πεδίου ακτινοβολίας: $U_\lambda d\lambda = \left(4\pi/c\right) I_\lambda d\lambda$.

Για την περίπτωση μέλανος σώματος: $I_\lambda = B_\lambda$, επομένως προκύπτει:

$$U_\lambda d\lambda = \frac{4\pi}{c} B_\lambda d\lambda = \frac{8\pi hc\lambda^5}{e^{h\nu/kT} - 1} d\lambda \quad (1.16).$$

Συνήθως, είναι χρήσιμη η έκφραση της παραπάνω σχέσης ως συνάρτηση της συχνότητας ν, που δίνεται από τη σχέση:

www.diavlosbooks.gr

$$U_\nu d\nu = \frac{4\pi}{c}\mathrm{B}_\nu d\nu = \frac{8\pi h\nu^3 / c^3}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu \quad (1.17)$$

όπου $U_\nu d\nu$: η ενεργειακή πυκνότητα με συχνότητα μεταξύ ν και $\nu + d\nu$.

Τότε η ενεργειακή πυκνότητα υπολογίζεται ολοκληρώνοντας για όλα τα μήκη κύματος ή για όλες τις συχνότητες και δίνεται από τη σχέση:

$$U = \int_0^\infty U_\lambda d\lambda = \int_0^\infty U_\nu d\nu \quad (1.18).$$

Για την περίπτωση μέλανος σώματος, όπου: $\mathrm{I}_\lambda = \mathrm{B}_\lambda$ η (1.18) δίνει:

$$U = \frac{4\pi}{c}\int_0^\infty \mathrm{B}_\lambda(T) d\lambda = \frac{4\sigma T^4}{c} = aT^4$$

όπου $a = 4\sigma / c = 7.566 \cdot 10^{-15} erg \cdot cm^{-3} K^{-4}$: η ακτινοβολιακή σταθερά και η αριθμητική πυκνότητα των φωτονίων: $N_{photon} = \int_0^\infty \frac{U_\nu}{h\nu} d\nu \approx 20 \cdot T^3 \left(cm^{-3}\right)$.

Η πυκνότητα ενέργειας ακτινοβολίας U_ν δίνεται έχει μονάδα: $erg \cdot cm^{-3} \cdot Hz^{-1}$ ή $J \cdot m^{-3} \cdot Hz^{-1}$.

1.1.5 Πίεση ακτινοβολίας

Ως πίεση ακτινοβολίας ορίζεται ο ρυθμός μεταβολής της ορμής που μεταφέρεται από μία

www.diavlosbooks.gr

δέσμη ακτινοβολίας ανά μονάδα επιφάνειας. Έστω μία δέσμη ακτινοβολίας ενέργειας dE. Τότε η ορμή που μεταφέρει στη διεύθυνση διάδοσης της ακτινοβολίας είναι: dE/c. Εάν θεωρηθεί η κάθετος στην επιφάνεια dA συνιστώσα της ορμής που μεταφέρεται από τη δέσμη ακτινοβολίας σε χρόνο dt, τότε ισχύει η σχέση:

$$\frac{dE_\nu \cos\theta}{c} = \frac{\mathrm{I}_\nu dt d\omega d\nu dA \cos^2\theta}{c}.$$

Επομένως, η πίεση ακτινοβολίας που είναι η κάθετη συνιστώσα της ορμής ανά μονάδα επιφάνειας, ανά μονάδα χρόνου και ανά μονάδα συχνότητας δίνεται:

$$dP_\nu = \frac{\mathrm{I}_\nu dt d\omega dA \cos^2\theta dV}{c dt d\nu dA} = \frac{\mathrm{I}_\nu \cos^2\theta d\omega}{c} \rightarrow$$

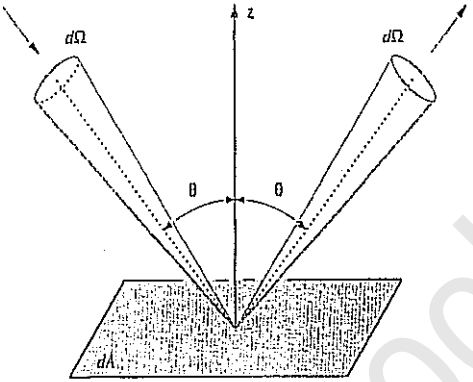
$$P_\nu = \int \frac{\mathrm{I}_\nu \cos^2\theta d\omega}{c} = \frac{1}{c}\int \mathrm{I}_\nu \cos^2\theta d\omega \ (1.19).$$

Η ολική πίεση ακτινοβολίας υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$P_R = \frac{4\pi}{3c}\int_0^\infty \mathrm{I}_\nu d\nu = \frac{4\pi}{3c}\mathrm{I} \ (1.20).$$

Θεωρώντας ένα φωτόνιο ενέργειας Ε συνοδεύεται από ορμή: $p = \mathrm{E}/c$ η οποία είναι ικανή να ασκήσει πίεση ακτινοβολίας προκύπτει ένας αναλυτικότερος τρόπος ορισμού της πίεσης ακτινοβολίας. Στο ακόλουθο σχήμα:

www.diavgeiabooks.gr



Σχήμα 1.11: Πίεση ακτινοβολίας που οφείλεται σε τυχαία φωτόνια που βρίσκονται εντός της στερεάς γωνίας $d\omega$.

παρουσιάζονται φωτόνια που ανακλώνται, σε γωνία θ, από πλήρως ανακλαστική επιφάνεια εμβαδού dA, σε στερεά γωνία $d\omega$. Καθώς η γωνία πρόσπτωσης ισούται με τη γωνία ανάκλασης περιγράφονται από τη γωνία θ εκατέρωθεν του άξονα z. Η μεταβολή στη z-συνιστώσα της ορμής των φωτονίων με μήκος κύματος μεταξύ λ και $\lambda + d\lambda$, που ανακλώνται από την επιφάνεια dA σε χρονικό διάστημα dt δίνεται από τη σχέση:

$$dp_\lambda d\lambda = \left[(p_\lambda)_{final} - (p_\lambda)_{initial} \right] d\lambda = \left[\frac{\mathrm{E}_\lambda \cos\theta}{c} - \left(-\frac{\mathrm{E}_\lambda \cos\theta}{c} \right) \right] d\lambda$$

$$= 2\frac{\mathrm{E}_\lambda \cos\theta}{c} d\lambda = \frac{2}{c} \mathrm{I}_\lambda d\lambda dt dA \cos^2\theta d\omega$$

$$(1.21).$$

Από το δεύτερο και τον τρίτο νόμο Newton, ισχύει ότι η ποσότητα: $-dp_\lambda / dt$ είναι η ασκούμενη από τα φωτόνια δύναμη επί της επιφάνειας dA.

www.ellinikabooks.gr

Επομένως η πίεση της ακτινοβολίας είναι η δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας, $\left(dp_\lambda / dt\right) / dA$, που προκύπτει από τα φωτόνια σε στερεά γωνία $d\omega$. Ολοκληρώνοντας για το ημισφαίριο από όλες τις διευθύνσεις πρόσπτωσης προκύπτει η ασκούμενη πίεση από φωτόνια με μήκος κύματος μεταξύ λ και $\lambda + d\lambda$, $P_{rad,\lambda} d\lambda$ που δίνεται από τη σχέση:

$$P_{rad,\lambda} d\lambda = \frac{2}{c} \int_{ημισφαιριο} \mathrm{I}_\lambda d\lambda \cos^2\theta d\omega = \frac{2}{c} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \mathrm{I}_\lambda d\lambda \cos^2\theta \sin\theta d\theta d\phi$$

(1.22).

Για την περίπτωση ισοτροπικού πεδίου προκύπτει:

$$P_{rad,\lambda} d\lambda = \frac{1}{c} \int_{σφαιρα} \mathrm{I}_\lambda d\lambda \cos^2\theta d\omega \rightarrow$$

$$P_{rad,\lambda} d\lambda = \frac{1}{c} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \mathrm{I}_\lambda d\lambda \cos^2\theta \sin\theta d\theta d\phi = \frac{4\pi}{3c} \mathrm{I}_\lambda d\lambda .$$

Η συνολική πίεση ακτινοβολίας που οφείλεται σε φωτόνια απ' όλα τα μήκη κύματος προκύπτει ολοκληρώνοντας:

$$P_{rad} = \int_0^\infty P_{rad,\lambda} d\lambda .$$

Για την περίπτωση μέλανος σώματος ισχύει:

$$P_{rad} = \frac{4\pi}{3c} \int_0^\infty \mathrm{B}_\lambda\left(T\right) d\lambda = \frac{4\sigma T^4}{3c} = \frac{1}{3} a T^4 = \frac{1}{3} U .$$

Η μονάδα μέτρησης του παραπάνω μεγέθους είναι: $dyne \cdot cm^{-2} \cdot Hz^{-1}$ ή $N \cdot m^{-2} \cdot Hz^{-1}$ και τελικά η ακτινοβολιακή πίεση είναι ανάλογη με την πίεση

www.ulavlosbooks.gr

που ασκείται από αέριο φωτονίων. Αποτελεί ένα βαθμωτό μέγεθος που δηλώνει το βαθμό της ισοτροπίας του πεδίου ακτινοβολίας.

Χρήσιμοι συμβολισμοί

Για την περίπτωση σώματος σφαιρικής συμμετρία, θέτοντας $\cos\theta = \mu$, προκύπτουν οι ακόλουθες σχέσεις που είναι ιδιαίτερα χρήσιμες από άποψη συμβολισμού:

- $J_\nu(z) \equiv \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} \mathrm{I}_\nu d\mu \rightarrow$ για τη μέση ένταση της ακτινοβολίας J_ν
- $H_\nu(z) \equiv \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} \mu \mathrm{I}_\nu d\mu \rightarrow$ η ροή Eddington για την οποία ισχύει: $H_\nu = \Phi_\nu / 4\pi = F_\nu / 4$ όπου Φ_ν: η πραγματική ροή και $F_\nu = \Phi_\nu / \pi$: η αστροφυσική ροή.
- $K_\nu(z) \equiv \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} \mu^2 \mathrm{I}_\nu d\mu \rightarrow$ το ολοκλήρωμα K που σχετίζεται με την πίεση ακτινοβολίας μέσω της σχέσης: $P_\nu = \left(4\pi / c\right) K_\nu$.

Επιπλέον ισχύει: $J_\nu > 0 \;\; K_\nu > 0$.

1.1.6 Δύναμη ακτινοβολίας

Αν ένα μέσο απορροφά ακτινοβολία τότε η ακτινοβολία ασκεί δύναμη στο μέσο καθώς μεταφέρει ορμή. Για τον προσδιορισμό της δύναμης

www.diavlosbooks.gr

ακτινοβολίας, αρχικά, ορίζεται το άνυσμα ροής ακτινοβολίας από τη σχέση:

$$\overrightarrow{F_\nu} = \int \mathrm{I}_\nu \vec{n} d\omega \quad (1.23)$$

όπου $\vec{n}$: το μοναδιαίο άνυσμα κατά μήκος της διεύθυνσης διάδοσης ακτινοβολίας.

Με δεδομένο ότι η ορμή ενός φωτονίου δίνεται από τη σχέση: E/c προκύπτει ότι το άνυσμα ορμής ανά μονάδα επιφάνειας, χρόνου και μήκους απορρόφησης του μέσου δίνεται:

$$\vec{F} = \frac{1}{c} \int k_\nu F_\nu d\nu \quad (1.24).$$

Καθώς $dAds = dV$ προκύπτει ότι το $\vec{F}$ είναι η δύναμη ανά μονάδα έντασης που μεταδίδεται στο μέσο από το πεδίο ακτινοβολίας.

Σημειώνεται ότι η δύναμη ανά μονάδα μάζας υλικού δίνεται από τη σχέση: $\vec{f} = \vec{F}/\rho$ ή από τη σχέση:

$$\vec{f} = \frac{1}{c} \int \frac{k_\nu}{\rho} F_\nu d\nu \quad (1.25).$$

Οι παραπάνω σχέσεις αξιώνουν ότι η απορρόφηση είναι ισοτροπική και ότι η εκπομπή ακτινοβολίας δε συνοδεύεται από μετάδοση ορμής ακτινοβολίας.

1.1.7 Συντελεστής Απορρόφησης και Εκπομπής

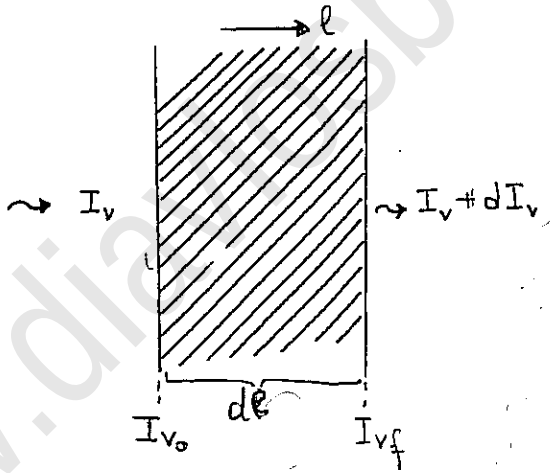
Η ειδική ένταση αλλάζει εξαιτίας των διαδικασιών απορρόφησης και εκπομπής. Η απορρόφηση ελαττώνει απ' ευθείας την ένταση από μία δέσμη ακτινοβολίας, η εκπομπή προσθέτει απ' ευθείας σ' αυτήν και η σκέδαση μπορεί να παράγει και τα δύο φαινόμενα αλλάζοντας μόνο τη

www.diavgeiabooks.gr

διεύθυνση μεταφοράς ενός φωτονίου, μόνο τη συχνότητα, ή και τη διεύθυνση μεταφοράς και τη συχνότητα (μήκος κύματος). Έστω ότι η ακτινοβολία περνά μέσα από ένα υλικό στοιχειώδους πάχους dl. Η προσπίπτουσα στο υλικό ακτινοβολία έχει ειδική ένταση I_ν και η εξερχόμενη $I_\nu + dI_\nu$. Στην περίπτωση που από τη δέσμη ακτινοβολίας αφαιρούνται φωτόνια, δηλαδή το υλικό απορροφά χωρίς να εκπέμπει, τότε ισχύει:

$$dI_\nu = -k_\nu \rho I_\nu dl \quad (1.26)$$

όπου ρ: η πυκνότητα του υλικού.



Σχήμα 1.12: Βοηθητικό σχήμα για τον ορισμό του συντελεστή απορρόφησης. Ακτινοβολία έντασης I_ν διέρχεται από υλικό πάχους dl.

Δηλαδή η ένταση της απορροφούμενης ακτινοβολίας dI_ν είναι ανάλογη της αρχικής

ένταση της ακτινοβολίας I_ν, της διαδρομής της ακτινοβολίας dl και της πυκνότητας της ύλης ρ.

Από την παραπάνω σχέση, όπου το αρνητικό πρόσημο εκφράζει την ελάττωση της έντασης της ακτινοβολίας κατά τη διεύθυνση dl, ορίζεται ο συντελεστής απορρόφησης k_ν που είναι η αδιαφάνεια σε συχνότητα ν. Το k_ν είναι συνάρτηση της θερμοδυναμικής κατάστασης και της σύστασης της ύλης διαμέσου της οποίας διέρχεται η ακτινοβολία. Ως προς τη μονάδα μέτρησης έχουμε ότι: $\rho \to gr \cdot cm^{-3}$, $dl \to cm$ άρα $k_\nu \to cm^2 \cdot gr^{-1}$ και αυτό δικαιολογεί το ότι καλείται και συντελεστής απορρόφησης μάζας. Συχνά, ως συντελεστής απορρόφησης ονομάζεται το γινόμενο $k_\nu \rho \equiv k_\nu$ του οποίου η μονάδα είναι cm^{-1}.

Ο συντελεστής απορρόφησης k_ν περιλαμβάνει τα φαινόμενα απορρόφησης και σκέδασης, δηλαδή ισχύει: $k_\nu = \kappa_\nu + \sigma_\nu$. Το k_ν επομένως είναι στην πραγματικότητα ένας συντελεστής εξασθένησης. Στην καθαρή απορρόφηση το φωτόνιο καταστρέφεται και η ενέργεια του μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια πλάσματος (όταν, για παράδειγμα, ένα φωτόνιο απορροφάται από άτομο που στη συνέχεια αποδιεγείρεται με συγκρούσεις), δηλαδή το φωτόνιο απορροφάται και μετατρέπεται σε άλλη μορφή ενέργειας ή σε φωτόνια διαφορετικής συχνότητας. Αντίθετα, στη σκέδαση το φωτόνιο δεν καταστρέφεται, απλά αλλάζει διεύθυνση ή

www.nobooks.gr

συχνότητα, καθώς συχνά χάνει μέρος της ενέργειας του.

Η απορρόφηση εκφράζεται και με την ενεργό διατομή a_ν (ή ατομικός συντελεστής απορρόφησης) που υπολογίζεται για κάθε άτομο ή ιόν που μετέχει στην απορρόφηση αλλά και για κάθε είδος μετάπτωσης. Ένας εναλλακτικός τρόπος ορισμού της ενεργού διατομής a_ν είναι η αποδοχή ότι κάθε σωματίδιο που συμμετέχει στην απορρόφηση εξομοιώνεται με σφαίρα ακτίνας R, τότε η ενεργός διατομή που εμφανίζει το σωματίδιο στα φωτόνια είναι πR^2, και ισούται με τον ατομικό συντελεστή απορρόφησης. Άρα η συνολική ενεργός διατομή που εμφανίζει στη δέσμη των φωτονίων μία μοναδιαία επιφάνεια του υλικού , που περιέχει n σωματίδια ανά μονάδα όγκου, πάχους dA είναι: $na_\nu dA$ και ο συντελεστής απορρόφησης k_ν, που είναι η απορρόφηση της δέσμης ακτινοβολίας ανά μονάδα μήκους του υλικού, ισούται: $a_\nu n = k_\nu \rho$ όπου n =αριθμητική πυκνότητα του υλικού. Η ποσότητα a_ν είναι ο λόγος της πιθανότητας απορρόφησης φωτονίου ενέργειας $h\nu$ ανά μονάδα χρόνου προς τη ροή φωτονίων και έχει μονάδα επιφάνειας. Η σχέση από την οποία υπολογίζεται ο ατομικός συντελεστής απορρόφησης εξαρτάται όχι μόνο από τη συχνότητα της ακτινοβολίας αλλά και από τον ατομικό αριθμό Z καθώς και το είδος της μετάπτωσης κατά την απορρόφηση.

www.diavlos.gr

Στην περίπτωση που προστίθενται φωτόνια στη δέσμη, δηλαδή το υλικό εκπέμπει φωτόνια (χωρίς να απορροφά ακτινοβολία) ισχύει:

$$d\mathrm{I}_\nu = j_\nu \rho dl \quad (1.27)$$

Ο συντελεστής j_ν είναι ο συντελεστής εκπομπής και αντιστοιχεί στο ποσό ενέργειας που προστίθεται στη δέσμη ανά μονάδα μάζας, χρόνου, στερεάς γωνίας και περιοχής συχνοτήτων. Στις περιπτώσεις αυτόματης και εξαναγκασμένης εκπομπής περιλαμβάνει και τη σκέδαση. Ως προς τη μονάδα μέτρησης του j_ν προκύπτει ότι είναι : $erg \cdot \sec^{-1} \cdot rad^{-1} \cdot gr^{-1} \cdot Hz^{-1} \rightarrow erg \cdot rad^{-1} \cdot gr^{-1}$. Για την περίπτωση ισοτροπικού μέσου η εκπεμπόμενη ενέργεια ανά μονάδα όγκου και χρόνου για όλες τις διευθύνσεις είναι: $4\pi j_\nu \rho$. Οι φυσικοί μηχανισμοί που συνεισφέρουν στο συντελεστή εκπομπής j_ν είναι η πραγματική εκπομπή ενός φωτονίου λόγω της θερμοκρασίας του μέσου και η σκέδαση ενός φωτονίου στη μελετούμενη διεύθυνση άρα: $j_\nu = j_{\nu\,\theta\varepsilon\rho.} + j_{\nu\,\sigma\kappa\varepsilon\delta.}$.

Στα ραδιοκύματα ως συντελεστές απορρόφησης και εκπομπής ορίζονται τα αντίστοιχα $k_\nu \rho$ και $j_\nu \rho$.

1.1.8 Οπτικό βάθος

Μία πολύ χρήσιμη παράμετρος που μετρά το βάθος που βλέπουμε μέσα σ' ένα μερικά διαφανές μέσο, όπως η ηλιακή ατμόσφαιρα, είναι το οπτικό βάθος το οποίο ορίζεται θεωρώντας ότι το υλικό που

www.ziovbooks.gr

απορροφά έχει πεπερασμένο πάχος L οπότε ολοκληρώνοντας τη σχέση (1.26) προκύπτει:

$$\int d\mathrm{I}_\nu = -\int k_\nu \rho \mathrm{I}_\nu dl \rightarrow$$

$$\mathrm{I}_\nu = \mathrm{I}_{\nu_o} e^{-\int_0^L k_\nu \rho dl} .$$

Το οπτικό βάθος ορίζεται από τη σχέση:

$$\tau = \int_0^L k_\nu \rho dl \ (1.28)$$

οπότε προκύπτει:

$$\mathrm{I}_\nu = \mathrm{I}_{\nu_0} e^{-\tau_\nu}$$

και

$$d\tau = -k_\nu \rho dl .$$

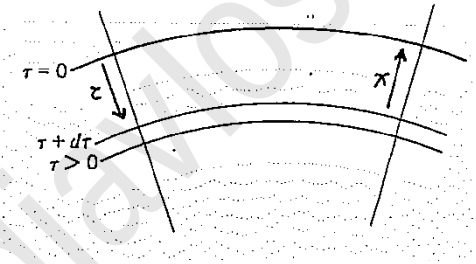
Το οπτικό βάθος μπορεί να θεωρηθεί ως ο αριθμός συγκρούσεων των φωτονίων επειδή σα φυσικό μήκος μεταβάλλεται με τη μέση ελεύθερη διαδρομή των φωτονίων. Αποτελεί μέτρο, δηλαδή, της απορροφητικότητας του υλικού μεταξύ του παρατηρητή και της πηγής. Το οπτικό βάθος μετράται σε διεύθυνση αντίθετη από το γεωμετρικό ύψος. Στη θέση του παρατηρητή έχουμε $\tau_\nu = 0$ και αυξάνει προς τη διεύθυνση της πηγής ακτινοβολίας. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι είναι ένα αδιάστατο μέγεθος που συνδέει το γεωμετρικό βάθος ενός οπτικού μέσου με τις φυσικές του ιδιότητες όπως είναι η πυκνότητα, η μάζα και ο συντελεστής απορρόφησης. Το $\tau_\nu = 0$ μπορεί να τοποθετηθεί στη θέση του παρατηρητή και να θεωρηθεί ότι αυξάνει προς τη διεύθυνση της πηγής

www.ziti.gr books

ακτινοβολίας. Αν $\tau_\nu \gg 1$ για μία δέσμη αερίου όγκου, τότε το αέριο είναι πυκνό. Αν $\tau_\nu \ll 1$ τότε το αέριο είναι αραιό. Επειδή το οπτικό βάθος αλλάζει με το μήκος κύματος λ, ένας αέριος όγκος μπορεί για κάποιο λ να είναι αραιός και για κάποιο άλλο λ πυκνός. Ως παράδειγμα, αναφέρεται η ατμόσφαιρα της Γης η οποία είναι αραιή για την οπτική περιοχή και πυκνή για τις ακτίνες Χ.

Επιστρέφοντας στην ολοκλήρωση της σχέσης: $d\mathrm{I}_\nu = -\mathrm{I}_\nu k_\nu \rho dx$ ή

$$\frac{d\mathrm{I}_\nu}{\mathrm{I}_\nu} = -k_\nu \rho dx$$



Σχήμα 1.13: Γραφική απεικόνιση της φοράς αύξησης του οπτικού βάθους σε μία αστρική ατμόσφαιρα.

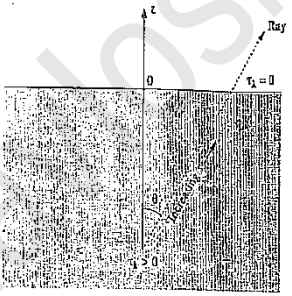
και θέτοντας όρια ολοκλήρωσης τα x_1, x_2 που προσδιορίζουν το πάχος μίας στιβάδας αστρικής ατμόσφαιρας προκύπτει:

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{d\mathrm{I}_\nu}{\mathrm{I}_\nu} = -\int_{x_1}^{x_2} k_\nu \rho dx = \int_{x_1}^{x_2} d\tau_\nu \rightarrow \ln\left(\mathrm{I}_\nu(x_2) \Big/ \mathrm{I}_\nu(x_1)\right) = \tau_\nu(x_2) - \tau_\nu(x_1)$$

$$\rightarrow \mathrm{I}_\nu(x_2) = \mathrm{I}_\nu(x_1) e^{\left[\tau_\nu(x_2) - \tau_\nu(x_1)\right]} \quad (1.29).$$

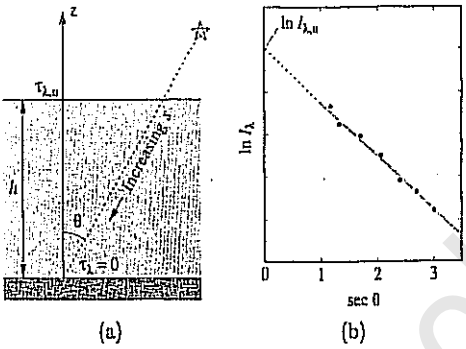
www.diavlosbooks.gr

Εφαρμόζοντας τη σχέση (1.29) για να βρεθεί η ένταση της ακτινοβολίας που φτάνει στην επιφάνεια ενός αστέρα και θέτοντας $x_1 = 0$ για την επιφάνεια του αστέρα και το x να αυξάνεται αρνητικά προχωρώντας προς το κέντρο του αστέρα προκύπτει ότι στην επιφάνεια του αστέρα η ένταση της ακτινοβολίας $\mathrm{I}_\nu(0)$ δίνεται από τη σχέση: $\mathrm{I}_\nu(0) = \mathrm{I}_\nu(x)e^{\tau_\nu} \rightarrow \mathrm{I}_\nu(x) = \mathrm{I}_\nu(0)e^{-\tau_\nu}$. Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι το οπτικό βάθος ενός μέσου δίνει το ποσοστό της έντασης της ακτινοβολίας κατά το οποίο ελαττώνεται η ένταση καθώς διέρχεται από το μέσο αυτό.



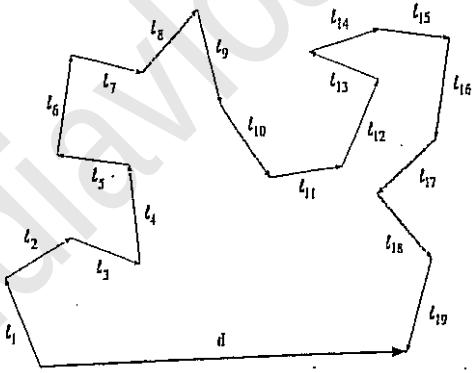
Σχήμα 1.14: Το οπτικό βάθος μετρούμενο κατά τη διεύθυνση και την αντίθετη φορά της διάδοσης ακτινοβολίας.

www.diabooks.gr



Σχήμα 1.15: a) ακτίνα φωτός που εισέρχεται στην ατμόσφαιρα της Γης υπό γωνία θ. b) γραφική παράσταση της ποσότητας $\ln I_\lambda$ συναρτήσει του $\sec\theta$.

Καθώς τα φωτόνια διαχέονται ανερχόμενα μέσα στο αστρικό υλικό διαγράφουν τυχαία διαδρομή.



Σχήμα 1.16: Απεικόνιση της πορείας που διαγράφει ένα τυχαία κινούμενο φωτόνιο.

Στο παραπάνω σχήμα παρουσιάζεται ένα φωτόνιο το οποίο υφίσταται συνολική μετατόπιση d ως αποτέλεσμα τυχαίων, διαδοχικών N ($N \gg$)

www.diavlosbooks.gr

μετατοπίσεων καθεμία από τις οποίες είναι μήκους l (l: μέση ελεύθερη διαδρομή) για την οποία ισχύει:

$$\vec{d} = \vec{l}_1 + \vec{l}_2 + ... + \vec{l}_N \rightarrow$$

$$\vec{d}\cdot\vec{d} = \vec{l}_1\cdot\vec{l}_1 + \vec{l}_1\cdot\vec{l}_2 + ... + \vec{l}_1\cdot\vec{l}_N + \vec{l}_2\cdot\vec{l}_1 + ... + \vec{l}_2\cdot\vec{l}_N + ... + \vec{l}_N\cdot\vec{l}_1 + ... + \vec{l}_N\cdot\vec{l}_N \rightarrow$$

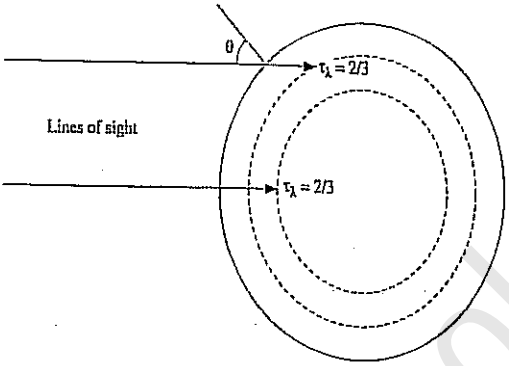
$$d^2 = Nl^2 + l^2\left[\cos\theta_{12} + \cos\theta_{13} + ... + \cos\theta_{1N} + \cos\theta_{21} + ... + \cos\theta_{2N} + ... + \cos\theta_{N1} + ... + \cos\theta_{N(N-1)}\right]$$

όπου θ_{ij}: η γωνία μεταξύ των ανυσμάτων $\vec{l}_i$, $\vec{l}_j$.

Για $N \gg$ η ποσότητα που βρίσκεται στην αγκύλη $\rightarrow 0$ και προκύπτει η σχέση:

$d = l\sqrt{N}$. Με δεδομένο ότι το οπτικό βάθος ενός σημείου είναι περίπου ο αριθμός των ελεύθερων διαδρομών ενός φωτονίου από το σημείο αυτό στην επιφάνεια δηλώνει ότι: $d = \tau_\lambda l$ και εξισώνοντας τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι ο μέσος αριθμός των «βημάτων» ενός φωτονίου, προκειμένου να διανύσει απόσταση d και να εγκαταλείψει την επιφάνεια του αστέρα δίνεται από τη σχέση: $N = {\tau_\lambda}^2$, εφόσον $\tau_\lambda \gg 1$. Το μέσο επίπεδο της ατμόσφαιρας από το οποίο φωτόνια μήκους κύματος λ δραπετεύουν αντιστοιχεί σε οπτικό βάθος $\tau_\lambda \approx 2/3$. Με αυτό ως δεδομένο το φαινόμενο της αμαύρωσης χείλους παρουσιάζεται στο ακόλουθο σχήμα:

www.diavlosbooks.gr



Σχήμα 1.17: Φαινόμενο αμαύρωσης χείλους.

Το μονοχρωματικό οπτικό βάθος $d\tau_\nu$ μετρούμενο κατά μήκος της διεύθυνσης διάδοσης της ακτινοβολίας η οποία διαπερνά στρώμα γεωμετρικού πάχους ds δίνεται από τη σχέση:

$d\tau_\nu(s) = k_\nu(s)\rho ds = a_\nu(s)ds$.

Το μονοχρωματικό οπτικό βάθος ενός μέσου συνολικού πάχους D δίνεται από τη σχέση:

$$\tau_\nu(D) = \int_0^D a_\nu(s)ds$$

μετρώντας κατά τη διεύθυνση διάδοσης ακτινοβολίας.

Θεωρώντας μόνο απορρόφηση (δηλ. $j_\nu = 0$):

$\mathrm{I}_\nu(D) = \mathrm{I}_\nu(0)e^{-\tau_\nu(D)}$.

Η διαφορά μεταξύ μικρής και μεγάλης απορρόφησης βρίσκεται στον παράγοντα $1/e$ και προκύπτει ότι για οπτικά πυκνό μέσο: $\tau_\nu(D) > 1$ ενώ για οπτικά αραιό μέσο: $\tau_\nu(D) < 1$. Η μέση

www.diavgeiabooks.gr

οπτική φωτονική διαδρομή $<\tau_\nu(s)>$ δίνεται από τη σχέση:

$$<\tau_\nu(s)> \equiv \frac{\int_0^\infty \tau_\nu(s) e^{-\tau_\nu(s)} d\tau_\nu(s)}{\int_0^\infty e^{-\tau_\nu(s)} d\tau_\nu(s)} = 1 \quad (1.30)$$

ενώ η γεωμετρική μέση ελεύθερη διαδρομή εντός ομογενούς μέσου δίνεται από τη σχέση:

$$l_\nu = \frac{<\tau_\nu(s)>}{a_\nu} = \frac{1}{a_\nu} = \frac{1}{k_\nu \rho} \quad .$$

Για μη ομογενές μέσο ο παραπάνω υπολογισμός δίνει την τοπική ελεύθερη διαδρομή. Με το συμβολισμό του οπτικού βάθους τ_ν και με χρήση της συνάρτησης πηγής S_ν η εξίσωση διάδοσης ακτινοβολίας γράφεται: $\frac{d\mathrm{I}_\nu}{d\tau_\nu} = S_\nu - \mathrm{I}_\nu$ ολοκληρώνοντας την οποία προκύπτει :

$$\mathrm{I}_\nu(\tau_\nu) = \mathrm{I}_\nu(0) e^{-\tau_\nu} + \int_0^{\tau_\nu} S_\nu(t_\nu) e^{-(\tau_\nu - t_\nu)} dt_\nu .$$

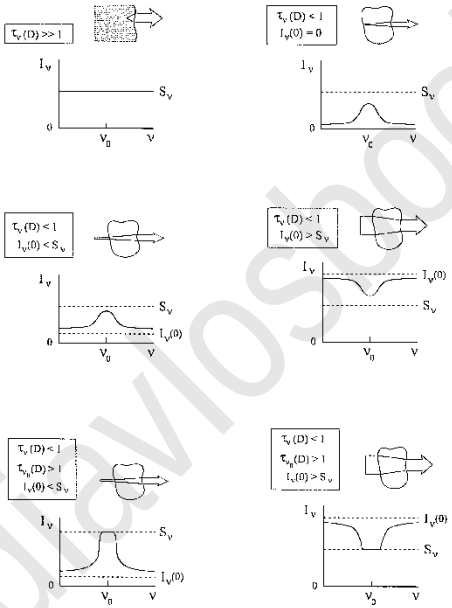
Για την περίπτωση ομογενούς μέσου, δηλ. θεωρώντας τη συνάρτηση πηγής S_ν ανεξάρτητη της θέσης η παραπάνω σχέση απλοποιείται στην ακόλουθη μορφή:

$$\mathrm{I}_\nu(D) = \mathrm{I}_\nu(0) e^{-\tau_\nu(D)} + S_\nu\left(1 - e^{-\tau_\nu(D)}\right)$$

www.diavlosbooks.gr

Επομένως, για την περίπτωση οπτικά πυκνού μέσου: $\mathrm{I}_\nu(D) \approx S_\nu$ και για την περίπτωση οπτικά αραιού μέσου: $\mathrm{I}_\nu(D) \approx \mathrm{I}_\nu(0) + \left[S_\nu - \mathrm{I}_\nu(0)\right]\tau_\nu(D)$.

Τα παραπάνω συμπεράσματα φαίνονται γραφικά στο ακόλουθο σχήμα:



Σχήμα 1.18: Απεικόνιση των φασματικών γραμμών σε ομογενές μέσο για το οποίο $S_\nu{}^l = S_\nu{}^c = S_\nu$. Για την περίπτωση που το μέσο είναι οπτικά πυκνό δεν αναδύονται γραμμές.

Το περιβάλλον των αστρικών ατμοσφαιρών συχνά προσομοιώνεται με χρήση αξονικής συμμετρίας ως προς τον $z-$άξονα ο οποίος αυξάνεται ακτινικά προς τα έξω (κάθετα στην επιφάνεια σφαιρικού αστέρα σύμφωνα με την προσέγγιση των οριζόντιων παράλληλων ομογενών

www.diavlosbooks.gr

επιπέδων). Στην περίπτωση αυτή η οπτική γωνία μ ορίζεται από τη σχέση: $\mu \equiv \cos\theta$ όπου θ: η γωνία μεταξύ της διεύθυνσης διάδοσης ακτινοβολίας και του $z-$άξονα. Επιπλέον, η προσέγγιση των παράλληλων επιπέδων αξιώνει ότι η γωνία μ δεν μεταβάλλεται κατά την οπτική ακτίνα. Από τα παραπάνω προκύπτει η ακόλουθη σχέση μεταξύ της οπτικής ακτίνας και του οπτικού βάθους:

$$d\tau_\nu \equiv -a_\nu \frac{dz}{|\mu|}$$

το οποίο μετράται κατά τη διεύθυνση της οπτικής ακτίνας με $\mu > 0$ για εξερχόμενα φωτόνια και $\mu < 0$ για εισερχόμενα φωτόνια.

Το οπτικό βάθος στη γεωμετρική θέση $z = z_0$ δίνεται από τη σχέση:

$$\tau_\nu(z_0) = \int_{\infty}^{z_0} -a_\nu dz = \int_{z_0}^{\infty} a_\nu dz$$

και δίνει το οπτικό βάθος κατά μήκος της οπτικής ακτίνας με $\mu = 1$, από το σημείο για το οποίο $\tau_\nu = 0$ ως παρατηρητή τοποθετημένο στη θέση $z = \infty$.

Για συχνότητα η οποία περιέχεται εντός φασματικής γραμμής το συνολικό οπτικό βάθος δίνεται από τη σχέση: $d\tau_\nu^{\,total} = -\left(a_\nu^{\,c} + a_\nu^{\,l}\right)dz = \left(1+\eta_\nu\right)d\tau_\nu^{\,c}$ όπου $\eta_\nu \equiv a_\nu^{\,l} \Big/ a_\nu^{\,c}$ και $\tau_\nu^{\,c}$: το οπτικό βάθος του συνεχούς.

www.diavlospooks.gr

1.1.9 Ενεργό οπτικό Βάθος

Ως το μήκος της ενεργού διαδρομής για ένα φωτόνιο που έχει υποστεί N διαδοχικές τυχαίες σκεδάσεις μέσα σε συμφασικό, ομογενές μέσο ορίζεται η ποσότητα:

$$l_\nu^* \approx \sqrt{N} l_\nu \quad (1.31)$$

όπου η ελεύθερη διαδρομή δίνεται από τη σχέση: $l_\nu = \frac{<\tau_\nu>}{k_\nu} = \frac{1}{k_\nu{}^\alpha + k_\nu{}^s}$.

Από την πιθανότητα εξάλειψης ε_ν προκύπτει ότι ένα φωτόνιο διανύει κατά μέσο όρο $N = 1/\varepsilon_\nu$ μετατοπίσεις σκέδασης μέχρι να εξαλειφθεί. Το χαρακτηριστικό μήκος διάχυσης ή θερμικό μήκος ή ενεργός ελεύθερη διαδρομή l_ν^* για τα σκεδαζόμενα φωτόνια προκύπτει:

$$l_\nu^* \approx l_\nu \Big/ \sqrt{\varepsilon_\nu} \quad (1.32)$$

και το ενεργό οπτικό πάχος ομογενούς στρώματος τ_ν^* δίνεται:

$$\tau_\nu^* = \sqrt{\varepsilon_\nu}\,\tau_\nu \quad (1.33)$$

όπου τ_ν: το οπτικό βάθος του στρώματος. Για ένα οπτικά πυκνό αντικείμενο το ενεργό ακτινικό οπτικό βάθος τ_ν^* ορίζεται από τη σχέση:

$$d\tau_\nu^* = \sqrt{\varepsilon_\nu}\, d\tau_\nu$$

όπου το τ_ν αποτελεί μέτρο του ακτινικού οπτικού βάθους. Για την περίπτωση ομογενούς μέσου ($\varepsilon_\nu = const$) η ποσότητα $\tau_\nu^* \approx 1$ προσδιορίζει το χαρακτηριστικό βάθος όπου «γεννιούνται» φωτόνια

www.diavlos.books.gr

τα οποία μετά από διαδοχικές σκεδάσεις φτάνουν στην επιφάνεια του αστέρα και από εκεί δραπετεύουν προς το εξωτερικό.

1.2 ΝΟΜΟΙ ΜΕΛΑΝΟΣ ΣΩΜΑΤΟΣ

Με δεδομένο ότι οι αστέρες αντιμετωπίζονται, προσεγγιστικά, ως μέλανα σώματα (ιδεατά σώματα που σε θερμοδυναμική ισορροπία έχουν την ιδιότητα να απορροφούν, άρα και να εκπέμπουν, ακτινοβολία όλων ανεξαρτήτως των μηκών κύματος) οι ακόλουθοι τρεις νόμοι που αφορούν την ακτινοβολία μέλανος σώματος αποτελούν βασικές σχέσεις και αξίζει να αναφερθούν.

1.2.1 Νόμος του Planck

Περιγράφει την ένταση της ακτινοβολίας, ως συνάρτηση της συχνότητας και της θερμοκρασίας. Εκφράζεται μέσω της σχέσης:

$$B_\nu(T)=\frac{2h\nu^3}{c^2}\frac{1}{e^{h\nu/kT}-1} \text{ ή } B_\lambda(T)=\frac{2hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/\lambda kT}-1} \quad (1.34)$$

όπου h: η σταθερά του Planck, $h=6.625\cdot10^{-2}\,erg\cdot\sec$

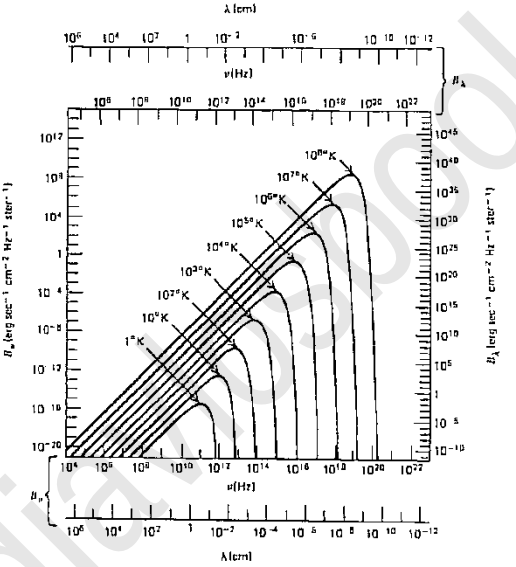
c: η ταχύτητα του φωτός, $c=3\cdot10^{10}\,cm\cdot\sec^{-1}$

k: η σταθερά του Boltzmann, $k=1.3804\cdot10^{-16}\,erg\cdot grad^{-1}$.

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι όλα τα σώματα που βρίσκονται σε μία θερμοκρασία T

www.diavosporos.gr

εκπέμπουν την ίδια ένταση ακτινοβολίας ανεξάρτητα από τη χημική τους σύσταση. Άρα από το συνεχές φάσμα ενός αστέρα προκύπτει εκτίμηση για την ενεργό θερμοκρασία του ενώ πληροφορίες για τη χημική του σύσταση προκύπτουν από το γραμμικό του φάσμα.



Σχήμα 1.19: Φάσμα μέλανος σώματος για διάφορες τιμές θερμοκρασίας.

Χαρακτηριστικές θερμοκρασίες που προκύπτουν από το νόμο του Planck

Α) Θερμοκρασία λαμπρότητας

Ένας τρόπος προσδιορισμού της λαμπρότητας σε μία συγκεκριμένη τιμή συχνότητας είναι να προσδιοριστεί η θερμοκρασία του αντίστοιχου μέλανος σώματος που έχει την ίδια

www.diavasoo.gr

λαμπρότητα στη δεδομένη συχνότητα. Επομένως, για κάθε τιμή της ειδικής έντασης ακτινοβολίας I_ν ορίζεται η θερμοκρασία λαμπρότητας T_b από τη σχέση: $\mathrm{I}_\nu = \mathrm{B}_\nu\left(T_b\right)$.

Αυτός ο τρόπος προσδιορισμού της λαμπρότητας έχει το πλεονέκτημα ότι είναι στενότατα συνδεδεμένος με φυσικές παραμέτρους εκπομπής. Αυτός ο ορισμός χρησιμοποιείται κυρίως στη ραδιοαστρονομία όπου ο νόμος Rayleigh-Jeans εφαρμόζεται στη μορφή:

$$\mathrm{I}_\nu = \frac{2\nu^2}{c^2} kT_b \rightarrow T_b = \frac{c^2}{2\nu^2 k}\mathrm{I}_\nu \text{ εφόσον } h\nu \ll kT .$$

Η εξίσωση διάδοσης για την περίπτωση θερμικής εκπομπής, σε μονάδες θερμοκρασίας λαμπρότητας στο όριο Rayleigh-Jeans, παίρνει την ακόλουθη απλή μορφή:

$$\frac{dT_b}{d\tau_\nu} = -T_b + T$$

όπου T : η θερμοκρασία του υλικού.

Αν η θερμοκρασία του μέσου είναι σταθερή, $T = const$, τότε προκύπτει:

$$T_b = T_b\left(0\right)e^{-\tau_\nu} + T\left(1 - e^{-\tau_\nu}\right), h\nu \ll kT .$$

Αν η τιμή του οπτικού βάθους είναι υψηλή τότε η θερμοκρασία λαμπρότητας της ακτινοβολίας προσεγγίζει τη θερμοκρασία του μέσου. Σημειώνεται το γεγονός ότι η μοναδικότητα του ορισμού της θερμοκρασίας λαμπρότητας αντικατοπτρίζει τη μονοτονικότητα του νόμου του Planck. Γενικά, η θερμοκρασία λαμπρότητας προκύπτει ότι είναι συνάρτηση της συχνότητας,

www.kallipos.gr

μόνο για την περίπτωση μέλανος σώματος προκύπτει σταθερή για όλες τις συχνότητες. Στην περίπτωση όπου $h\nu \gg kT$ η θερμοκρασία λαμπρότητας δεν αποτελεί χρήσιμο μέγεθος καθώς η απότομη αύξηση του B_ν συναρτήσει της συχνότητας ν δεν επιτρέπει το φορμαλισμό της εξίσωσης διάδοσης.

Β) Θερμοκρασία χρώματος

Η θερμοκρασία χρώματος T_c είναι η θερμοκρασία μέλανος σώματος που παρουσιάζει στην περιοχή του φάσματος όπου γίνεται η παρατήρηση, την ίδια κατανομή έντασης με την παρατηρούμενη πηγή. Επιπλέον, η θερμοκρασία χρώματος δίνει τη θερμοκρασία θερμικής εκπομπής, με δεδομένο ότι το μέσο είναι οπτικά αραιό, για συχνότητες κοντά στο μέγιστο της κατανομής. Στην περίπτωση αυτή η θερμοκρασία λαμπρότητας είναι μικρότερη από τη θερμοκρασία εκπομπής καθώς το φάσμα μέλανος σώματος δίνει το μέγιστο στην περίπτωση θερμικής εκπομπής.

Γ) Ενεργός θερμοκρασία

Η ενεργός θερμοκρασία ενός άστρου T_{eff} ορίζεται από το συνολικό ποσό ροής ολοκληρωμένο για όλες τις συχνότητες ακτινοβολίας της πηγής. Υπολογίζεται από την εξίσωση της συνολικής ροής F της πηγής με τη ροή μέλανος σώματος θερμοκρασίας T_{eff}:

$$F = \int \mathrm{I}_\nu \cos\theta d\nu d\omega \equiv \sigma T_{eff}{}^4 .$$

www.diofantos.gr

Σημειώνεται ότι η θερμοκρασία λαμπρότητας T_b και η ενεργός θερμοκρασία T_{eff} εξαρτώνται από την ένταση της πηγής ενώ η θερμοκρασία χρώματος T_c εξαρτάται μόνο από το σχήμα του παρατηρούμενου φάσματος.

1.2.2 Νόμος του Wien

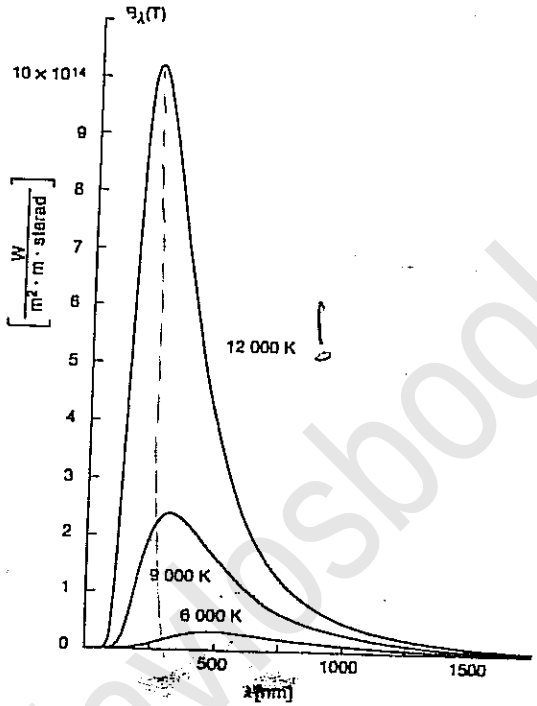
Όταν σ' ένα σώμα που εκπέμπει θερμική ακτινοβολία (δηλαδή οι ταχύτητες των σωματιδίων του έχουν κατανομή Maxwell ή η κατανομή της ενέργειας του έχει τη μορφή μέλανος σώματος) αυξηθεί η θερμοκρασία, η ένταση της ακτινοβολίας αυξάνεται για όλα τα μήκη κύματος και το μέγιστο της κατανομής της ενέργειας μετατοπίζεται προς τα μικρότερα μήκη κύματος. Ποσοτικά, η παραπάνω ιδιότητα εκφράζεται μέσω της σχέσης:

$$\lambda_{\max} T = const = 0.28973 cm \cdot \deg \left(1.35\right)$$

όπου $\lambda_{\max}$: το μήκος κύματος στο οποίο η ένταση της ακτινοβολίας παίρνει τη μέγιστη τιμή.

Ο νόμος αυτός περιγράφει το πώς αλλάζει το χρώμα της ακτινοβολίας καθώς μεταβάλλεται η θερμοκρασία της πηγής εκπομπής.

www.diavgeiakis.gr



Σχήμα 1.20: Γραφική απεικόνιση του νόμου Wien. Παρουσιάζεται η μείωση του $\lambda_{\max}$ καθώς αυξάνεται η θερμοκρασία T

1.2.3 Νόμος των Stefan-Boltzmann

Κατά το νόμο Stefan-Boltzmann η ολική ροή ακτινοβολίας που αφήνει την επιφάνεια ενός αστέρα (ανά μονάδα επιφάνειας και χρόνου) εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία και συγκεκριμένα είναι ανάλογη ως προς την τέταρτη δύναμη της. Ο νόμος αυτός εκφράζεται μέσω της σχέσης:

$$F = \sigma T^4 \quad (1.36)$$

όπου $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-5} erg \cdot cm^{-2} \cdot \sec^{-1} \cdot \deg^{-4}$.

www.diavlosbooks.gr

Η σχέση αυτή προκύπτει ολοκληρώνοντας την $B_\nu(T)$ για όλες τις συχνότητες, δηλαδή:

$$\int_0^\infty B_\nu(T)\,d\nu = \frac{2kT^4}{c^2h^3}\int \frac{x^3dx}{e^x-1} = \frac{\sigma}{\pi}T^4 \text{ όμως } F=\pi B$$

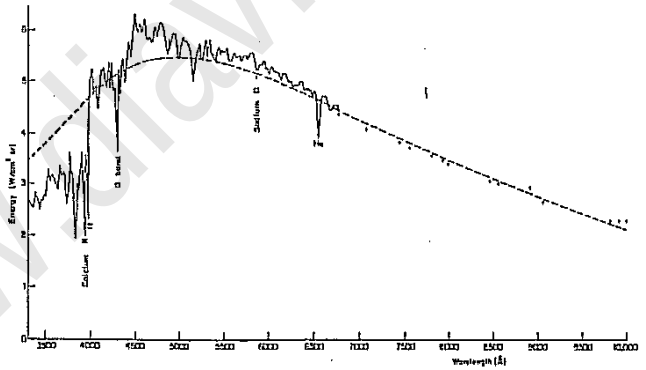
$$\text{επομένως } F=\sigma T^4.$$

i) για μεγάλες συχνότητες ή μικρές θερμοκρασίες: $h\nu \gg kT$ (προσέγγιση Wien) ισχύει:

$$B_\nu(T)=\frac{2h\nu^3}{c^2}e^{-h\nu/kT} \text{ ή } B_\lambda(T)=\frac{2hc^2}{\lambda^5}e^{-hc/\lambda kT}.$$

ii) για μικρές συχνότητες ή μεγάλες θερμοκρασίες: $hc \ll kT$ (προσέγγιση Rayleigh-Jeans) ισχύει $e^{h\nu/kT} \simeq 1+h\nu/kT$ οπότε προκύπτει:

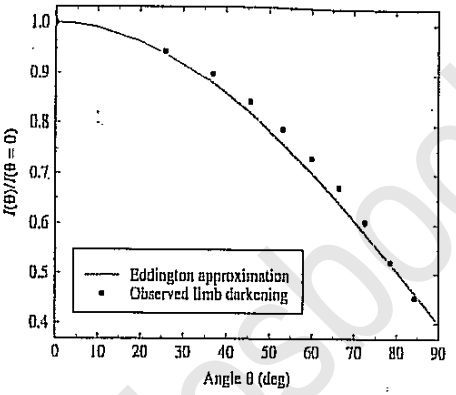
$$B_\nu(T)=2\left(\nu/c\right)^2 kT \text{ ή } B_\lambda(T)=\frac{2c}{\lambda^4}kT.$$



Σχήμα 1.21: το φάσμα του Ήλιου. Η διακεκομμένη γραμμή παρουσιάζει το φάσμα ενός μέλανος σώματος που έχει την ίδια ενεργό θερμοκρασία με τον Ήλιο.

www.ziavrosbooks.gr

Στο ακόλουθο σχήμα παρουσιάζονται συγκριτικά τα παρατηρησιακά και θεωρητικά δεδομένα του φαινόμενου αμαύρωσης χείλους, για την περίπτωση του Ήλιου:



Σχήμα 1.22: Παρατηρησιακά και θεωρητικά δεδομένα για το φαινόμενο αμαύρωσης χείλους, για την περίπτωση του Ήλιου όπου η ένταση της ακτινοβολίας έχει ολοκληρωθεί για όλα τα μήκη κύμα

www.diavgeiobooks.gr

Εξίσωση Διάδοσης Ακτινοβολίας



www.e-vios-books.gr

Κεφάλαιο 2
Εξίσωση Διάδοσης Ακτινοβολίας

2.1 Προσδιορισμός εξίσωσης διάδοσης ακτινοβολίας

Ως εξίσωση διάδοσης ακτινοβολίας ορίζεται η εξίσωση που περιγράφει την αλληλεπίδραση της ύλης με την ακτινοβολία. Η εξίσωση αυτή περιλαμβάνει όλες τις διαδικασίες που συμβαίνουν σε μία δέσμη ακτινοβολίας καθώς αυτή διασχίζει ένα υλικό. Μια τέτοια εξίσωση μπορεί να προκύψει από τους ορισμούς που έχουν, ήδη, δοθεί στο προηγούμενο κεφάλαιο. Έστω ένας μικρός κύλινδρος του οποίου η βάση έχει εμβαδόν dA και το ύψος του είναι dr. Έστω I_ν η ένταση της ακτινοβολίας που διέρχεται κάθετα από την επιφάνεια του πυθμένα του κυλίνδρου, σε στερεά γωνία $d\omega$. Αν η ένταση αλλάζει κατά $d\mathrm{I}_\nu$ σε απόσταση dr η ενέργεια θα αλλάξει κατά ποσό $d\mathrm{E}_\nu$ μέσα στον κύλινδρο, σε χρόνο dt, που δίνεται:

$$d\mathrm{E}_\nu = d\mathrm{I}_\nu dA d\nu d\omega dt \quad (2.1).$$

Αυτή η ποσότητα της ενέργειας θα είναι ίση με την εκπομπή μείον την απορρόφηση μέσα στον κύλινδρο. Για τη μεταβολή της ενέργειας λόγω εκπομπής ισχύει:

$$d\mathrm{E}_{\nu_{\text{εκπομπή}}} = j_\nu \rho dr dA d\omega d\nu dt \quad (2.2)$$

και για τη μεταβολή της ενέργειας λόγω απορρόφησης:

$$d\mathrm{E}_{\nu_{\text{απορρόφηση}}} = k_\nu \rho \mathrm{I}_\nu dr dA d\omega d\nu dt \quad (2.3)$$

www.diavgeiakis.gr

τότε η εξίσωση:

$$dE_{\nu} = dE_{\nu_{εκπομπή}} - dE_{\nu_{απορρόφηση}} \quad (2.4)$$

δίνει:

$$\frac{dI_{\nu}}{dr} = j_{\nu}\rho - k_{\nu}\rho I_{\nu} \quad (2.5).$$

Αν η διεύθυνση διάδοσης σχηματίζει γωνία θ με την κατακόρυφο διεύθυνση z τότε ισχύει:

$$dr = \frac{dz}{\cos\theta} = \frac{dz}{\mu}$$

οπότε:

$$\frac{\mu}{\rho}\frac{dI_{\nu}}{dz} = j_{\nu} - k_{\nu}I_{\nu} \quad (2.6)$$

και χρησιμοποιώντας αντί του ύψους το οπτικό βάθος προκύπτει:

$$\mu\frac{dI_{\nu}(z,\theta)}{d\tau_{\nu}} = I_{\nu} - \frac{j_{\nu}}{k_{\nu}} \quad (2.7).$$

Ως συνάρτηση πηγής S_{ν} ορίζεται ο λόγος του συντελεστή εκπομπής προς το συντελεστή απορρόφησης, δηλαδή το πηλίκο:

$S_{\nu} = \frac{j_{\nu}}{k_{\nu}}$ (2.8) που έχει μονάδα έντασης ακτινοβολίας δηλαδή: $erg \cdot cm^{-2} \cdot s^{-1} \cdot Hz^{-1} \cdot rad^{-1}$.

Με βάση τον παραπάνω ορισμό η εξίσωση διάδοσης ακτινοβολίας γράφεται:

$$\mu\frac{dI_{\nu}(z,\theta)}{d\tau_{\nu}} = I_{\nu} - S_{\nu} \quad (2.9).$$

Η συνάρτηση πηγής έχει τις ίδιες μονάδες με την ένταση της ακτινοβολίας και αποτελεί βασική

www.ziziosbooks.gr

ποσότητα για τη μελέτη διάδοσης ακτινοβολίας καθώς εκφράζει τον τρόπο με τον οποίο η απορροφούμενη από την ύλη ενέργεια ανακατανέμεται κατά διεύθυνση, συχνότητα και άλλες μορφές ενέργειας. Η S_ν είναι πολύπλοκη συνάρτηση καθώς τόσο ο συντελεστής εκπομπής k_ν όσο και ο συντελεστής απορρόφησης j_ν είναι συναρτήσεις που προσδιορίζονται δύσκολα.

Η εξίσωση διάδοσης ακτινοβολίας μπορεί να γραφτεί και στις ακόλουθες μορφές:

$$d\mathrm{I}_\nu(s) = \mathrm{I}_\nu(s+ds) - \mathrm{I}_\nu(s) = j_\nu(s)ds - k_\nu(s)\mathrm{I}_\nu(s)ds \quad (2.10)$$

$$\text{ή } \frac{d\mathrm{I}_\nu}{ds} = j_\nu - k_\nu \mathrm{I}_\nu \quad (2.11)$$

$$\text{ή } \frac{d\mathrm{I}_\nu}{k_\nu ds} = S_\nu - \mathrm{I}_\nu \quad (2.12)$$

όπου το s: μετράται κατά μήκος της διεύθυνσης διάδοσης ακτινοβολίας.

Γενικά, η εξίσωση διάδοσης ακτινοβολίας δηλώνει το ότι τα φωτόνια δεν «καταστρέφονται» αυθόρμητα και, επομένως, η ένταση κατά μήκος της ακτινοβολίας δεν αλλάζει παρά μόνο αν φωτόνια προστεθούν ή αφαιρεθούν από τη δέσμη.

Στις αστρικές ατμόσφαιρες, όπου μπορεί να θεωρηθεί ότι ισχύουν οι συνθήκες Τ.Θ.Ι. ή ότι ισχύουν κατά προσέγγιση, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η ισότητα: $S_\nu = \mathrm{B}_\nu(T)$ ή $S_\nu \approx \mathrm{B}_\nu(T)$.

www.ziovlosbooks.gr

2.2 Προσδιορισμός της συνάρτησης πηγής σε ειδικές περιπτώσεις

Ενδεικτικά υπολογίζεται η μορφή της S_ν για τις ακόλουθες απλές περιπτώσεις:

Α) Στην περίπτωση Τ.Θ.Ι. όπου εμφανίζεται καθαρή απορρόφηση και η απορρόφηση ισούται με την εκπομπή ισχύει:

$$k_{\nu_{απορρ.}} \mathrm{I}_\nu \rho dx = j_{\nu_{θερμ.}} \rho dx \rightarrow k_{\nu_{απορρ.}} \mathrm{I}_\nu = j_{\nu_{θερμ.}} \rightarrow$$

$$\mathrm{I}_\nu = \frac{j_{\nu_{θερμ.}}}{k_{\nu_{απορρ.}}} = S_\nu$$

όμως, στην Τ.Θ.Ι. ισχύει $\mathrm{I}_\nu = \mathrm{B}_\nu(T)$ επομένως: $S_\nu = \mathrm{B}_\nu(T)$.

Β) Στην περίπτωση απορρόφησης και σκέδασης ισχύει: $j_{\nu_{θερμ.}} = k_{\nu_{απορ.}} \mathrm{B}_\nu$ επομένως,

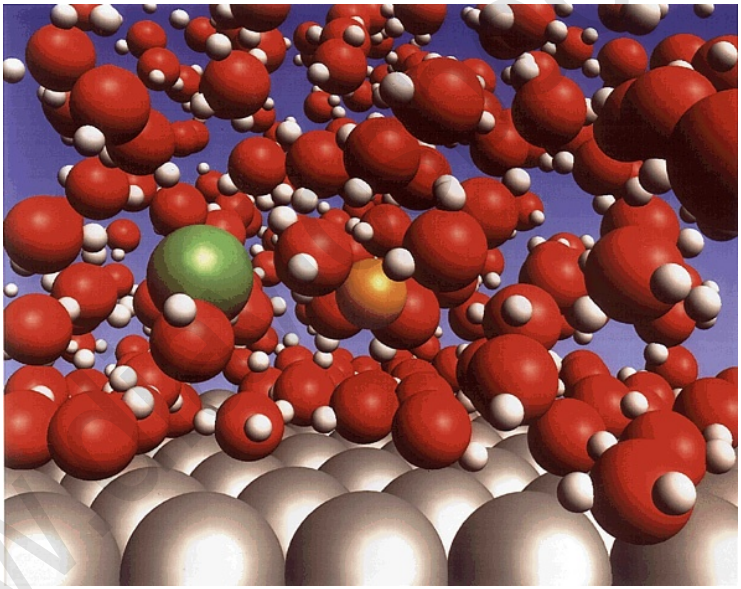
$j_{\nu_{σκεδ.}} = \frac{k_{\nu_{σκεδ.}}}{4\pi} \int \mathrm{I}_\nu d\omega = k_{\nu_{σκεδ.}} J_\nu$ εφόσον η σκεδαζόμενη ακτινοβολία επανεκπέμπεται ομοιόμορφα.

Οπότε: $S_\nu = \frac{j_{\nu_{θερμ.}} + j_{\nu_{σκεδ.}}}{k_{\nu_{απορ.}} + k_{\nu_{σκεδ.}}} = \frac{k_{\nu_{απορ.}} \mathrm{B}_\nu + k_{\nu_{σκεδ.}} J_\nu}{k_{\nu_{απορ.}} + k_{\nu_{σκεδ.}}}$.

Γ) Στην περίπτωση που υπάρχει μόνο σκέδαση: $S_\nu = \frac{j_{\nu_{σκεδ.}}}{k_{\nu_{σκεδ.}}} = \frac{k_{\nu_{σκεδ.}} J_\nu}{k_{\nu_{σκεδ.}}} = J_\nu$.

www.diavlosbooks.gr

Τοπική και μη Τοπική Θερμοδυναμική Ισορροπία



www.e-books.gr

Κεφάλαιο 3
Τοπική και μη Τοπική Θερμοδυναμική Ισορροπία

3.1 Τοπική θερμοδυναμική Ισορροπία

Η δυσκολία για τη λύση της εξίσωσης διάδοσης έγκειται στον προσδιορισμό της συνάρτησης πηγής S_ν η οποία είναι, γενικά, μία πολύπλοκη συνάρτηση που εκφράζει την αλληλεπίδραση του υλικού και του πεδίου ακτινοβολίας.

Μία σημαντική απλούστευση, που χρησιμοποιείται συχνά στα προβλήματα της αστροφυσικής, είναι η παραδοχή ότι, προσεγγιστικά, στη θεωρούμενη αστρική ατμόσφαιρα επικρατούν συνθήκες τοπικής θερμοδυναμικής ισορροπίας (Τ.Θ.Ι.).

Σ' αυτές τις συνθήκες η συνάρτηση πηγής είναι ίση με τη συνάρτηση του Planck:

$$S_\nu = B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2}\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1} \quad (3.1).$$

Η Τ.Θ.Ι. είναι μία ειδική περίπτωση μίας γενικότερης κατάστασης των αερίων της θερμοδυναμικής ισορροπίας. Στη θερμοδυναμική ισορροπία είναι αποδεκτό ότι η θερμοδυναμική κατάσταση του αερίου σ' ένα σημείο καθορίζεται από μία μόνο παράμετρο, την απόλυτη θερμοκρασία T. Η διαφορά μεταξύ Τ.Θ.Ι. και πλήρους θερμοδυναμικής ισορροπίας είναι ότι στην πλήρη η θερμοκρασία έχει την ίδια τιμή σ' ολόκληρο το

www.dra/lobooks.gr

αέριο μέσο ενώ στην Τ.Θ.Ι. έχουμε μεταβολή της απόλυτης θερμοκρασίας T μέσα στην ατμόσφαιρα όμως, στην περιοχή κάθε σημείου της καμπύλης μεταβολής της T, η θερμοκρασία θεωρείται σταθερή. Εάν δεν επαρκεί μία μόνο θερμοκρασία για να ορίσει τις σωματιδιακές ιδιότητες τότε εισάγεται ο όρος «μη τοπική» θερμοδυναμική ισορροπία.
Στη θερμοδυναμική ισορροπία ισχύουν οι ακόλουθοι βασικοί νόμοι:

3.1.1 Νόμος κατανομής ταχυτήτων κατά Maxwell-Boltzmann

Καθορίζει την κατανομή ταχυτήτων των σωματιδίων, και ειδικότερα των ηλεκτρονίων αερίου μίγματος, καθώς όταν ένα τέλειο αέριο βρίσκεται σε κατάσταση Θ.Ι στη θερμοκρασία T οι ταχύτητες των σωματιδίων που το αποτελούν υπακούουν στην κατανομή που δίνεται από το νόμο αυτό. Δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{dN(u_r)}{N_{o\lambda}} = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mu_r^2}{2kT}} du_{r_x} du_{r_y} du_{r_z} \quad (3.2)$$

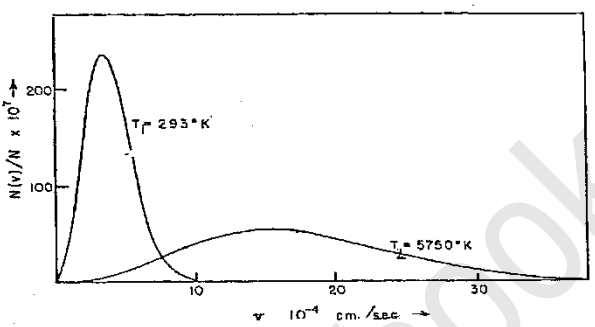
όπου u_r: η συνιστώσα της ταχύτητας κατά την ακτινική διεύθυνση

$du_{r_x} du_{r_y} du_{r_z} = 4\pi u_r^2 du$

$\frac{dN(u_r)}{N_{o\lambda}}$: ο αριθμός των σωματιδίων με ταχύτητες μεταξύ u_r και $u_r + du_r$ προς τον ολικό αριθμό σωματιδίων

www.diavlobooks.gr

T : η θερμοκρασία του αερίου
m :η ατομική ή μοριακή μάζα του αερίου



Σχήμα 3.1: Η εξάρτηση της καμπύλης κατανομής ταχυτήτων Μ-Β από τη θερμοκρασία.

Η μορφή της καμπύλης κατανομής ταχυτήτων Maxwell-Boltzmann εξαρτάται από τη θερμοκρασία και είναι χαρακτηριστική για το κάθε στοιχείο. Για χαμηλές θερμοκρασίες η καμπύλη είναι απότομη και στενή, όμως, καθώς αυξάνει η θερμοκρασία η καμπύλη γίνεται πιο πλατιά, δηλαδή παρατηρείται η μετατόπιση του μέγιστου της κατανομής σε υψηλότερες θερμοκρασίες με αύξηση της θερμοκρασίας.
Καθώς οι αστρικές ατμόσφαιρες μπορούν να θεωρηθούν τέλεια αέρια σε Τ.Θ.Ι. προκύπτει ότι το πεδίο ταχυτήτων τους ακολουθεί την κατανομή Maxwell-Boltzmann.

Η κατανομή εμφανίζει μέγιστο στην ταχύτητα u_0 που ονομάζεται πιθανή ταχύτητα και δίνεται από τη σχέση: $u_0 = \left(\frac{2kT}{m}\right)^{1/2}$. Η μέση

www.ebooks.gr

ταχύτητα $\bar{u}$ δίνεται από τη σχέση: $\bar{u} = \left(\frac{8kT}{\pi m}\right)^{1/2} = 1.13u_0$. Η μέση τετραγωνική ταχύτητα u_{rms} δίνεται από τη σχέση: $u_{rms} = \sqrt{3/2}u_0$.

3.1.2 Νόμος Boltzmann

Καθορίζει την κατανομή των ηλεκτρονίων των ατόμων ενός στοιχείου στις διάφορες δεσμευμένες ενεργειακές στάθμες και επιτρέπει την πρόβλεψη της ένταση των φασματικών γραμμών στην περίπτωση Τ.Θ.Ι..

Σύμφωνα με το νόμο αυτό εάν N_n: ο αριθμός των διεγερμένων ατόμων (ηλεκτρονίων) στη στάθμη n της οποίας η ενέργεια διέγερσης είναι x_n τότε:

$$N_n = const\, g_n e^{-x_n/kT} \quad (3.3)$$

όπου *const* :Boltzmann factor

k : η σταθερά του Boltzmann

$(k = 1.38066 \cdot 10^{-16} erg \cdot \deg^{-1})$

g_n: στατιστικό βάρος και είναι ο αριθμός πολλαπλότητας της στάθμης n, δηλαδή ο αριθμός των διακριτών κβαντισμένων καταστάσεων με περίπου ίδια ενέργεια. Για το υδρογόνο και τα υδρογονοειδή άτομα γενικότερα δίνεται από τη σχέση: $g_n = 2n^2$. Για οποιοδήποτε άτομο, το στατιστικό βάρος για τη στάθμη j, με υποστιβάδες $-j,...,-1,0,1,....+j$ δίνεται από τη σχέση $g_j = 2j+1$.

www.diavlosbooks.gr

T:η θερμοκρασία διέγερσης (δίνεται σε βαθμούς K).

Θεωρώντας το λόγο των διεγερμένων ατόμων σε δύο ενεργειακές στάθμες m, n, σύμφωνα με το νόμο Boltzmann, προκύπτει:

$$\frac{N_m}{N_n} = \frac{g_m}{g_n} e^{-x_{nm}/kT} \quad (3.4)$$

όπου $x_{nm} = x_n - x_m$: η ενεργειακή διαφορά μεταξύ των σταθμών m, n.

Άλλη μορφή της έκφρασης του νόμου Boltzmann είναι:

$$\frac{N_m}{N_n} = \frac{g_m}{g_n} 10^{-\theta x_{nm}} \quad (3.5)$$

όπου $\theta = \frac{5040}{T}$ συνάρτηση θερμοκρασίας.

Θεωρώντας ότι N_m είναι ο αριθμός των ατόμων ανά κυβικό εκατοστό στη στάθμη n, εκφρασμένος ως κλάσμα του ολικού αριθμού των ατόμων σε όλες τις καταστάσεις διέγερσης τότε προκύπτει:

$$\frac{N_m}{N} = \frac{g_m}{U(T)} = e^{-x_m/kT} \quad (3.6)$$

όπου $N_{n,m}$: ο αριθμός των ατόμων στη μονάδα του όγκου σε δύο διαδοχικές καταστάσεις διέγερσης

$g_{m,n}$: το στατιστικό βάρος της κάθε στάθμης ($g = 2j + 1$ όπου j κβαντικοί αριθμοί)

T: «τοπική» τιμή της απόλυτου θερμοκρασίας

www.diavlospooks.gr

$x_{nm} = E_m - E_n$ διαφορά δυναμικού διέγερσης των δύο σταθμών σε eV

$U(T) = \sum_m g_m e^{-x_m/kT}$ συνάρτηση επιμερισμού, που είναι γνωστή συνάρτηση που έχει υπολογιστεί για τα περισσότερα στοιχεία. Συχνά, μπορεί να προσεγγιστεί από το g_1 αφού το ολικό ποσοστό των διεγερμένων καταστάσεων είναι μικρό.

Η εξίσωση Boltzmann είναι εξίσωση ισορροπίας για δύο καταστάσεις διέγερσης όμως μπορεί να επεκταθεί ώστε να περιλάβει και τον ιονισμό από τις δέσμιες στάθμες στο συνεχές.

3.1.3 Νόμος Saha

Καθορίζει τον αριθμό των ατόμων ανά μονάδα όγκου σε δύο διαδοχικές καταστάσεις ιονισμού, δηλαδή δίνει τη δυνατότητα υπολογισμού του ποσοστού των ατόμων, που έχουν ιονιστεί σε δεδομένο βαθμό, σε σχέση με τον αριθμό των ατόμων στον προηγούμενο βαθμό ιονισμού. Έχει τη μορφή:

$$\frac{N_{r+1}}{N_r} P_e = \frac{2U_{r+1}}{U_r} \frac{(2\pi m_e)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} e^{-x_r/kT} \quad (3.7)$$

όπου P_e: η πίεση των ηλεκτρονίων

($P_e = N_e kT$)

$U_{r,r+1}$: οι συναρτήσεις επιμερισμού των δύο καταστάσεων

h :η σταθερά του Planck

m_e:η μάζα του ηλεκτρονίου

www.oiavlispbooks.gr

x_r :το δυναμικό ιονισμού

T : η απόλυτη θερμοκρασία («τοπική» για συνθήκες Τ.Θ.Ι.), που ονομάζεται και θερμοκρασία ιονισμού, και ορίζεται από το σχετικό αριθμό των ιόντων του δεδομένου στοιχείου που βρίσκονται σε διάφορες δυνατές καταστάσεις ιονισμού

k : η σταθερά Boltzmann.

Άλλη μορφή έκφρασης της εξίσωσης Saha είναι:

$$\frac{N_{r+1}}{N_r} = \frac{\Phi(T)}{P_e} \quad (3.8)$$

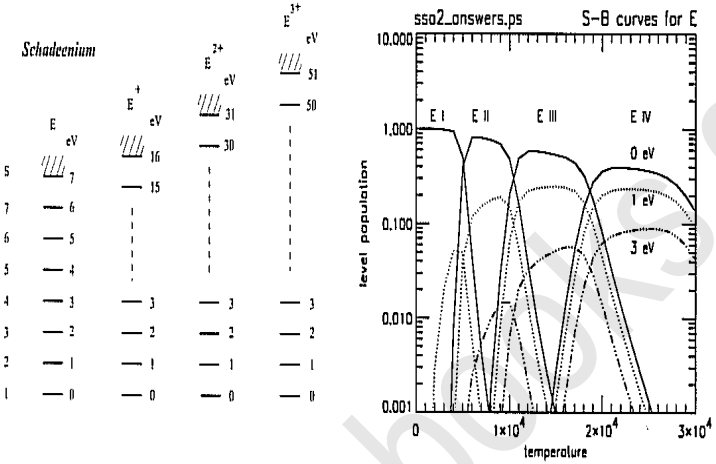
όπου: $\Phi(T) = 0.6665\left(U_{r+1} \big/ U_r\right) T^{5/2} 10^{-\theta x_{r+1}}$.

Στη μορφή (3.8) παρουσιάζεται ότι το ποσοστό των ατόμων που έχουν ιονιστεί σ' ένα δεδομένο βαθμό, εξαρτάται από τη θερμοκρασία T και την πίεση των ηλεκτρονίων P_e. Σημειώνεται το γεγονός ότι ελάττωση της P_e αυξάνει τον ιονισμό καθώς λιγότερα ελεύθερα ηλεκτρόνια υπάρχουν ανά μονάδα όγκου για επανασύνδεση.

Οι τρεις παραπάνω νόμοι αποτελούν ειδικές περιπτώσεις του γενικότερου κανόνα που εκφράζει το γεγονός ότι ο αριθμός τον σωματιδίων ενέργειας Ε είναι ανάλογος της ποσότητας $e^{-E/kT}$.

Στο ακόλουθο σχήμα παρουσιάζονται οι κατανομές Saha-Boltzmann για το υποθετικό στοιχείο Ε:

www.ziziosbooks.gr



Σχήμα 3.2: Οι κατανομές Saha και Boltzmann για το στοιχείο Ε. Στο πρώτο σχήμα παρουσιάζονται τα ενεργειακά επίπεδα του υποθετικού στοιχείου Ε ξεκινώντας από την ουδέτερη κατάσταση του και συνεχίζοντας για τους τρεις πρώτους ιονισμούς. Η ενέργεια αυξάνει με βήμα 1eV και όλα τα στατιστικά βάρη θεωρούνται μονάδα. Στο δεύτερο σχήμα παρουσιάζονται οι πληθυσμιακές πυκνότητες για το κάθε επίπεδο και για την κάθε κατάσταση ιονισμού συναρτήσει της θερμοκρασίας.

3.2 Είδη ισορροπιών που υποθέτονται για τη μελέτη των Αστρικών ατμοσφαιρών

Η Τ.Θ.Ι, όπως έχει προαναφερθεί, αποτελεί τη βασικότερη παραδοχή που γίνεται για τη μελέτη των αστρικών ατμοσφαιρών, ωστόσο υπάρχουν και άλλα είδη ισορροπιών που διευκολύνουν την παραπάνω μελέτη και χρησιμοποιούνται ως παραδοχές.

3.2.1 Θερμική ισορροπία

Ένα σύστημα βρίσκεται σε θερμική ισορροπία όταν όλα τα μέρη του συστήματος έχουν φτάσει στην ίδια θερμοκρασία και δεν υπάρχει

www.diavgeiophoks.gr

περαιτέρω μεταβίβαση ενέργειας μεταξύ των διαφόρων τμημάτων του λόγω διαφοράς θερμοκρασίας. Προφανώς, τέλεια θερμική ισορροπία δεν μπορεί να επιτευχθεί σ' έναν αστέρα με δεδομένο ότι η θερμοκρασία στο εσωτερικό των αστέρων είναι $\approx 10^7 K$ ενώ στα επιφανειακά στρώματα $\approx 10^3 \mathrm{K}$. Όμως, θεωρώντας ότι δεν υπάρχουν φαινόμενα που να προκαλούν δημιουργία ή απώλεια ενέργειας στα διάφορα στρώματα του αστέρα από τα οποία διέρχεται η ακτινοβολία, τότε το ίδιο ποσό ενέργειας (ολοκληρωμένο για όλες τις συχνότητες) διέρχεται κάθε στρώμα ανά μονάδα χρόνου. Στην περίπτωση αυτή, η λαμπρότητα του αστέρα L_r παραμένει σταθερή καθώς υπάρχει ισορροπία μεταξύ της και εκπεμπόμενης ενέργειας ανά μονάδα χρόνου. Τότε ο αστέρας μπορεί να θεωρηθεί ότι βρίσκεται σε θερμική ισορροπία. Η απώλεια ενέργειας από την επιφάνεια ενός αστέρα (όπως προκύπτει από μέτρηση της λαμπρότητας του) αντισταθμίζεται, κυρίως, από την ενέργεια που απελευθερώνεται από το εσωτερικό του λόγω πυρηνικών αντιδράσεων και αποτελεί τη συνθήκη θερμικής ισορροπίας. Η συνθήκη αυτή εκφράζεται από τη σχέση:

$$dL_r = \varepsilon dM_r \quad (3.9)$$

όπου ε:ο συντελεστής παραγωγής ενέργειας και ισούται με το ποσό ενέργειας που δημιουργείται στο εσωτερικό των αστέρων λόγω πυρηνικών αντιδράσεων ανά μονάδα χρόνου και μάζας, ποσότητα αυτή εξαρτάται από τη θερμοκρασία T,

www.kleinskooks.gr

την πυκνότητα ρ και τη χημική σύσταση του αστέρα

dM_r: ο μάζα της στιβάδας (σε g) που περιέχεται μεταξύ των ακτίνων r και $r+dr$ και δίνεται από τη σχέση: $dM_r = 4\pi r^2 \rho dr$.

Προκύπτει, επομένως:

$$\frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho\varepsilon \rightarrow L = \int_0^R 4\pi r^2 \rho\varepsilon dr \quad (3.10).$$

Η παραπάνω σχέση, που αποτελεί έκφραση της διατήρησης ενέργειας, είναι η ζητούμενη συνθήκη για τη θερμική ισορροπία του αστέρα.

3.2.2 Υδροστατική ισορροπία

Σύμφωνα με την υδροστατική ισορροπία όλες οι δυνάμεις που ασκούνται σ' ένα μικρό όγκο μέσα στον αστέρα πρέπει να αλληλοαναιρούνται προκειμένου να μην υπάρχει συνισταμένη δύναμη που θα προκαλέσει κινήσεις άρα και αλλαγές στη δομή του αστέρα και της ατμόσφαιράς του. Θεωρώντας ότι οι μόνες δυνάμεις που ασκούνται στο εσωτερικό του αστέρα είναι η δύναμη της βαρύτητας, που κατευθύνεται προς το κέντρο του αστέρα, και η πίεση που κατευθύνεται προς τα έξω καθώς επίσης και μικρό όγκο κυλινδρικού σχήματος, διατομής ds και μήκους dr, σε απόσταση r από το κέντρο του αστέρα, με τον άξονα του να κατευθύνεται προς το κέντρο τότε:

$\rightarrow$η δύναμη λόγω πίεσης που ασκείται στον όγκο αυτό είναι: Pds όπου P: η πίεση, ποσότητα που

www.diasbooks.gr

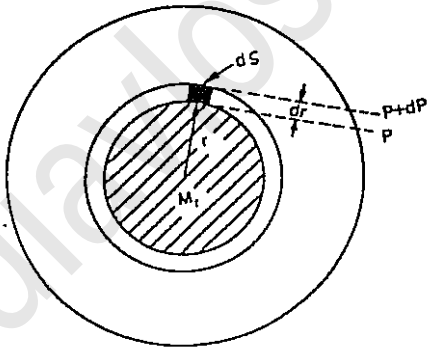
συνεχώς ελαττώνεται με την απόσταση από την επιφάνεια του αστέρα προς το κέντρο
$\rightarrow$η δύναμη της βαρύτητας που ασκείται στον ίδιο όγκο δίνεται από τη σχέση:

$$F = \frac{GM_r dM_r}{r^2} = \rho ds dr \frac{GM_r}{r^2}$$

όπου ρ : η πυκνότητα της ύλης στο δεδομένο όγκο

G : η παγκόσμια σταθερά της βαρύτητας

M_r : η μάζα σφαίρας ακτίνας r που δίνεται $M_r = \int_0^r \rho 4\pi r^2 dr$.



Σχήμα 3.3: Βοηθητική απεικόνιση των δυνάμεων λόγω πίεσης και βαρύτητας που δέχεται στοιχειώδης κυλινδρικός όγκος στο εσωτερικό του αστέρα.

Εξισώνοντας τις δύο παραπάνω δυνάμεις προκύπτει η σχέση:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{\rho G M_r}{dr} \rightarrow \frac{dP}{dr} = -\rho g \quad (3.11)$$

www.diadosbooks.gr

που αποτελεί τη συνθήκη υδροστατικής ισορροπίας.

3.2.3 Ακτινοβολιακή ισορροπία

Η εξίσωση που δίνει τη μεταβολή της θερμοκρασίας σ' έναν αστέρα εξαρτάται από τον τρόπο με τον οποίο η ενέργεια μεταφέρεται προς την ψυχρότερη περιοχή του αστέρα. Στην περίπτωση ακτινοβολιακής ισορροπίας η ενέργεια μεταφέρεται μόνο με ακτινοβολία και κάθε στοιχείο της ύλης εκπέμπει με ακτινοβολία όση ενέργεια λαμβάνει. Σε μία αστρική φωτόσφαιρα ισχύει η διατήρηση της ενέργειας, δηλαδή της ακτινοβολίας που περνάει μέσα από τη φωτόσφαιρα. Γενικά, θεωρείται τι στη φωτόσφαιρα δεν υπάρχει ούτε πηγή ενέργειας ούτε απώλεια και η ενέργεια που δημιουργείται στον πυρήνα του αστέρα απλά μεταβιβάζεται προς τα έξω. Η γενική συνθήκη που εκφράζει τη μη δημιουργία ή απώλεια ενέργειας στη φωτόσφαιρα εκφράζεται από τη σχέση:

$$\frac{dF(x)}{dx} = 0 \text{ ή } F(x) = F_0 \quad (3.12)$$

δηλαδή στην ακτινοβολιακή ισορροπία η ολική ροή F παραμένει σταθερή.

3.3 Μη τοπική θερμοδυναμική ισορροπία

Η έκφραση μη τοπική θερμοδυναμική ισορροπία αποτελεί μία μη συγκεκριμένη έκφραση προκειμένου να δηλωθεί ότι δεν ισχύει η υπόθεση της τοπικής θερμοδυναμικής ισορροπίας. Στην περίπτωση αυτή προκειμένου να μελετηθούν τα διάφορα φαινόμενα πρέπει να υποτεθεί ότι ισχύει η στατιστική ισορροπία αρχικά με την κατανομή

www.diavlos.gr

Maxwell και τελικά με την ανακατανομή σε συχνότητες και γωνίες. Στην περίπτωση αυτή οι πληθυσμοί των σωματίων στις διάφορες στάθμες δεν προσδιορίζονται από τις κατανομές Saha και Boltzmann.

3.3.1 Στατιστική ισορροπία

Η στατιστική ισορροπία συνεπάγεται ότι το πεδίο ακτινοβολίας (σε όλες τις διευθύνσεις και για όλες τις συχνότητες) και οι πληθυσμοί σωματιδίων στις διάφορες στάθμες δεν μεταβάλλονται με το χρόνο. Η ιδιότητα αυτή εκφράζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\frac{dn_i\left(\vec{r}\right)}{dt} = \sum_{j\neq i}^{N} n_j\left(\vec{r}\right)P_{ji}\left(\vec{r}\right) - n_i\left(\vec{r}\right)\sum_{j\neq i}^{N} P_{ji}\left(\vec{r}\right) = 0 \quad (3.13)$$

όπου n_i: ο πληθυσμός των σωματιδίων σε δεδομένη στάθμη

N: ο συνολικός αριθμός των επιπέδων που λαμβάνονται υπόψη για μεταπτώσεις σωματίων από τη στάθμη n_i

j: οι δυνατές μεταπτώσεις από όλες τις στάθμες.

Οι ρυθμοί μετάπτωσης P_{ij} για ακτινοβολιακές και λόγω συγκρούσεων διαδικασίες δίνονται για το κάθε σωμάτιο από τη σχέση:

$$P_{ij} = R_{ij} + C_{ij} \quad (3.14).$$

Για δέσμια-δέσμια μετάπτωση ο ρυθμός ακτινοβολίας δίνεται ανά σωμάτιο από τη σχέση:

$$R_{ij} = A_{ij} + B_{ij}\overline{J_{\nu_0}} \quad (3.15).$$

www.gavrosbooks.gr

Για την περίπτωση της μη Τ.Θ.Ι. η ένταση υπολογίζεται από τις αντίστοιχες εξισώσεις διάδοσης ακτινοβολίας:

$$\mu \frac{d\mathrm{I}_\nu\left(\vec{r},\mu\right)}{d\tau_\nu\left(\vec{r}\right)} = -S_\nu\left(\vec{r}\right) + \mathrm{I}_\nu\left(\vec{r},\mu\right) \quad (3.16)$$

για όλες τις συχνότητες ν, για όλες τις διευθύνσεις μ και για όλες τις θέσεις $\vec{r}$.

Αξίζει να σημειωθεί ότι, όπως προκύπτει από τις σχέσεις $(3.14),(3.15)$, οι ρυθμοί P_{ij} εξαρτώνται από τη μέση ένταση της ακτινοβολίας $\overline{J_\nu}$ άρα και από την ειδική ένταση της ακτινοβολίας για την κάθε διεύθυνση I_ν, αν και το οπτικό βάθος τ_ν και η συνάρτηση πηγής S_ν, όπως φαίνεται από τη σχέση (3.16), εξαρτώνται από τους πληθυσμούς των σωματίων στις αντίστοιχες στάθμες n_l, n_u. Οι πληθυσμοί n_l, n_u μπορεί να εξαρτώνται από άλλες μεταπτώσεις άρα και από άλλες αριθμητικές πυκνότητες και κατ' επέκταση από άλλα ακτινοβολιακά πεδία και άλλε συχνότητες. Επομένως, προκύπτει ότι μία δεδομένη μετάπτωση επηρεάζεται από άλλες μεταπτώσεις του δεδομένου είδους σωματίων ή από μεταπτώσεις άλλων σωματίων για υπέρθετες συχνότητες.

www.diavgeiabooks.gr

3.3.2 Χαρακτηριστικοί συντελεστές

Οι χαρακτηριστικοί συντελεστές πληθυσμού b_i για την περίπτωση μη Τ.Θ.Ι. ορίζονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$b_l = \frac{n_l}{n_l^{\text{T.Θ.I.}}}, \quad b_u = \frac{n_u}{n_u^{\text{T.Θ.I.}}} \quad (3.17)$$

όπου n: ο πραγματικός πληθυσμός των σωματιδίων και $n^{\text{T.Θ.I.}}$: ο πληθυσμός όπως προκύπτει από τις σχέσεις Saha-Boltzmann για τις χαμηλότερες και υψηλότερες στάθμες αντίστοιχα.

Η συνάρτηση πηγής για τη γραμμή για δέσμιες-δέσμιες μεταπτώσεις, με χρήση των παραπάνω συντελεστών, γράφεται:

$$S_\nu^{\,l} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{\psi/\phi}{\frac{b_l}{b_u} e^{h\nu/kT} - \frac{\chi}{\phi}} \quad (3.18)$$

που για την περίπτωση που έχει ολοκληρωθεί η ανακατανομή και ισχύει: $\chi_\nu = \psi_\nu = \phi_\nu$ γράφεται:

$$S_{\nu_0}^{\,l} = \frac{2h{\nu_0}^3}{c^2} \frac{1}{\frac{b_l}{b_u} e^{h\nu_0/kT} - 1} \quad (3.19),$$

όπου η συνάρτηση πηγής $S_{\nu_0}^{\,l}$ δεν εξαρτάται από τη συχνότητα στο εξωτερικό της στενής φασματικής γραμμής.

www.diavlosbooks.gr

Για τη συνθήκη Wien όπου $\left(b_l/b_u\right)e^{h\nu/kT} \gg 1$,

και με χρήση της συνάρτησης Planck, προκύπτει ότι η συνάρτηση πηγής δίνεται από τη σχέση:

$$S_{\nu_0}{}^{l} \approx \frac{b_u}{b_l}\mathrm{B}_{\nu_0}.$$

Ο μονοχρωματικός συντελεστής εξάλειψης στη γραμμή για «δέσμιες-δέσμιες» μεταπτώσεις γράφεται:

$$k_\nu{}^{l} = \frac{h\nu}{4\pi} b_l n_l{}^{\text{T.Θ.I.}} B_{lu}\phi(\nu-\nu_0)\left[1-\frac{b_u n_u{}^{\text{T.Θ.I.}} B_{lu}\chi}{b_l n_l{}^{\text{T.Θ.I.}} B_{lu}\phi}\right]$$

$$= \frac{h\nu}{4\pi} b_l n_l{}^{\text{T.Θ.I.}} B_{lu}\phi(\nu-\nu_0)\left[1-\frac{b_u}{b_l}\frac{\chi}{\phi}e^{-h\nu/kT}\right]$$

$$= b_l n_l{}^{\text{T.Θ.I.}}\sigma_\nu{}^{l}\left[1-\frac{b_u}{b_l}\frac{\chi}{\phi}e^{-h\nu/kT}\right]$$

$$= \frac{\pi e^2}{m_e c} b_l n_l{}^{\text{T.Θ.I.}} f_{lu}\phi(\nu-\nu_0)\left[1-\frac{b_u}{b_l}\frac{\chi}{\phi}e^{-h\nu/kT}\right] \quad (3.20).$$

Για την περίπτωση που έχει ολοκληρωθεί η ανακατανομή στην παραπάνω σχέση ισχύει: $\chi/\phi = 1$. Για την προσέγγιση Wien προκύπτει: $k_\nu{}^{l} \approx b_l\left[k_\nu{}^{l}\right]_{\text{T.Θ.I.}}$.

Ανάλογα, ο συνολικός συντελεστής εξάλειψης για την περίπτωση της γραμμής προκύπτει:

$$k_{\nu_0}{}^{l} = \frac{h\nu_0}{4\pi} b_l n_l{}^{\text{T.Θ.I.}} B_{lu}\left[1-\frac{b_u}{b_l}-e^{-h\nu_0/kT}\right]$$

www.diavlosbooks.gr

$$= \frac{\pi e^2}{m_e c} b_l n_l^{\text{T.Θ.I.}} f_{lu} \left[1 - \frac{b_u}{b_l} e^{-h\nu_0/kT} \right] \approx b_l \left[k_{\nu_0}{}^l \right]_{\text{T.Θ.I.}} \quad (3.21)$$

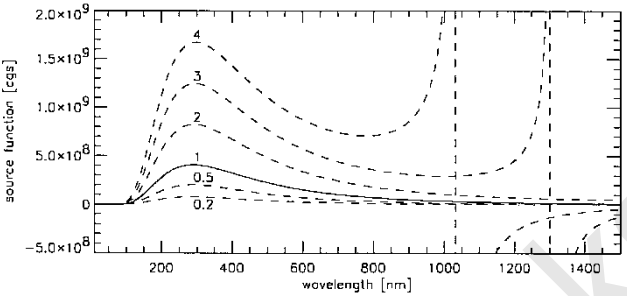
.

Στο όριο Rayleigh-Jeans ($h\nu \ll kT$) το πρόσημο του συντελεστή εξάλειψης $k_{\nu_0}{}^l$ γίνεται αρνητικό καθώς $b_u > b_l$ λόγω της διόρθωσης που οφείλεται στην εξαναγκασμένη εκπομπή. Στην περίπτωση αυτή εμφανίζεται μία χαμηλής έντασης ενίσχυση στη διεύθυνση ροής ακτινοβολίας. Η συνάρτηση πηγής για τη γραμμή $S_{\nu_0}{}^l$ γίνεται αρνητική καθώς $1-(b_u/b_l)e^{-h\nu/kT} < 0$ καθώς η εκπεμπτικότητα της γραμμής $j_{\nu_0}{}^l = k_{\nu_0}{}^l S_{\nu_0}{}^l$ παραμένει θετική. Η διόρθωση της συνάρτησης πηγής για μη Τ.Θ.Ι. ορίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\frac{S_{\nu_0}{}^l}{\mathrm{B}_{\nu_0}} = \frac{1 - e^{-h\nu_0/kT}}{(b_l/b_u)\left[1-(b_l/b_u)e^{-h\nu_0/kT}\right]} = b_u \frac{\left[k_{\nu_0}{}^l\right]_{\text{T.Θ.I.}}}{k_{\nu_0}{}^l} \quad (3.22)$$

ώστε η συνάρτηση πηγής να εκρήγνυται για υψηλές τιμές πριν γίνει αρνητική. Το παραπάνω συμπέρασμα φαίνεται γραφικά στο ακόλουθο σχήμα:

www.dvnebooks.gr



Σχήμα 3.4: Μεταβολή της συνάρτησης πηγής S_ν για την περίπτωση μη Τ.Θ.Ι. συναρτήσει του μήκους κύματος λ σε θερμοκρασία $T=10^5$ K. Η συνεχής γραμμή αποτελεί την περίπτωση στην οποία η συνάρτηση πηγής δίνεται από τη συνάρτηση Planck. Οι αριθμοί που γράφονται πάνω από την κάθε καμπύλη απότελούν την τιμή του χαρακτηριστικού λόγου: b_u/b_l .

Η γενική μορφή για τη μονοχρωματική συνάρτηση πηγής στην περίπτωση των «δέσμιων-ελεύθερων» μεταπτώσεων δίνεται από τη σχέση:

$$S_\nu^{\,bf} = \frac{2h\nu^3}{c^2}\frac{1}{\dfrac{b_i}{b_c}e^{h\nu/kT}-1} \quad (3.23)$$

όπου ο δείκτης i προσδιορίζει το επίπεδο ιονισμού και ο δείκτης c το επίπεδο της επόμενης στάθμης από τη οποία συνέβη ο ιονισμός. Η ολοκλήρωση της ανακατανομής έχει διάρκεια, καθώς η δέσμευση ελεύθερου ηλεκτρονίου λόγω σύγκρουσης, αποτελεί σύστημα χωρίς μνήμη ως προς την κινητική ενέργεια που χρειάστηκε για τον προηγούμενο ιονισμό. Το φαινόμενο αυτό προκαλεί πλάτυνση στο φάσμα. Στην περιοχή του ορίου Wien η μονοχρωματική συνάρτηση πηγής εμφανίζει συχνότητα που προσδιορίζεται από το νόμο του

www.diavlos.gr

Planck, εξαρτάται από τη χαρακτηριστική πλάτυνση και δίνεται από τη σχέση:

$$S_\nu^{\,bf} \approx \frac{b_c}{b_i} \mathrm{B}_\nu \quad (3.24).$$

Ο μονοχρωματικός συντελεστής εξάλειψης για «δέσμιες-ελεύθερες» μεταπτώσεις ανά cm, όπου περιλαμβάνεται η διόρθωση που αφορά την εξαναγκασμένη εκπομπή δίνεται από τη σχέση:

$$k_\nu^{\,bf} = b_i n_i^{\,\mathrm{T.\Theta.I.}} \sigma_{ic}(\nu)\left(1-\frac{b_c}{b_i}e^{-h\nu/kT}\right) \quad (3.25).$$

Ο μονοχρωματικός συντελεστής απορρόφησης, για «δέσμιες-ελεύθερες» μεταπτώσεις, γράφεται με χρήση της σχέσης (3.22):

$$j_\nu^{\,bf} = k_\nu^{\,bf} S_\nu^{\,bf} = b_c\left[k_\nu^{\,bf}\right]_{\mathrm{T.\Theta.I.}} \mathrm{B}_\nu \quad (3.26).$$

Στην περιοχή του ορίου Wien $j_\nu^{\,bf} \sim \sigma_\nu^{\,bf} \nu^3 e^{-h\nu/kT}$, για το άτομο του υδρογόνου ή για υδρογονοειδή ιόντα $j_\nu^{\,bf} \sim e^{-h\nu/kT}$ με αποτέλεσμα το ακρότατο της απορρόφησης να παρουσιάζεται πιο αιχμηρό από το ακρότατο της εξάλειψης.

Οι αντίστοιχες εκφράσεις για τις «ελεύθερες-ελεύθερες» μεταπτώσεις δίνονται από τις σχέσεις:

$$S_\nu^{\,ff} = \mathrm{B}_\nu \quad (3.27)$$

$$k_\nu^{\,ff} = b_c n_c^{\,\mathrm{T.\Theta.I.}} \sigma_\nu^{\,ff}\left(1-e^{-h\nu/kT}\right) \quad (3.28)$$

$$j_\nu^{\,ff} = b_c\left[k_\nu^{\,ff}\right]_{\mathrm{T.\Theta.I.}} \mathrm{B}_\nu \quad (3.29)$$

όπου $\sigma_\nu^{\,ff} = 3{,}7\cdot 10^8 N_e \dfrac{Z^2}{T^{1/2}\nu^3} g_{ff}$.

www.kallipos.gr

Για τις «ελεύθερες-ελεύθερες» μεταπτώσεις και η συνάρτηση πηγής και η διόρθωση της εξαναγκασμένης εκπομπής προσεγγίζονται από θερμικά φαινόμενα. Ποιοτικά, αυτό προκύπτει από την υπόθεση της κατανομής Maxwell για τις κινητικές ενέργειες των σωματιδίων ακόμη κι αν τα σωματίδια αλληλεπιδρούν με την ακτινοβολία επιβραδυνόμενων φωτονίων.

Ένας άλλος τρόπος φορμαλισμού της απόκλισης της συνάρτησης πηγής από τη συνάρτηση Planck είναι η εισαγωγή χαρακτηριστικών θερμοκρασιών για τη μη Τ.Θ.Ι. T_x τέτοιες ώστε $T_x = T_e$ για τις περιοχές όπου ισχύει η Τ.Θ.Ι. και $T_x \neq T_e$ εκτός αυτών των περιοχών. Οι θερμοκρασίες αυτές είναι χρήσιμες για σύγκριση της συμπεριφοράς της εξίσωσης διάδοσης ακτινοβολίας και της συνάρτησης πηγής σε διαφορετικά μήκη κύματος στις περιπτώσεις που δεν ισχύει η συνάρτηση του Planck.

Η θερμοκρασία διέγερσης T_{exc} ορίζεται από τη σχέση:

$$\frac{n_u}{n_l} = \frac{g_u}{g_l} e^{-h\nu/kT} \quad (3.30)$$

ως η θερμοκρασία που εισάγεται στην κατανομή Boltzmann για τον υπολογισμό του λόγου των σωματιδιακών πληθυσμών μεταξύ δύο διαφορετικών ενεργειακών σταθμών. Η γενική μορφή της συνάρτησης πηγής, για τη γραμμή στην, περίπτωση που έχει ολοκληρωθεί η ανακατανομή γράφεται:

www.diavlosbooks.gr

$$S_{\nu_0}^{\ l} = \frac{2h\nu_0^{\ 3}}{c^2}\frac{1}{\frac{g_u n_l}{g_l n_u}-1} = \frac{2h\nu_0^{\ 3}}{c^2}\frac{1}{e^{h\nu_0/kT_{exc}}-1} = \mathrm{B}_{\nu_0}\left(T_{exc}\right)$$

$$\left(3.31\right).$$

Η θερμοκρασία ιονισμού T_{ion} ορίζεται ως η θερμοκρασία που πρέπει να αντικαταστήσει την T_e στην κατανομή Saha ώστε να επικρατήσει η ισορροπία ιονισμού μεταξύ των δύο διαδοχικών σταθμών ιονισμού. Σημειώνεται ότι η θερμοκρασία ιονισμού T_{ion} δεν καθορίζει απαραίτητα τη συνάρτηση πηγής για «δέσμιες-ελεύθερες» μεταπτώσεις $S_\nu^{\ bf}$ όταν εισάγεται στη συνάρτηση Planck καθώς η σχέση $\left(3.23\right)$ αναφέρεται σε «δέσμιες-ελεύθερες» μεταπτώσεις μεταξύ μίας συγκεκριμένης στάθμης και ενός συγκεκριμένου επιπέδου ιονισμού και όχι στο σύνολο των πληθυσμών στις δύο στάθμες όπως στην εξίσωση $\left(3.7\right)$.

Η ακτινοβολιακή θερμοκρασία εκφράζει τη μέση ένταση της ακτινοβολίας μέσω της συνάρτησης Planck και προκύπτει θέτοντας:

$$\mathrm{B}_\nu\left(T_{rad}\right) \equiv J_\nu \ \left(3.32\right).$$

Η θερμοκρασία λαμπρότητας T_b εκφράζει την παρατηρούμενη ένταση μέσω της συνάρτησης του Planck έτσι ώστε:

$$\mathrm{B}_\nu\left(T_b\right) \equiv \mathrm{I}_\nu\left(3.33\right)$$

www.diavlos.gr

όπου $T_b = T_e\left(\tau_\nu = \mu\right)$ για την παρατηρούμενη ένταση ακτινοβολίας που αναδύεται από μέσο οπτικά πυκνό, στο οποίο ισχύουν οι συνθήκες Τ.Θ.Ι. και προσεγγίζεται από τις υποθέσεις των παράλληλων επιπέδων και Eddington-Barbier.

Η ενεργός θερμοκρασία T_{eff} ενός αστέρα ορίζεται από τη σχέση:

$$\pi \mathrm{B}\left(T_{eff}\right) = \sigma T_{eff}^4 \equiv F_{surface} \quad (3.34)$$

και εκφράζει τη φασματική ροή F^+ που εγκαταλείπει την επιφάνεια του αστέρα ανά cm^2.

3.3.3 Συμφασική σκέδαση

Μία κύρια κατάσταση της μη Τ.Θ.Ι. στις αστρικές ατμόσφαιρες εντοπίζεται σε περιοχές και μήκη κύματος όπου η σκέδαση είναι σημαντική. Η πιο συνηθισμένη κατάσταση φωτονικής σκέδασης είναι όταν η ροή φωτονίων είναι μονοχρωματική και ισοτροπική με αποτέλεσμα να μην μεταβάλλεται η συχνότητα του φωτονίου πριν και μετά τη σκέδαση. Η σκέδαση σ' αυτή την περίπτωση είναι μονοσυχνοτική και λέγεται συμφασική. Στην κατηγορία της συμφασικής σκέδασης ανήκουν η σκέδαση Thomson από ελεύθερα ηλεκτρόνια και η σκέδαση σε ατομικές «δέσμιες-δέσμιες» μεταπτώσεις.

«Άτομα δύο επιπέδων»

Τα άτομα δύο επιπέδων είναι ένα χρήσιμο μη ρεαλιστικό μοντέλο που επιτρέπει τη λεπτομερή ανάλυση των διαδικασιών φωτονικής σκέδασης σε όλο το χώρο, και όχι τοπικά, χωρίς να επηρεάζεται

www.ziovisbooks.gr

από τις αντίστροφες φωτονικές φασματικές διαδικασίες. Για τα άτομα δύο επιπέδων οι πέντε «δέσμιες-δέσμιες» διαδικασίες μπορεί να συνδυάζονται ανά ζεύγη:
-Σκέδαση φωτονίου: ακτινοβολιακή διέγερση που ακολουθείται από αυθόρμητη ή εξαναγκασμένη αποδιέγερση. Το νέο φωτόνιο που προκύπτει είναι το αρχικό αλλά έχει αλλάξει διεύθυνση και πιθανόν να έχει μετατοπιστεί ελαφρά η συχνότητα του.

«Γέννηση» φωτονίου:
Διέγερση λόγω σύγκρουσης που ακολουθείται από αυθόρμητη ή εξαναγκασμένη αποδιέγερση. Από το συνδυασμό αυτό προκύπτει ένα νέο φωτόνιο με διαφορετική τιμή της κινητικής ενέργειας.
-εξάλειψη φωτονίου: ακτινοβολιακή διέγερση που ακολουθείται από αποδιέγερση λόγω σύγκρουσης. Από το συνδυασμό αυτό προκύπτει ένα θερμικό φωτόνιο με υψηλή κινητική ενέργεια.
Ανάλογα ζεύγη προκύπτουν για «δέσμιες-ελεύθερες», «ελεύθερες-ελεύθερες» μεταπτώσεις και για τις υπόλοιπες διαδικασίες.

Συμφασικό μέσο σκέδασης

Μία χρήσιμη απλοποίηση για την συντονισμένη σκέδαση είναι η υπόθεση ότι το μέσο συμφωνεί απόλυτα με την υπόθεση των ατόμων δύο επιπέδων και ότι η σκέδαση είναι συμφασική. Στην περίπτωση αυτή, η κάθε ακτινοβολιακή διέγερση ακολουθείται απαραίτητα από αποδιέγερση μεταξύ των ίδιων ενεργειακών σταθμών, εκπομπή ακτινοβολίας της ίδιας συχνότητας (τυχαία ή

www.ziontbooks.gr

εξαναγκασμένη σκέδαση φωτονίου) ή εκπομπή ακτινοβολίας λόγω σύγκρουσης (εξάλειψη φωτονίου). Στην επαναλαμβανόμενη σκέδαση, τα φωτόνια διαγράφουν τυχαία τροχιά στο εσωτερικό του μέσου χωρίς να συνδέονται οι ενέργειες τους με τις τοπικές συνθήκες. Αντίθετα, τα ζεύγη «γέννησης» φωτονίου και εξάλειψης φωτονίου έχουν ακτινοβολία ενέργειας που συνδέεται με την τοπική κινητική ενέργεια, τα ζεύγη αυτά αποτελούν θερμικές διαδικασίες.

Η ισχύς των συνδυασμών εξαρτάται από τη συχνότητα αναφοράς των επαγόμενων θερμικών διαδικασιών και διαδικασιών σκέδασης. Στην περίπτωση αυτή, ο μονοχρωματικός συντελεστής εξάλειψης για «δέσμιες-δέσμιες» μεταπτώσεις μπορεί να γραφεί ως το άθροισμα των επιμέρους συντελεστών εξάλειψης, δηλαδή από τη σχέση:

$$k_\nu^{\,l} = k_\nu^{\,a} + k_\nu^{\,s} \quad (3.35).$$

Ο συντελεστής εξάλειψης για το συνεχές μπορεί να εκφραστεί ανάλογα ως το άθροισμα του συντελεστή συμφασικής σκέδασης λόγω των φαινομένων σκέδασης Thomson και Rayleigh και του συντελεστή θερμικής εξάλειψης λόγω των «ελεύθερων-ελεύθερων» διαδικασιών.

Πιθανότητα εξάλειψης

Η πιθανότητα εξάλειψης φωτονίου ανά διέγερση για συμφασική σκέδαση και με δεδομένο το μοντέλο των ατόμων δύο επιπέδων δίνεται από τη σχέση:

www.ellinikabooks.gr

$$\varepsilon_\nu \equiv \frac{k_\nu{}^a}{k_\nu{}^a + k_\nu{}^s} \quad (3.36).$$

Η συμπληρωματική της ποσότητα δίνει την πιθανότητα σκέδασης ανά διέγερση:

$$1 - \varepsilon_\nu = \frac{k_\nu{}^s}{k_\nu{}^a + k_\nu{}^s} \quad (3.37).$$

www.diavlosbooks.gr

Λύση της εξίσωσης Διάδοσης



www.cbooks.gr

Κεφάλαιο 4
Λύση της εξίσωσης Διάδοσης

4.1 Τυπική λύση της εξίσωσης διάδοσης

Η τυπική λύση της εξίσωσης διάδοσης δίνεται από τη σχέση:

$$\mathrm{I}_\nu\left(\tau_\nu = 0, \mu\right) = \int_0^\infty S_\nu e^{-t_\nu/\mu} d\left(\frac{t_\nu}{\mu}\right) \quad (4.1)$$

όπου t_ν: το οπτικό βάθος ως μεταβλητή ολοκλήρωσης. Από τη σχέση αυτή είναι φανερό ότι η συνεισφορά στη I_ν, που αντιστοιχεί σε κάθε στοιχείο κατά μήκος της ακτίνας διάδοσης, είναι η συνάρτηση πηγής πολλαπλασιασμένη με το κλάσμα της ενέργειας που διαφεύγει: $e^{-t_\nu/\mu}$. Προκύπτει, επομένως, ότι ο παρατηρητής δέχεται ακτινοβολία στην οποία συμβάλλουν όλα τα στρώματα της ατμόσφαιρας το καθένα με τη δική του S_ν μειωμένη κατά την απορρόφηση των υπερκείμενων στρωμάτων. Όπως έχει ήδη αναφερθεί, σε συνθήκες Τ.Θ.Ι. η S_ν αντικαθίσταται από τη συνάρτηση του Planck σε $T\left(t_\nu\right)$.

Για την περίπτωση θερμικής εκπομπής (μεγάλες θερμοκρασίες), στα ραδιοκύματα (μικρές συχνότητες) όπου η προσέγγιση της Τ.Θ.Ι. είναι δεδομένη, ισχύει: $h\nu/kT \ll 1$ οπότε ο όρος $e^{h\nu/kT}$ αναπτύσσεται σε σειρά Taylor και αγνοώντας τους

www.diavgeiabooks.gr

όρους ανώτερης τάξης προκύπτει: $e^{hv/kT} = 1 + hv/kT$

και θέτοντας $v = \frac{c}{\lambda}$ η συνάρτηση πηγής δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$S_\nu = B_\nu = \frac{2kT}{\lambda^2}$$

η παραπάνω σχέση αποτελεί την προσέγγιση Rayleigh-Jeans.

Αντικαθιστώντας την παραπάνω σχέση για τη συνάρτηση πηγής S_ν στη γενική μορφή της λύσης της εξίσωσης διάδοσης ακτινοβολίας προκύπτει:

$$\mathrm{I}_\lambda = \int_0^\infty \frac{2kT}{\lambda^2} e^{-\frac{t}{\mu}} d\left(\frac{t}{\mu}\right) \quad (4.2).$$

Συχνά, είναι χρήσιμο η ένταση της ακτινοβολίας I_ν σε εκφράζεται σε όρους θερμοκρασίας λαμπρότητας T_b η οποία ορίζεται ως η θερμοκρασία μέλανος σώματος του οποίου η ένταση B_λ σε μήκος κύματος λ ισούται με αυτή της ακτινοβολούσας ατμόσφαιρας. Επομένως, $\mathrm{I}_\lambda = \mathrm{B}_\lambda(T_b)$ άρα, στη συγκεκριμένη περίπτωση: $\mathrm{I}_\lambda = 2kT_b/\lambda^2$

οπότε: $T_b = \int_0^\infty T e^{-\frac{t}{\mu}} d\left(\frac{t}{\mu}\right) \quad (4.3).$

Με δεδομένο ότι η ατμόσφαιρα θεωρείται ότι αρχίζει εκεί που η ενέργεια από το εσωτερικό

www.ziaylosbooks.gr

του αστέρα παύει να διαδίδεται με μεταφορά και διαδίδεται ξανά με ακτινοβολία προκύπτει ότι για τη μελέτη των αστρικών ατμοσφαιρών είναι αναγκαία η επίλυση της εξίσωσης διάδοσης ενέργειας με ακτινοβολία. Η λύση του προβλήματος της διάδοσης της ενέργειας με ακτινοβολία είναι η εύρεση της επίδρασης της ύλης στο φάσμα του αστέρα το οποίο είναι το παρατηρούμενο.

Έστω ότι η ακτινοβολία διαδίδεται σε διεύθυνση S.

Η εξίσωση διάδοσης ακτινοβολίας γράφεται στη μορφή:

$$\frac{d\mathrm{I}_\nu}{d\tau_\nu} = S_\nu - \mathrm{I}_\nu \quad (4.4).$$

Δοκιμάζοντας λύση της μορφής: $\mathrm{I}_\nu(\tau_\nu) = fe^{b\tau_\nu}$ (4.5) αρκεί να υπολογιστεί η συνάρτηση f και η σταθερά b. Διαφορίζοντας την λύση (4.5) ως προς τ_ν προκύπτει: $\frac{d\mathrm{I}_\nu}{d\tau_\nu} = bfe^{b\tau_\nu} + e^{b\tau_\nu}\frac{df}{d\tau_\nu}$ που μέσω των (4.4)και (4.5)γράφεται:

$$S_\nu - \mathrm{I}_\nu = b\mathrm{I}_\nu + e^{b\tau_\nu}\frac{df}{d\tau_\nu} \quad (4.6).$$

Για να ισχύει η παραπάνω ισότητα πρέπει:

$$b = -1 \text{ και } e^{-\tau_\nu}\frac{df}{d\tau_\nu} = S_\nu \rightarrow f = S_\nu(t_\nu)e^{t_\nu}dt_\nu + c_0.$$

Τότε η εξίσωση (4.5) γράφεται:

$$\mathrm{I}_\nu(t_\nu) = e^{-\tau_\nu}\int_0^{\tau_\nu} S_\nu(t_\nu)e^{t_\nu}dt_\nu + e^{-\tau_\nu}c_0 \quad (4.7).$$

www.diavlosbooks.gr

Η σταθερά της ολοκλήρωσης μπορεί να γραφτεί: $c_0 = \mathrm{I}_\nu(0)$ (4.8), όπως προκύπτει θέτοντας $\tau_\nu = 0$, οπότε τελικά η (4.7) γράφεται:

$$\mathrm{I}_\nu(t_\nu) = \int_0^{\tau_\nu} S_\nu(t_\nu) e^{-(\tau_\nu - t_\nu)} dt_\nu + \mathrm{I}_\nu(0) e^{-\tau_\nu} \quad (4.9).$$

Η εξίσωση (4.9) αποτελεί τη βασική μορφή της λύσης της εξίσωσης διάδοσης με ακτινοβολία και η επίλυση της, με δεδομένη τη γνώση της συνάρτησης πηγής S_ν, δίνει τη ζητούμενη ένταση της ακτινοβολίας. Η εξίσωση αυτή δίνει την ένταση της ακτινοβολίας I_ν ως συνάρτηση του οπτικού βάθους το οποίο μεταβάλλεται κατά μήκος της οπτικής ακτίνας και χρησιμοποιείται στην περίπτωση μελέτης της μεσοαστρικής ύλης. Η συνάρτηση πηγής, γενικά, είναι μία πολύπλοκη συνάρτηση η οποία προσδιορίζεται σε απλές μόνο περιπτώσεις.

4.2 Λύση της εξίσωσης διάδοσης σε ειδικές περιπτώσεις

Για την περίπτωση μελέτης των αστρικών ατμοσφαιρών, συνήθως, χρησιμοποιείται η εξίσωση που δίνει τη μεταβολή της έντασης της ακτινοβολίας I_ν ως συνάρτηση της μεταβολής του οπτικού βάθους κατά μήκος της ακτίνας του αστέρα και η λύση της εξίσωσης προκύπτει για τις ακόλουθες περιπτώσεις με τις αντίστοιχες προσεγγίσεις:

www.diavlosbooks.gr

4.2.1 Προσέγγιση ομογενούς αστρικής ατμόσφαιρας σχήματος παραλληλεπιπέδου

Έστω αστρική ατμόσφαιρα που αποτελείται από παράλληλες στιβάδες, καθώς $R_{ατμόσφαιρας} \ll R_{αστέρα}$, και έστω μία στιβάδα της ατμόσφαιρας αυτής.

Στην περίπτωση αυτή, το οπτικό βάθος μετριέται κατά μήκος της διεύθυνσης *dx* και όχι κατά μήκος της *ds* που αποτελεί τη διεύθυνση παρατήρησης, οπότε: $d\tau' = \frac{d\tau}{\cos\theta}$ (4.10) και η εξίσωση (4.4) γράφεται: $\cos\theta \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = S_\nu - I_\nu$ (4.11).

Επιπλέον, καθώς το τ_ν αυξάνει κατά διεύθυνση αντίθετη από το *dx* η σχέση (4.9) γράφεται:

$$I_\nu(t_\nu) = -\int_0^{\tau_\nu} S_\nu(t_\nu) e^{-(t_\nu - \tau_\nu)\sec\theta} \sec\theta dt_\nu \quad (4.12).$$

Οι οριακές συνθήκες είναι διαφορετικές για $\theta > 90^\circ$ (η προς τα μέσα ακτινοβολία) απ' ότι για $\theta < 90^\circ$ (η προς τα έξω ακτινοβολία) με αποτέλεσμα το όριο ολοκλήρωσης να απαλείφει τη σταθερά ολοκλήρωσης $I_\nu(0)$ από την εξίσωση (4.9).

Στην περίπτωση για $\theta > 90^\circ$ ισχύει: $I_\nu(0) = 0$ για μεμονωμένο αστέρα, όπου για το εξωτερικό όριο της ατμόσφαιρας ισχύει $\tau_\nu = 0$ με αποτέλεσμα η προς

www.diavlospoos.gr

τα μέσα ακτινοβολίας να δίνεται από τη σχέση:

$$I_\nu^{-}(t_\nu) = -\int_0^{\tau_\nu} S_\nu(\tau_\nu) e^{-(t_\nu - \tau_\nu)\sec\theta} \sec\theta dt_\nu \quad (4.13).$$

Στην περίπτωση για $\theta < 90^\circ$ τα όρια ολοκλήρωσης γίνονται τ_ν, ∞ και η προς τα έξω ακτινοβολία δίνεται από τη σχέση:

$$I_\nu^{+}(t_\nu) = -\int_{\tau_\nu}^{\infty} S_\nu(\tau_\nu) e^{-(t_\nu - \tau_\nu)\sec\theta} \sec\theta dt_\nu \quad (4.14).$$

Τότε η ολική ένταση στη θέση τ_ν δίνεται:

$$I_\nu(t_\nu) = \int_{\tau_\nu}^{\infty} S_\nu(\tau_\nu) e^{-(t_\nu - \tau_\nu)\sec\theta} \sec\theta dt_\nu - \int_0^{\tau_\nu} S_\nu(\tau_\nu) e^{-(t_\nu - \tau_\nu)\sec\theta} \sec\theta dt_\nu$$

(4.15).

Στην ειδική περίπτωση όπου τα $I_\nu^{in}(\tau_\nu), I_\nu^{out}(\tau_\nu)$ αφορούν το εξωτερικό στρώμα της ατμόσφαιρας του αστέρα $I_\nu^{in}(0) = 0$, ισχύει:

$$I_\nu^{out}(0) = -\int_0^{\infty} S_\nu e^{-t_\nu \sec\theta} \sec\theta dt_\nu \quad (4.16).$$

Η παραπάνω λύση της εξίσωσης αφορά ηλιακά προβλήματα καθώς στον Ήλιο είναι δυνατή η μέτρηση της έντασης της ακτινοβολίας ως συνάρτηση του θ. Για τους περισσότερους αστέρες μελετάται η ροή ακτινοβολίας, μέγεθος το οποίο γράφεται:

www.diavlosbooks.gr

$$F_\nu = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \mathrm{I}_\nu \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi =$$

$$= 2\pi \int_0^{\pi/2} \mathrm{I}_\nu{}^{out} \cos\theta \sin\theta d\theta + 2\pi \int_{\pi/2}^{\pi} \mathrm{I}_\nu{}^{in} \cos\theta \sin\theta d\theta$$

$$F_\nu = 2\pi \int_0^{\pi/2}\int_{\tau_\nu}^{\infty} S_\nu(\tau_\nu) e^{-(t_\nu - \tau_\nu)\sec\theta} \sin\theta dt_\nu d\theta - 2\pi \int_{\pi/2}^{\pi}\int_0^{\tau_\nu} S_\nu(\tau_\nu) e^{-(t_\nu - \tau_\nu)\sec\theta} \sin\theta dt_\nu d\theta$$

(4.17).

4.2.2 Προσέγγιση Eddington-Barbier

Στην περίπτωση αυτή η συνάρτηση πηγής S_ν θεωρείται γραμμική συνάρτηση του οπτικού βάθους, δηλαδή $S_\nu = a + b\tau_\nu$ (4.18) οπότε η σχέση (4.16) γράφεται:

$$\mathrm{I}_\nu = \int_0^{\infty} S_\nu e^{-\tau_\nu \sec\theta} \sec\theta d\tau_\nu = a\int_0^{\infty} e^{-\tau_\nu \sec\theta} \sec\theta d\tau_\nu + b\int_0^{\infty} \tau_\nu e^{-\tau_\nu \sec\theta} \sec\theta d\tau_\nu =$$

$$\frac{a}{\sec\theta}\int_0^{\infty} e^{-\sec\theta\tau_\nu} d(\sec\theta\tau_\nu) + \frac{b}{\sec\theta}\int_0^{\infty} \tau_\nu e^{-\sec\theta\tau_\nu} d(\sec\theta\tau_\nu)$$

και θέτοντας $\sec\theta = k$ και $k\tau_\nu = x$ προκύπτει:

$$\mathrm{I}_\nu = a - \left[e^{-k\tau_\nu} \right]_0^{\infty} + \frac{b}{k}\int_0^{\infty} x e^{-x} dx = a + \frac{b}{k} = a + b\cos\theta$$

$$\rightarrow \mathrm{I}_\nu = a + b\cos\theta \ (4.19).$$

Θέτοντας $\cos\theta = \mu$ η παραπάνω σχέση γράφεται:

$\mathrm{I}_\nu(0,\mu) = a + b\mu$ (4.20).

www.diavlosbooks.gr

Από τις σχέσεις (4.18)και (4.20) προκύπτει ότι σε οπτικό βάθος $\tau = \mu$ ισχύει: $S_\nu(t) = \mathrm{I}_\nu(0,\mu)$. Αν, δηλαδή, η συνάρτηση πηγής $S_\nu(t)$ είναι γραμμική συνάρτηση του οπτικού βάθους η αναδυόμενη μονοχρωματική ακτινοβολία που φαίνεται σε γωνία μ μπορεί να εξηγηθεί σα να δημιουργείται σε επιφάνεια της οποίας το οπτικό βάθος είναι $\tau_\nu = \mu$. Στο κέντρο του δίσκου όπου $\mu = 1$ είναι δυνατή η παρατήρηση σε οπτικό βάθος $\tau = 1$ ενώ προχωρώντας προς το χείλος μπορούν να παρατηρηθούν τα ανώτερα στρώματα της ατμόσφαιρας. Έτσι διατηρώντας σταθερό το μήκος κύματος και μεταβάλλοντας το θ προκύπτουν μετρήσεις της έντασης από διαφορετικά βάθη της ατμόσφαιρας.

Στο κέντρο του δίσκου ισχύει $\mu = 1 \rightarrow \mathrm{I}_\nu(0,1) = a + b$και η ένταση σε οποιαδήποτε θέση επί του αστρικού δίσκου ως προς την ένταση στο κέντρο δίνεται:

$$\frac{\mathrm{I}_\nu(0,\mu)}{\mathrm{I}_\nu(0,1)} = \frac{a+\mu b}{a+b}.$$

Για τη διερεύνηση της παραπάνω σχέσης διακρίνονται οι ακόλουθες περιπτώσεις:

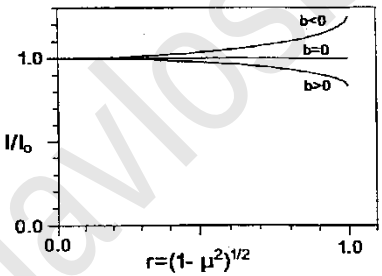
i) Αν $b < 0$ που συνεπάγεται $\frac{ds}{d\tau} < 0 \rightarrow \frac{ds}{dz} > 0 \rightarrow \frac{dT}{dz} > 0$το χείλος είναι λαμπρό. Η ελάττωση της S_ν με το οπτικό βάθος σημαίνει ότι τα θερμότερα στρώματα δίνουν μεγαλύτερη ένταση.

www.diavlosbooks.gr

ii) Αν $b > 0$ που συνεπάγεται $\frac{dS}{d\tau} > 0 \rightarrow \frac{dS}{dz} < 0 \rightarrow \frac{dT}{dz} < 0$ εμφανίζεται σκοτεινό χείλος καθώς η συνάρτηση πηγής S_ν αυξάνει με το οπτικό βάθος. Στην περίπτωση αυτή τα βαθύτερα στρώματα της ατμόσφαιρας έχουν υψηλότερες θερμοκρασίες.

iii) Αν $b = 0$ τότε $S_\nu = const$ δηλαδή σταθερή θερμοκρασία και σταθερή ένταση.

Οι τρεις παραπάνω περιπτώσεις εμφανίζονται στο ακόλουθο σχήμα, για την περίπτωση του ηλιακού δίσκου:



Σχήμα 4.1: Στο σχήμα παρουσιάζεται η μεταβολή της ποσότητας I/I_0 *συναρτήσει της ποσότητας* $\left(1-\mu^2\right)^{1/2}$ *για τις διαφορετικές τιμές του b.*

Τα παραπάνω, για την περίπτωση του Ήλιου, δίνουν ότι στη φωτόσφαιρά του το χείλος εμφανίζεται σκοτεινότερο απ' ότι στο κέντρο, η θερμοκρασία ελαττώνεται με το ύψος ενώ στη μεταβατική περιοχή χρωμόσφαιρας-στέμματος το χείλος εμφανίζεται λαμπρότερο και η θερμοκρασία αυξάνει με το ύψος.

www.diavlosbooks.gr

Η εξερχόμενη ένταση ακτινοβολίας από μία αστρική επιφάνεια $(\tau_\nu = 0, \mu > 0)$ δίνεται από τη σχέση:

$$\mathrm{I}_\nu^{+}(\tau_\nu = 0, \mu) = \int_0^\infty S_\nu(t_\nu) e^{-t_\nu/\mu} d\left(t_\nu/\mu\right) \quad (4.21).$$

Ένας εναλλακτικός τρόπος για να προκύψει η προσέγγιση Eddington-Barbier βασίζεται στην αντικατάσταση των σχέσεων:

$$S_\nu(\tau_\nu) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n {\tau_\nu}^n = a_0 + a_1\tau_\nu + a_2{\tau_\nu}^2 + ... + a_n{\tau_\nu}^n$$

και $\int_0^\infty x^n e^{-x} dx = n!$ (4.22) στην (4.21).

Με τον τρόπο αυτό προκύπτει:

$$\mathrm{I}_\nu^{+}(\tau_\nu = 0, \mu) = a_0 + a_1\mu + 2a_2\mu^2 + ... + n! a_n \mu^n$$

(4.23).

Στο ανάπτυγμα (4.23) κρατώντας τους δύο πρώτους όρους και αγνοώντας τους υπόλοιπους προκύπτει η προσέγγιση Eddington-Barbier με βάση την οποία:

$$\mathrm{I}_\nu(\tau_\nu = 0, \mu) \approx S_\nu(\tau_\nu = \mu)$$

που γράφεται:

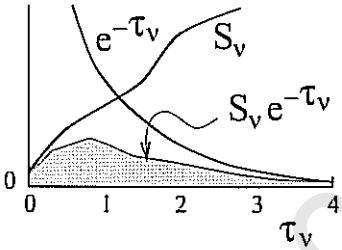
$$\mathrm{I}_\nu(\tau_\nu = 0, \mu) = S_\nu(\tau_\nu = \mu) \quad (4.24)$$

για την περίπτωση όπου η S_ν μεταβάλλεται γραμμικά με το οπτικό βάθος τ_ν.

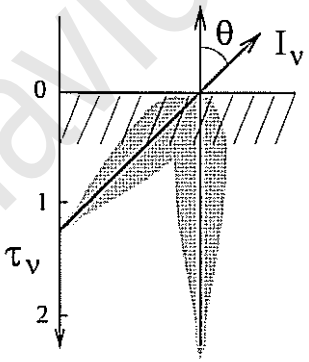
Επιπλέον, για την εξερχόμενη ροή: $F_\nu^{+}(0) \approx \pi S_\nu(\tau_\nu = 2/3)$.

www.ziavrospooks.gr

Το σχήμα 4.2 παρουσιάζει την προσέγγιση Eddington-Barbier σε απλουστευμένη μορφή.



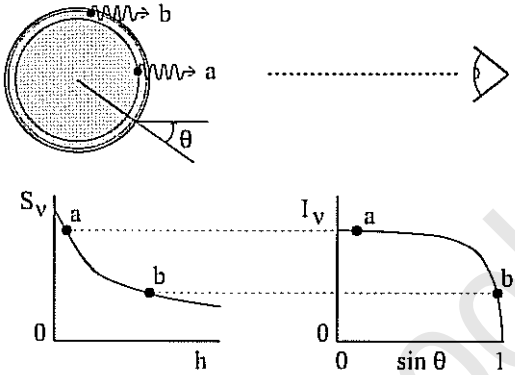
Σχήμα 4.2: Προσέγγιση Eddington-Barbier. Το ολοκλήρωμα $S_\nu \exp(-\tau_\nu)$ αποτελεί μέτρο της συνεισφοράς των επιπέδων με διαφορετικά οπτικά βάθη στην εξερχόμενη ένταση της ακτινοβολίας I_ν.



Σχήμα 4.3: Για μία διαγώνια δέσμη ακτινοβολίας το χαρακτηριστικό βάθος Eddington-Barbier σε υψηλότερα στρώματα απ' ότι για μία ακτινική δέσμη.

Το ακόλουθο σχήμα 4.4 δίνει την εφαρμογή της στο φαινόμενο αμαύρωσης χείλους.

www.diavlosbooks.gr



Σχήμα 4.4: Φαινόμενο αμαύρωσης χείλους για την περίπτωση του Ήλιου. Η οπτική γωνία θ αυξάνει συναρτήσει της κλασματικής ακτίνας $r/R_o = \sin\theta$ του φαινόμενου δίσκου. Η εξερχόμενη ένταση της ακτινοβολίας ξεκινά από εσωτερικότερα στρώματα και διαδίδεται προς το χείλος. Αυτά τα εσωτερικότερα στρώματα παρουσιάζουν μικρότερες τιμές για τη συνάρτηση πηγής.

4.2.3 Προσέγγιση γκρι ατμόσφαιρας

Μία από τις απλοποιήσεις που γίνονται προκειμένου να λυθεί η εξίσωση διάδοσης είναι ότι ο συντελεστής απορρόφησης k_ν είναι ανεξάρτητος της συχνότητας ν, δηλαδή $k_\nu \equiv k \quad (4.25)$. Η ιδανική αυτή ατμόσφαιρα της οποίας ο συντελεστής απορρόφησης είναι ανεξάρτητος της συχνότητας ονομάζεται γκρι ατμόσφαιρα. Η μόνη γνωστή διεργασία που προκαλεί εξασθένηση της προσπίπτουσας ακτινοβολίας ανεξάρτητα της συχνότητας είναι η σκέδαση των φωτονίων από ελεύθερα ηλεκτρόνια. Στην περίπτωση αυτή η εξίσωση διάδοσης έχει τη μορφή:

www.diavlosbooks.gr

$$dI_\nu = I_\nu k_\nu \rho \frac{dx}{\cos\theta} - j_\nu \rho \frac{dx}{\cos\theta} \rightarrow \cos\theta \frac{dI_\nu}{dx} = I_\nu k_\nu \rho - S_\nu k_\nu \rho$$
(4.26).

Ολοκληρώνοντας ως προς τη συχνότητα ν:

$$\cos\theta \frac{d}{dx}\int_0^\infty I_\nu d\nu = \rho\int_0^\infty k_\nu I_\nu d\nu - \rho\int_0^\infty k_\nu S_\nu d\nu \quad (4.27).$$

Για την περίπτωση της γκρι ατμόσφαιρας όπου $k_\nu \equiv k$:

$$\cos\theta \frac{d}{dx}\int_0^\infty I_\nu d\nu = \rho k\int_0^\infty I_\nu d\nu - \rho k\int_0^\infty S_\nu d\nu \quad (4.28)$$

και θέτοντας $I \equiv \int_0^\infty I_\nu d\nu$ και $S \equiv \int_0^\infty S_\nu d\nu$ (4.29) η (4.28) δίνει:

$$\cos\theta \frac{dI}{d\tau} = I - S \quad (4.30).$$

4.2.4 Μέσος συντελεστής Rosseland

Μία παραλλαγή της γκρι ατμόσφαιρας είναι η αντιμετώπιση του προβλήματος αν αντί για το συντελεστή απορρόφησης χρησιμοποιηθεί ο μέσος συντελεστής απορρόφησης Rosseland k που ορίζεται από τη σχέση:

$$\frac{1}{k} = \frac{\int_0^\infty \frac{1}{k_\nu\left(1-e^{-h\nu/kT}\right)}\frac{\partial B_\nu(T)}{\partial T}d\nu}{\int_0^\infty \frac{\partial B_\nu(T)}{\partial T}d\nu} \rightarrow \frac{1}{k} = \frac{\int_0^\infty \frac{1}{k_\nu}\frac{\partial B_\nu(T)}{\partial T}d\nu}{\int_0^\infty \frac{\partial B_\nu(T)}{\partial T}d\nu}$$
(4.31).

www.ziavoshooks.gr

Ο όρος $\left(1-e^{-hv/kT}\right)$ ονομάζεται παράγοντας εξαναγκασμένης εκπομπής και υπάρχει για κάθε διεργασία εκτός του σκεδασμού.

4.2.5 Προσέγγιση συνάρτησης πηγής σταθερής σε πεπερασμένο στρώμα

Στην περίπτωση αυτή η συνάρτηση πηγής S_ν θεωρείται ότι δεν μεταβάλλεται με το οπτικό βάθος και έστω ότι οι παρατηρήσεις γίνονται στη θέση $\mu=1$. Τότε από την τυπική λύση της εξίσωσης διάδοσης προκύπτει: $\mathrm{I}_\nu = S_\nu\left(1-e^{-\tau_\nu}\right)$ (4.32) όπου τ_ν : το οπτικό βάθος του στρώματος.

Αν

$$\tau_\nu \ll 1 \to 1-e^{-\tau_\nu} = 1-\left(1-\frac{\tau_\nu}{1!}+\ldots\right) = \tau_\nu \to \mathrm{I}_\nu \approx S_\nu\tau_\nu$$

(4.33) και το στρώμα είναι διαφανές.

Αν $\tau_\nu \gg 1 \to 1-e^{-\tau_\nu} = 1 \to \mathrm{I}_\nu = S_\nu$ (4.34)και το στρώμα είναι αδιαφανές.

Στην περίπτωση όπου το στρώμα είναι αδιαφανές σε σταθερή θερμοκρασία (άρα σταθερής συνάρτησης πηγής) η ειδική ένταση της ακτινοβολίας ισούται με τη συνάρτηση του Planck.

Στα μεγάλα μήκη κύματος (π.χ. ραδιοκύματα) ισχύει αντίστοιχα:

$T_b \approx T\left(1-e^{-\tau_\nu}\right)$ (4.35)

και επειδή στα ραδιοκύματα ο συντελεστής θερμικής απορρόφησης είναι ανάλογος ως προς το τετράγωνο του μήκους κύματος προκύπτει ότι

www.kallipos.gr

$\tau_\nu \gg 1 \to T_b = T$ οπότε άμεσα από παρατηρήσεις προκύπτει η θερμοκρασία του στέμματος ίση με $10^6 \mathrm{K}$.

Στην περίπτωση που πίσω από το πεπερασμένο στρώμα υπάρχει κάποια πηγή έντασης $\mathrm{I}_{\nu 0}$ (μοντέλο σύννεφου) τότε η λύση μετασχηματίζεται στην ακόλουθη μορφή: $\mathrm{I}_\nu = \mathrm{I}_{\nu 0} e^{-\tau_\nu} + S_\nu \left(1 - e^{-\tau_\nu}\right)$ (4.36).

4.3 Προσεγγιστικές λύσεις

Η εξίσωση διάδοσης ακτινοβολίας για οπτικά πυκνά μέσα έχει αναλυτικές λύσεις μόνο για μεγάλα βάθη όπου επικρατούν συνθήκες Τ.Θ.Ι. και οι αποκλίσεις από την ισοτροπία του μέσου είναι μικρές. Για τα υπερκείμενα στρώματα οι προσεγγίσεις είναι αναπόφευκτες. Στην ενότητα που ακολουθεί γίνεται προσπάθεια να παρουσιαστούν οι αντίστοιχες προσεγγίσεις που γίνονται για τη λύση της εξίσωσης διάδοσης ακτινοβολίας με κριτήριο το σε ποια στρώματα της αστρικής ατμόσφαιρας δίνουν ικανοποιητικές λύσεις καθώς επίσης και οι λύσεις αυτές.

4.3.1 Προσεγγίσεις για τα επιφανειακά στρώματα

4.3.1.1 Προσέγγιση Eddington-Barbier

Η προσέγγιση Eddington-Barbier βασίζεται στο να εκφραστεί η συνάρτηση πηγής S_ν στη μορφή του ακόλουθου αναπτύγματος:

$$S_\nu \left(\tau_\nu\right) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n {\tau_\nu}^n \quad (4.37).$$

www.dimitrisbooks.gr

Από την παραπάνω υπόθεση προκύπτουν για την ανερχόμενη ένταση, τη μέση ένταση και τη ροή της ακτινοβολίας οι ακόλουθες σχέσεις:

$$\mathrm{I}_\nu^{+}(0,\mu)\approx\alpha_0+\alpha_1\mu\approx S_\nu(\tau_\nu=\mu) \qquad (4.38)$$

$$J_\nu(0)\approx\alpha_0+\frac{2\alpha_2}{3}-\frac{\alpha_0}{2}+\frac{\alpha_1}{4}-\frac{\alpha_2}{3}\approx\frac{\alpha_0}{2}+\frac{\alpha_1}{4}+\frac{\alpha_2}{3}$$

$$\approx\frac{1}{2}S_\nu(\tau_\nu=1/2) \quad (4.39)$$

$$F_\nu(0)=\alpha_0+\frac{2}{3}\alpha_1+\alpha_2+\ldots\approx S_\nu(\tau_\nu=2/3) \quad (4.40)$$

επιπλέον, ισχύει η σχέση: $\mathrm{I}^{-}(0,\mu)=0$ (4.41).

Οι παραπάνω σχέσεις γίνονται ακριβής για την περίπτωση όπου η συνάρτηση πηγής παρουσιάζει γραμμική εξάρτηση συναρτήσει του οπτικού βάθους: $S_\nu(\tau_\nu)=\alpha_0+\alpha_1\tau_\nu$. Αξίζει να σημειωθεί ότι $J_\nu(0)>S_\nu(0)$ όταν η συνάρτηση πηγής αυξάνει απότομα προς τα μέσα και $J_\nu(0)<S_\nu(0)$ όταν η αύξηση αυτή γίνεται αργά.

4.3.1.2 Δεύτερη προσέγγιση Eddington

Ένα ομογενές μέσο για το οποίο ισχύει: $S_\nu=\alpha_0$ μπορεί να θεωρηθεί ως εκπομπός ακτινοβολίας Lambert για τον οποίο ισχύει: $\mathrm{I}_\nu^{+}(0,\mu)=S_\nu=\alpha_0$ για όλες τις προς τα έξω διευθύνσεις $\mu>0$, $J_\nu(0)=S_\nu/2=\alpha_0/2=\mathrm{I}_\nu(0)/2$, $F_\nu(0)=S_\nu=\mathrm{I}_\nu(0)=\alpha_0$ και $F_\nu(0)=2J_\nu(0)=4\mathrm{H}_\nu(0)$ ή $\Phi_\nu(0)=2\pi J_\nu(0)$. Η

www.diavlosbooks.gr

τελευταία σχέση ονομάζεται και δεύτερη προσέγγιση Eddington και προκύπτει από τον ορισμό της αστροφυσικής ροής θέτοντας:

$$F_\nu(0) \equiv 2\int_{-1}^{+1} \mathrm{I}_\nu(0,\mu)\,\mu d\mu = 2\int_0^1 \mathrm{I}_\nu(0,\mu)\,\mu d\mu$$
$$\approx 2 < \mathrm{I}_\nu^{+}(0,\mu) > \int_0^1 \mu d\mu \approx 2J_\nu(0) \qquad (4.42).$$

Όπως προαναφέρθηκε, η προσέγγιση αυτή είναι ακριβής για την περίπτωση ενός εκπομπού Lambert η βασική ιδιότητα του οποίου εκφράζεται από τη σχέση: $F_\nu(0) = F_\nu^{+}(0)$ δίνοντας μια μέση τιμή της ροής για όλες τις προς τα έξω διευθύνσεις $\mu > 0$ ενώ το $J_\nu(0)$ υπολογίζεται για όλες τις διευθύνσεις. Γενικά, η προσέγγιση αυτή είναι χονδροειδής και δεν ισχύει για μη σταθερές γραμμικές συναρτήσεις πηγής $S_\nu = \alpha_0 + \alpha_1\tau_\nu$ όπου αγνοούνται οι όροι ανώτερης τάξης:

$$\frac{F_\nu(0)}{2J_\nu(0)} = \frac{\alpha_0/2 + \alpha_1/3}{\alpha_0/2 + \alpha_1/4} \neq 1 \quad (4.43).$$

Πολλοί αστέρες παρουσιάζουν το φαινόμενο αμαύρωσης χείλους για τα οπτικά μήκη κύματος με $\alpha_1 > 0$ και στην περίπτωση αυτή η δεύτερη προσέγγιση Eddington δίνει: $J_\nu(0) \approx (1/2)S_\nu(\tau_\nu = 1/2) < (1/2)S_\nu(\tau_\nu = 1)$ και $F_\nu(0)/J_\nu(0) > 2 \rightarrow J_\nu(0) < 2\mathrm{H}_\nu(0)$.

www.uoabooks.gr

4.3.2 Προσεγγίσεις σε μεγάλα βάθη

4.3.2.1 Ανάπτυγμα Taylor

Για την περίπτωση μεγάλου βάθους $(\tau_\nu \gg 1)$ η διάδοση ακτινοβολίας περιγράφεται πιο απλά, καθώς όλες οι κλίμακες μηκών είναι μεγαλύτερες της μέσης ελεύθερης διαδρομής των φωτονίων με αποτέλεσμα τα φωτόνια να είναι τοπικά «παγιδευμένα» σε περιβάλλον που θεωρείται περίπου ομογενές ακόμη και για την περίπτωση που διαγράφουν τυχαίες τροχιές ως αποτέλεσμα των σκεδάσεων. Στην περίπτωση αυτή τα πεδία ακτινοβολίας θεωρούνται, προσεγγιστικά, ισοτροπικά. Επιπλέον, η πυκνότητα είναι μεγάλη με αποτέλεσμα η εξάλειψη φωτονίων λόγω σύγκρουσης να είναι σημαντικότερη της φωτονικής σκέδασης. Προκύπτει, επομένως, ότι οι συνθήκες του περιβάλλοντος πλησιάζουν τις συνθήκες Θ.Ι. και η Τ.Θ.Ι. αποτελεί μία αποτελεσματική υπόθεση. Εκφράζοντας τη συνάρτηση πηγής S_ν σε ανάπτυγμα σειράς Taylor-McLaurin προκύπτει:

$$S_\nu(\tau_\nu) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(t_\nu - \tau_\nu)^n}{n!} \left[\frac{d^n S_\nu(t_\nu)}{dt_\nu{}^n} \right]_{\tau_\nu} \quad (4.44).$$

Στην περίπτωση αυτή ο υπολογισμός της ειδικής έντασης της εισερχόμενης ακτινοβολίας δίνει:

$$\mathrm{I}_\nu{}^{+}(\tau_\nu, \mu) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left[\frac{d^n S_\nu(t_\nu)}{dt_\nu{}^n} \right]_{\tau_\nu} \int_{\tau_\nu}^{\infty} (t_\nu - \tau_\nu)^n \, e^{-(t_\nu - \tau_\nu)/\mu} d\, t_\nu / \mu$$

www.diavgeiodoks.gr

$$\mathrm{I}_{\nu}^{+}\left(\tau_{\nu},\mu\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{d^{n}S_{\nu}\left(t_{\nu}\right)}{dt_{\nu}{}^{n}}\right]_{\tau_{\nu}}\frac{1}{n!}\int_{0}^{\infty}x^{n}e^{-x/\mu}d\,x/\mu$$

$$\mathrm{I}_{\nu}^{+}\left(\tau_{\nu},\mu\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{d^{n}S_{\nu}\left(t_{\nu}\right)}{dt_{\nu}{}^{n}}\right]_{\tau_{\nu}}\frac{\mu^{n}}{n!}\int_{0}^{\infty}x^{n}e^{-x}dx$$

$$\mathrm{I}_{\nu}^{+}\left(\tau_{\nu},\mu\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\mu^{n}\left[\frac{d^{n}S_{\nu}\left(t_{n}\right)}{dt_{\nu}{}^{n}}\right]_{\tau_{\nu}}\quad(4.45)$$

και για την ειδική ένταση της εξερχόμενης ακτινοβολίας:

$$\mathrm{I}_{\nu}^{-}\left(\tau_{\nu},\mu\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\left[\frac{d^{n}S_{\nu}\left(t_{\nu}\right)}{dt_{\nu}{}^{n}}\right]_{\tau_{\nu}}\left[-\int_{0}^{\tau_{\nu}}\left(t_{\nu}-\tau_{\nu}\right)^{n}e^{-(t_{\nu}-\tau_{\nu})/\mu}d\,t_{\nu}/\mu\right]$$

$$\mathrm{I}_{\nu}^{-}\left(\tau_{\nu},\mu\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\left[\frac{d^{n}S_{\nu}\left(t_{\nu}\right)}{dt_{\nu}{}^{n}}\right]_{\tau_{\nu}}(-1)^{n}\left[+\int_{0}^{\tau_{\nu}}\left(\tau_{\nu}-t_{\nu}\right)^{n}e^{-(\tau_{\nu}-t_{\nu})/|\mu|}d\,t_{\nu}/|\mu|\right]$$

$$\mathrm{I}_{\nu}^{-}\left(\tau_{\nu},\mu\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{d^{n}S_{\nu}\left(t_{\nu}\right)}{dt_{\nu}{}^{n}}\right]_{\tau_{\nu}}(-1)^{n}\frac{|\mu|^{n}}{n!}\left[\int_{0}^{\tau_{\nu}/|\mu|}x^{n}e^{-x}dx\right]$$

$$\mathrm{I}_{\nu}^{-}\left(\tau_{\nu},\mu\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\mu^{n}\left[\frac{d^{n}S_{\nu}\left(t_{\nu}\right)}{dt_{\nu}{}^{n}}\right]_{\tau_{\nu}}\left[1-\frac{e^{-(\tau_{\nu}/|\mu|)}}{n!}\left\{\left(\tau_{\nu}/|\mu|\right)^{n}+n\left(\tau_{\nu}/|\mu|\right)^{n-1}+\ldots+n!\right\}\right]$$

$$(4.46).$$

Ο παράγοντας της σχέσης (4.46) $[1-\ldots]\to 1$ για μεγάλες τιμές του οπτικού βάθους τ_{ν} επομένως, προκύπτει:

www.dryospooks.gr

$$\mathrm{I}_\nu(\tau_\nu,\mu)=S_\nu(\tau_\nu)+\mu\left[\frac{dS_\nu(t_\nu)}{dt_\nu}\right]_{\tau_\nu}+\mu^2\left[\frac{d^2S_\nu(t_\nu)}{dt_\nu{}^2}\right]_{\tau_\nu}+\ldots$$

$$(4.47)$$

που ισχύει για όλες τις διευθύνσεις $-1\le\mu\le1$ όπου $\tau_\nu\gg1$. Τέλος, αξίζει να αναφερθεί ότι η παραπάνω σχέση δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα και σε μικρότερα βάθη με τον περιορισμό $\mu>0$.

4.3.2.2 Μεγάλα βάθη

Για την περίπτωση που ισχύει: $\tau_\nu\gg1$ η μέση ένταση της ακτινοβολίας δίνεται από τη σχέση:

$$J_\nu(\tau_\nu)=\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{d^nS_\nu(t_\nu)}{dt_\nu{}^n}\right]_{\tau_\nu}\int_{-1}^{+1}\mu^n d\mu=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{2k+1}\left[\frac{d^{(2k)}S_\nu(t_\nu)}{dt_\nu{}^{(2k)}}\right]_{\tau_\nu}$$

$$(4.48)$$

και από τις αντίστοιχες εκφράσεις για τα μεγέθη F_ν,K_ν προκύπτει:

$$J_\nu(\tau_\nu)=S_\nu(\tau_\nu)+\frac{1}{3}\left[\frac{d^2S_\nu(t_\nu)}{dt_\nu{}^2}\right]_{\tau_\nu}+\ldots\ (4.49)$$

$$F_\nu(\tau_\nu)=\frac{4}{3}\left[\frac{dS_\nu(t_\nu)}{dt_\nu}\right]_{\tau_\nu}+\frac{4}{5}\left[\frac{d^3S_\nu(t_\nu)}{dt_\nu{}^3}\right]_{\tau_\nu}+\ldots\ (4.50)$$

$$K_\nu(\tau_\nu)=\frac{1}{3}S_\nu(\tau_\nu)+\frac{1}{5}\left[\frac{d^2S_\nu(t_\nu)}{dt_\nu{}^2}\right]_{\tau_\nu}+\ldots\ (4.51).$$

Μία εκτίμηση για τη συνθήκη σύγκλισης προκύπτει αντικαθιστώντας τις παραγώγους με τους αντίστοιχους λόγους:

www.diavlosbooks.gr

$$\left|\frac{d^n S_\nu}{dt_\nu{}^n}\right| \sim \frac{S_\nu}{t_\nu{}^n}$$

έτσι ώστε: $\dfrac{\left|d^{n+2} S_\nu / dt_\nu{}^{n+2}\right|}{\left|d^n S_\nu / dt_\nu{}^n\right|} \sim \dfrac{S_\nu / t_\nu{}^{n+2}}{S_\nu / t_\nu{}^n} \sim \dfrac{1}{t_\nu{}^2}$,

που φανερώνει ότι και οι τρεις εκφράσεις συγκλίνουν γρήγορα για την περίπτωση που ισχύει: $\tau_\nu \gg 1$. Επομένως, για επαρκώς μεγάλο βάθος οι παραπάνω σχέσεις μετασχηματίζονται ως εξής:

$$\mathrm{I}_\nu(\tau_\nu, \mu) \approx S_\nu(\tau_\nu) + \mu\left[\frac{dS_\nu(t_\nu)}{dt_\nu}\right]_{\tau_\nu} \quad (4.52)$$

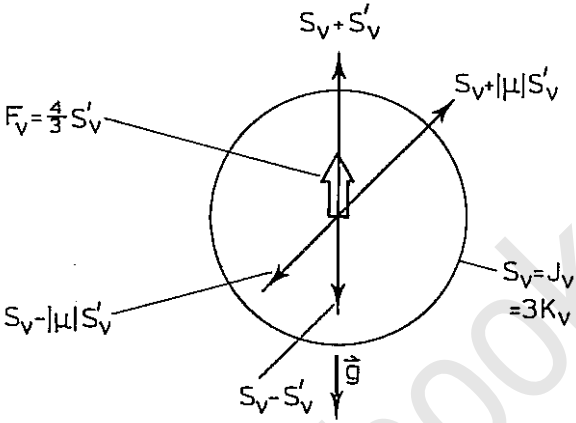
$$J_\nu(\tau_\nu) \approx S_\nu(\tau_\nu) \quad (4.53)$$

$$F_\nu(\tau_\nu) \approx \frac{4}{3}\left[\frac{dS_\nu(t_\nu)}{dt_\nu}\right]_{\tau_\nu} \quad (4.54)$$

$$K_\nu(\tau_\nu) \approx \frac{1}{3} S_\nu(\tau_\nu) \quad (4.55).$$

Η ισοτροπική συνιστώσα του πεδίου ακτινοβολίας J_ν προκύπτει από τη μορφή της συνάρτησης πηγής αν και η ανισοτροπική συνιστώσα F_ν προσδιορίζεται από το μέγιστο $dS_\nu / d\tau_\nu$, όπως παρουσιάζεται και στο ακόλουθο σχήμα:

www.diavlosbooks.gr



Σχήμα 4.5: Γραφική απεικόνιση του πεδίου ακτινοβολίας για την περίπτωση που το οπτικό βάθος είναι >>1.

Η ακτινική ένταση της ακτινοβολίας δίνεται από τη σχέση: $\mathrm{I}_\nu(\tau_\nu, 1) \approx S_\nu + dS_\nu / d\tau_\nu$ και είναι ελαφρώς μεγαλύτερη από την ακτινικά εισερχόμενη ένταση της ακτινοβολίας που δίνεται από τη σχέση: $\mathrm{I}_\nu(\tau_\nu, -1) \approx S_\nu - dS_\nu / d\tau_\nu$. Η κλίση είναι σχετικά μικρή, επομένως και η ροή, καθώς η σχετική ανισοτροπία μειώνεται με αύξηση του βάθους ως: $\frac{dS_\nu / d\tau_\nu}{S_\nu} \sim \frac{S_\nu / \tau_\nu}{S_\nu} \sim \frac{1}{\tau_\nu}$.

4.3.2.3 Προσέγγιση διάχυσης

Η προσέγγιση Rosseland ή διάχυσης ισχύει για αρκετά μεγάλο βάθος στο εσωτερικό του αστέρα όπου η I_ν είναι σχεδόν ισοτροπική και μπορεί να θεωρηθεί ότι ισχύουν οι συνθήκες Τ.Θ.Ι. που συνεπάγουν $S_\nu = \mathrm{B}_\nu$. Αυτές οι ζητούμενες συνθήκες

www.stavrospooks.gr

ισχύουν για βάθη στα οποία $\tau_\nu^* > 1$. Στην περίπτωση αυτή οι σχέσεις $(4.52), (4.53), (4.54)$ παίρνουν την ακόλουθη μορφή:

$$\mathrm{I}_\nu(\tau_\nu, \mu) \approx \mathrm{B}_\nu(\tau_\nu) + \mu \left[\frac{d\mathrm{B}_\nu(t_\nu)}{dt_\nu} \right]_{\tau_\nu} \quad (4.56)$$

$$J_\nu(z) \approx \mathrm{B}_\nu(z) \quad (4.57)$$

$$\Phi_\nu(z) \approx 2\pi \int_{-1}^{+1} \mu \mathrm{I}_\nu d\mu \approx \frac{4\pi}{3} \frac{d\mathrm{B}_\nu(z)}{d\tau_\nu} \quad (4.58).$$

Η μονοχρωματική ροή, στην περίπτωση αυτή, προσδιορίζεται από την κλίση του B_ν με εξάρτηση από το οπτικό βάθος. Η εξίσωση αυτή έχει τη γενική μορφή μίας διαδικασίας διάχυσης όπου η μεταφερόμενη ροή ισούται με την ποσότητα ενέργειας που προσδιορίζει ο συντελεστής διάχυσης και του ρυθμού με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στο μεσοαστρικό χώρο.

4.3.2.4 Μέση εξάλειψη Rosseland

Για την επαναδιατύπωση της εξίσωσης (4.58) σε μία πιο γνώριμη μορφή της συνολικής ροής Φ ως συνάρτηση της κλίσης της θερμοκρασίας dT/dz χρησιμοποιείται ο μέσος συντελεστής εξάλειψης Rosseland που προσδιορίζεται από τις σχέσεις:

$$\frac{1}{a_R} \equiv \frac{\int_0^\infty (1/a_\nu)(d\mathrm{B}_\nu/dT)\, d\nu}{\int_0^\infty (d\mathrm{B}_\nu/dT)\, d\nu} \quad (4.59)$$

www.diatopsbooks.gr

$$\frac{1}{k_R} \equiv \frac{\int_0^\infty \left(1/k_\nu\right)\left(d\mathrm{B}_\nu/dT\right)d\nu}{\int_0^\infty \left(d\mathrm{B}_\nu/dT\right)d\nu} \quad (4.60)$$

που συνδέονται μεταξύ τους μέσω της σχέσης: $k_R(z) = a_R(z)/\rho(z)$.

4.3.2.5 Διάχυση ολικής ενέργειας ακτινοβολίας

Η ολική ροή ενέργειας δίνεται από τη σχέση:

$$\Phi(z) \equiv \int_0^\infty \Phi_\nu(z)d\nu \approx -\frac{4\pi}{3}\int_0^\infty \frac{1}{a_\nu}\frac{d\mathrm{B}_\nu}{dz}d\nu$$

$$\approx -\frac{4\pi}{3}\int_0^\infty \frac{1}{a_\nu}\frac{d\mathrm{B}_\nu}{dT}\frac{dT}{dz}d\nu \approx -\frac{16}{3}\frac{\sigma T^3}{a_R}\frac{dT}{dz} \quad (4.61)$$

$$\approx -\frac{1}{3}\frac{c}{k_R\rho}\frac{dU}{dz}$$

όπου η συνολική ενεργειακή πυκνότητα υπολογίζεται από τη σχέση: $U = \left(4\sigma/c\right)T^4$. Αυτή η εξίσωση διάχυσης ονομάζεται και εξίσωση ακτινοβολιακής αγωγιμότητας. Η φυσική της ερμηνεία συνοψίζεται στο ότι η αρνητική κλίση της θερμοκρασίας συνεπάγει τη διάχυση της εξερχόμενης ακτινοβολιακής ροής ενός αστέρα με διαδοχικές απορροφήσεις και επανεκπομπές που χαρακτηρίζονται από μέση ελεύθερη διαδρομή $l \equiv 1/\rho k_R$.

www.ziosbooks.gr

4.3.3 Προσέγγιση Eddington

Ο συνδυασμός των εξισώσεων $J_\nu(\tau_\nu) \approx S_\nu(\tau_\nu),\ K_\nu(\tau_\nu) \approx \frac{1}{3} S_\nu(\tau_\nu)$ αποτελεί την πρώτη προσέγγιση Eddington που, συχνά, ονομάζεται προσέγγιση Milne-Eddington. Η εξίσωση (4.55) προκύπτει και με τον ακόλουθο τρόπο:

$$K_\nu(\tau_\nu) \equiv \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \mathrm{I}_\nu(\tau_\nu, \mu) \mu^2 d\mu$$

$$K_\nu(\tau_\nu) \approx \frac{1}{2} < \mathrm{I}_\nu(\tau_\nu, \mu) > \int_{-1}^{+1} \mu^2 d\mu$$

$$K_\nu(\tau_\nu) \approx \frac{1}{3} J_\nu(\tau_\nu)$$

Όπου $< \mathrm{I}_\nu > = J_\nu$ επειδή λαμβάνονται υπόψη όλες οι συνεισφορές από όλες τις διευθύνσεις.

Η προσέγγιση Eddington δίνει ακριβή αποτελέσματα για την περίπτωση ισοτροπικής ακτινοβολίας καθώς επίσης και για οποιοδήποτε βάθος τ_ν όταν η ποσότητα $\mathrm{I}_\nu(\tau_\nu, \mu)$ μπορεί να αναπτυχθεί σε μορφή αθροίσματος: $\mathrm{I}_\nu(\tau_\nu, \mu) = \sum_{i=0}^{n} a_i(\tau_\nu) \mu^i$ όπου υπάρχουν μόνο οι περιττές δυνάμεις του μ αφού για τις άρτιες ισχύει: $a_i = 0$. Το παραπάνω συμπέρασμα προκύπτει από τους ορισμούς των μεγεθών J_ν, K_ν επειδή όλοι οι όροι με άρτιες δυνάμεις του μ αποβάλλονται λόγω

www.oralospooks.gr

του παράγοντα $\int_{-1}^{+1} d\mu$. Επομένως, η προσέγγιση Eddington μπορεί να έχει εφαρμογή και ικανοποιητικά αποτελέσματα και για την περίπτωση όπου: $\tau_\nu < 1$.

Για την περίπτωση που η I_ν δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$I_\nu(\tau_\nu, \mu) \equiv \alpha_0(\tau_\nu) + \alpha_1(\tau_\nu)\mu \quad (4.62)$$

τότε ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$$J_\nu(\tau_\nu) \equiv \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} I_\nu(\tau_\nu, \mu)\, d\mu = \alpha_0(\tau_\nu) \quad (4.63)$$

$$H_\nu(\tau_\nu) \equiv \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} \mu I_\nu(\tau_\nu, \mu)\, d\mu = \alpha_1(\tau_\nu)/3 \quad (4.64)$$

$$K_\nu(\tau_\nu) \equiv \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} \mu^2 I_\nu(\tau_\nu, \mu)\, d\mu = \alpha_0(\tau_\nu)/3 \quad (4.65).$$

Σημειώνεται ότι οι παραπάνω εκφράσεις δεν ισχύουν για την περίπτωση που μόνο η I_ν^+ δίνεται από τη σχέση $I_\nu^+ = \alpha_0 + \alpha_1\mu$ και δεν υπάρχει αντίστοιχη για την I_ν^-. Για την περίπτωση που I_ν^+, I_ν^- είναι ανεξάρτητα ισοτροπικές, περιλαμβάνοντας την περίπτωση Lambert ώστε: $I_\nu^+(0) = \alpha_0$ και $I_\nu^-(0) = 0$ τότε η προσέγγιση Eddington δίνει ακριβή αποτελέσματα.

Η διαφορά της προσέγγισης Eddington από την προσέγγιση διάχυσης είναι ότι η προσέγγιση Eddington δεν απαιτεί συνθήκες Τ.Θ.Ι. αλλά μόνο

www.diavlosbooks.gr

γραμμική ανισοτροπία (η απόκλιση της $\mathrm{I}_\nu(\tau_\nu,\mu)$ από την ισοτροπία είναι πρώτης τάξης). Από τα παραπάνω είναι αναμενόμενο η προσέγγιση Eddington να ισχύει για στρώματα μεταξύ $\tau_\nu = 1$ και $\tau_\nu^* = 1$. Μπορεί επιπλέον να χρησιμοποιηθεί για $\tau_\nu < 1$ σε αντίθεση με την προσέγγιση διάχυσης που απαιτεί συνθήκες Τ.Θ.Ι. και ισχύει μόνο για $\tau_\nu^* > 1$.

Η εξίσωση διάδοσης δεύτερης τάξης, αντικαθιστώντας την προσέγγιση Eddington, γράφεται στη μορφή:

$$\frac{1}{3}\frac{d^2 J_\nu(\tau_\nu)}{d\tau_\nu^{\,2}} = J_\nu(\tau_\nu) - S_\nu(\tau_\nu) \quad (4.66).$$

Για την περίπτωση ελαστικής σκέδασης η συνάρτηση πηγής μπορεί να εκφραστεί μέσω της σχέσης:

$$S_\nu = (1-\varepsilon_\nu) J_\nu + \varepsilon_\nu \mathrm{B}_\nu \quad (4.67).$$

Αντικαθιστώντας την (4.67) στην (4.66) προκύπτει ότι η δεύτερης τάξης εξίσωση διάδοσης δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{1}{3}\frac{d^2 J_\nu(\tau_\nu)}{d\tau_\nu^{\,2}} = \varepsilon_\nu \left[J_\nu(\tau_\nu) - \mathrm{B}_\nu(\tau_\nu) \right] \quad (4.68).$$

Με δεδομένες τις κατανομές $T(z)$, $\varepsilon_\nu(z)$ και με κατάλληλες συνοριακές συνθήκες η εξίσωση (4.68) μπορεί να λυθεί να προσδιοριστεί η μορφή των $J_\nu(\tau_\nu), S_\nu(\tau_\nu)$ και στη συνέχεια η ζητούμενη κατανομή $\mathrm{I}_\nu(\tau_\nu,\mu)$ για όλες τις διευθύνσεις μ.

www.anavlosbooks.gr

4.4 Επεξήγηση λύσεων – Γραφική απεικόνιση λύσεων

4.4.1 Συμφασική σκέδαση κατά την προσέγγιση Eddington

Θεωρώντας δεδομένη την προσέγγιση Eddington συνάγονται οι υποθέσεις ότι η συνάρτηση Planck $\mathrm{B}_\nu(\tau_\nu)$ εξαρτάται γραμμικά από το βάθος και ότι η πιθανότητα εξάλειψης ε_ν είναι ανεξάρτητη του βάθούς. Οι παραπάνω υποθέσεις επιτρέπουν στο πρόβλημα να λυθεί αναλυτικά. Ωστόσο, πρέπει να σημειωθεί ότι η υπόθεση του ότι η πιθανότητα εξάλειψης ε_ν είναι ανεξάρτητη του βάθους δεν είναι ρεαλιστική καθώς για τις αστρικές ατμόσφαιρες, σε υδροστατική ισορροπία, η πυκνότητα μειώνεται εκθετικά προχωρώντας προς τα εξωτερικά στρώματα με αποτέλεσμα η πιθανότητα σύγκρουσης να είναι αυξημένη στα εσωτερικά στρώματα.

Με δεδομένη την υπόθεση ότι η συνάρτηση Planck εξαρτάται γραμμικά από το οπτικό βάθος, επομένως δίνεται από τη σχέση:

$$\mathrm{B}_\nu(\tau_\nu) \equiv \mathrm{B}_{\nu,0} + b_\nu \tau_\nu \text{ ώστε } d^2\mathrm{B}_\nu / d\tau_\nu{}^2 = 0 \quad (4.69)$$

και αντικαθιστώντας στην εξίσωση διάδοσης (4.68) προκύπτει η απλούστερη μορφή:

$$\frac{1}{3}\frac{d^2}{d\tau_\nu{}^2}(J_\nu - \mathrm{B}_\nu) = \varepsilon_\nu (J_\nu - \mathrm{B}_\nu) \quad (4.70)$$

και από την υπόθεση της ανεξάρτητης από το βάθος πιθανότητας εξάλειψης ε_ν προκύπτει, τελικά, η

www.ebooks.gr

γενική μορφή της λύσης της διαφορικής εξίσωσης (4.70):

$$J_\nu - \mathrm{B}_\nu = C_1 e^{-\sqrt{3\varepsilon_\nu}\tau_\nu} + C_2 e^{+\sqrt{3\varepsilon_\nu}\tau_\nu} \quad (4.71).$$

Οι σταθερές ολοκλήρωσης C_1, C_2 υπολογίζονται από τις συνοριακές συνθήκες:

i) $J_\nu = \mathrm{B}_\nu$ για $\tau_\nu \to \infty$

ii) δεν υπάρχει επαγόμενη ακτινοβολία για $\tau_\nu = 0$.

Από την (i) προκύπτει $C_2 = 0$. Για τον υπολογισμό της σταθεράς C_1 πρέπει να υποτεθεί η δεύτερη προσέγγιση Eddington που δίνει: $J_\nu(0) = 2H_\nu(0)$, όμως αυτό το αποτέλεσμα είναι ακριβές μόνο για τη μη ρεαλιστική περίπτωση του εκπομπού Lambert. Προκειμένου να γενικευτεί η περίπτωση αυτή αρκεί να τεθεί: $J_\nu(0) = a_\nu H_\nu(0)$ όπου το a_ν παραμένει ελεύθερη παράμετρος. Η τιμή της a_ν εξαρτάται από την τιμή του b_ν που προσδιορίζεται από την αμαύρωση χείλους, άρα τυπικά εξαρτάται από τη συχνότητα και για πραγματικές ατμόσφαιρες παίρνει τιμές από 1 έως 2, με μία καλή ενδεικτική τιμή $a_\nu = \sqrt{3}$. Για τον υπολογισμό της C_1 ισχύει:

$$J_\nu(0) = \mathrm{B}_{\nu,0} + C_1$$

$$= a_\nu H_\nu(0) = a_\nu \left[\frac{dK_\nu}{d\tau_\nu}\right]_{\tau_\nu=0} = (a_\nu/3)\left[\frac{dJ_\nu}{d\tau_\nu}\right]_{\tau_\nu=0} = -(a_\nu/3)\sqrt{3\varepsilon_\nu}C_1 + a_\nu b_\nu/3$$

$$\to C_1 = -\frac{\mathrm{B}_{\nu,0} - a_\nu b_\nu/3}{1 + (a_\nu/3)\sqrt{3\varepsilon_\nu}}.$$

www.stavlosbooks.gr

Αντικαθιστώντας τις παραπάνω τιμές για τις σταθερές ολοκλήρωσης C_1, C_2 στην (4.71) και με δεδομένη τη σχέση: $H_\nu = dK_\nu / d\tau_\nu \approx (1/3) dJ_\nu / d\tau_\nu$ προκύπτουν:

$$J_\nu(\tau_\nu) = \mathrm{B}_\nu(\tau_\nu) + C_1 e^{-\sqrt{3\varepsilon_\nu}\tau_\nu} \rightarrow$$

$$J_\nu(\tau_\nu) = \mathrm{B}_{\nu,0} + b_\nu \tau_\nu - \frac{\mathrm{B}_{\nu,0} - a_\nu b_\nu / 3}{1 + (a_\nu / 3)\sqrt{3\varepsilon_\nu}} e^{-\sqrt{3\varepsilon_\nu}\tau_\nu} \quad (4.72)$$

$$S_\nu(\tau_\nu) = \mathrm{B}_\nu(\tau_\nu) + (1-\varepsilon_\nu) C_1 e^{-\sqrt{3\varepsilon_\nu}\tau_\nu} \rightarrow$$

$$S_\nu(\tau_\nu) = \mathrm{B}_{\nu,0} + b_\nu \tau_\nu - (1-\varepsilon_\nu) \frac{\mathrm{B}_{\nu,0} - a_\nu b_\nu / 3}{1 + (a_\nu / 3)\sqrt{3\varepsilon_\nu}} e^{-\sqrt{3\varepsilon_\nu}\tau_\nu}$$

(4.73)

$$H_\nu(\tau_\nu) = b_\nu / 3 + \sqrt{\varepsilon_\nu} \frac{\mathrm{B}_{\nu,0} - a_\nu b_\nu / 3}{\sqrt{3} + a_\nu \sqrt{\varepsilon_\nu}} e^{-\sqrt{3\varepsilon_\nu}\tau_\nu} \quad (4.74)$$

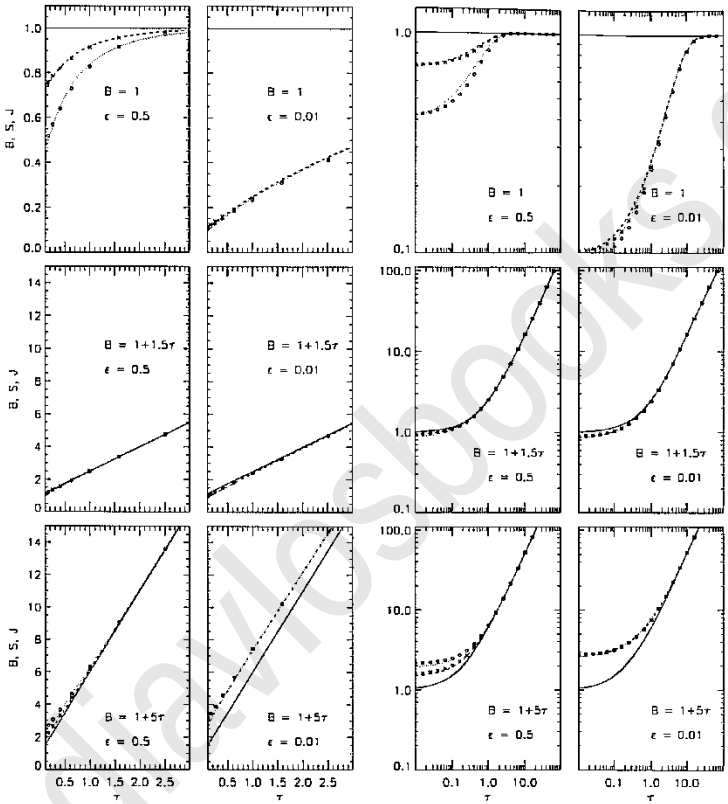
$$\mathrm{I}_\nu^+(0,\mu) = \mathrm{B}_{\nu,0} + b_\nu \mu - \frac{(1-\varepsilon_\nu)\left(\mathrm{B}_{\nu,0} - a_\nu b_\nu / 3\right)}{\left(1 + (a_\nu / 3)\sqrt{3\varepsilon_\nu}\right)\left(1 + \mu\sqrt{3\varepsilon_\nu}\right)}$$

(4.75)

όπου, για να προκύψει η τελευταία σχέση έχει χρησιμοποιηθεί: $\int_0^\infty e^{-ax} dx = 1/a$. Σημειώνεται ότι για μεγάλο βάθος $S_\nu \approx \mathrm{B}_\nu$ (Τ.Θ.Ι.), $J_\nu \approx \mathrm{B}_\nu$ και $H_\nu = \Phi_\nu / 4\pi = F_\nu / 4 \approx b_\nu / 3 \approx (1/4)(4/3) dS_\nu / d\tau_\nu = (1/3) dS / d\tau_\nu$

Οι παραπάνω αναλυτικές λύσεις παρουσιάζονται σε σύγκριση με ακριβή αριθμητικά αποτελέσματα στο σχήμα 4.6.

www.diavlosbooks.gr



Σχήμα 4.6: Στα παραπάνω διαγράμματα παρουσιάζονται οι μεταβολές των μεγεθών B, S και J συναρτήσει του βάθους για ατμόσφαιρα που προσεγγίζεται από το πρότυπο των παράλληλων επιπέδων, για την περίπτωση συμφασικής σκέδασης, όπου το ε είναι ανεξάρτητο του βάθους και το B σχετίζεται γραμμικά με το βάθος, για διαφορετικά ζεύγη τιμών των μεγεθών ε, $dB/d\tau$.

Ο παράγοντας $\sqrt{3}$ στον όρο $e^{-\sqrt{3\varepsilon_\nu}\tau_\nu}$ δηλώνει το χαρακτήρα μιας οπτικής γωνίας με $\mu = 1/\sqrt{3}$ και ο παράγοντας $\sqrt{3\varepsilon_\nu}\tau_\nu$ αντιπροσωπεύει το ενεργό

οπτικό βάθος $\tau_{\mu\nu}{}^{*} \equiv \sqrt{\varepsilon_\nu}\tau_\nu / \mu$ μετρούμενο κατά μήκος της οπτικής διεύθυνσης για την οποία $\mu = 1/\sqrt{3}$.

4.4.2 Ισόθερμη ατμόσφαιρα

Για την απλοποιημένη περίπτωση της ισόθερμης ατμόσφαιρας ισχύει: $b_\nu = 0$, επομένως, οι λύσεις της εξίσωσης διάδοσης μετασχηματίζονται παίρνοντας την ακόλουθη μορφή:

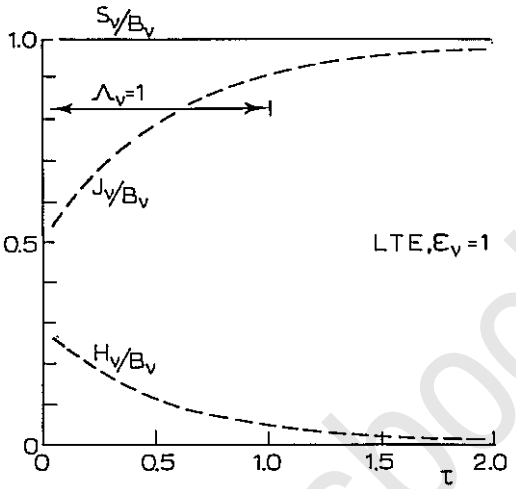
$$J_\nu(\tau_\nu) = \mathrm{B}_{\nu,0}\left[1 - \frac{1}{1+(a_\nu/3)\sqrt{3\varepsilon_\nu}} e^{-\sqrt{3\varepsilon_\nu}\tau_\nu}\right] \quad (4.76)$$

$$S_\nu(\tau_\nu) = \mathrm{B}_{\nu,0}\left[1 - \frac{1-\varepsilon_\nu}{1+(a_\nu/3)\sqrt{3\varepsilon_\nu}} e^{-\sqrt{3\varepsilon_\nu}\tau_\nu}\right] \quad (4.77)$$

$$\mathrm{I}_\nu{}^{+}(0,\mu) = \mathrm{B}_{\nu,0}\left[1 - \frac{1-\varepsilon_\nu}{\left(1+(a_\nu/3)\sqrt{3\varepsilon_\nu}\right)\left(1+\mu\sqrt{3\varepsilon_\nu}\right)}\right] \quad (4.78)$$

όπου $J_\nu \le \mathrm{B}_\nu$, $S_\nu \le \mathrm{B}_\nu$ και $\mathrm{I}_\nu{}^{+}(0,\mu) \le \mathrm{B}_\nu$ για $\varepsilon_\nu < 1$. Για $\varepsilon_\nu = 1$ η συνάρτηση πηγής είναι σταθερή με $S_\nu = \mathrm{B}_{\nu,0}$, η μέση ένταση J_ν αυξάνει απότομα συναρτήσει του οπτικού βάθους τ_ν μέχρι $J_\nu(\tau_\nu) = \mathrm{B}_{\nu,0}$ και η ροή H_ν μειώνεται εξίσου απότομα τείνοντας στο μηδέν. Η περίπτωση αυτή παρουσιάζεται γραφικά στο σχήμα 4.7.

www.diavlosbooks.gr



Σχήμα 4.7: Γραφική λύση της εξίσωσης διάδοσης ακτινοβολίας για την περίπτωση ισόθερμης ατμόσφαιρας σε Τ.Θ.Ι.. Οι δύο γραφικές παραστάσεις διαφέρουν κατά παράγοντα 4.

Για μικρές τιμές της ε_ν ο εσωτερικός εκθετικός όρος προκαλεί απότομη αύξηση του J_ν και λιγότερο απότομη εξασθένηση του H_ν.

Α) Χωρίς σκέδαση

Για την ειδική περίπτωση όπου $\varepsilon_\nu = 1$, δηλώνοντας συνθήκες Τ.Θ.Ι. όπου κυριαρχούν οι συγκρούσεις χωρίς σκέδαση, οι λύσεις αντιπροσωπεύουν την απλή περίπτωση ομογενούς μέσου. Θέτοντας $a_\nu = \sqrt{3}$ προκύπτει:

www.diavlosbooks.gr

$$J_\nu(\tau_\nu)=\left[1-\frac{e^{-\sqrt{3}\tau_\nu}}{1+(a_\nu/3)\sqrt{3}}\right]\mathrm{B}_{\nu,0}=\left[1-(1/2)e^{-\sqrt{3}\tau_\nu}\right]\mathrm{B}_{\nu,0}$$

$$(4.79)$$

$$S_\nu(\tau_\nu)=\mathrm{B}_{\nu,0}\ (4.80)$$

$$H_\nu(\tau_\nu)=\frac{e^{-\sqrt{3}\tau_\nu}}{\sqrt{3}+a_\nu}\mathrm{B}_{\nu,0}=\frac{e^{-\sqrt{3}\tau_\nu}}{2\sqrt{3}}\mathrm{B}_{\nu,0}\ (4.81)$$

$$\mathrm{I}_\nu^{+}(0,\mu)=\mathrm{B}_{\nu,0}\ (4.82)$$

$$\Phi_\nu(0)=\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\mathrm{B}_{\nu,0}\ (4.83).$$

Η εξερχόμενη ροή $\Phi_\nu(0)$παρουσιάζεται μεγαλύτερη κατά 15% απ' ότι προκύπτει από τη σχέση $\Phi_\nu(0)=\pi\mathrm{B}_{\nu,0}$. Οι δύο παραπάνω σχέσεις μπορεί να εξισωθούν για $a_\nu=2$, όπως στη δεύτερη προσέγγιση Eddington, όμως τότε το αποτέλεσμα που προκύπτει από τη σχέση (4.79) για την $J_\nu(0)$ δίνει: $J_\nu(0)\neq(1/2)\mathrm{B}_{\nu,0}$. Επομένως, προκύπτει ότι οι δύο παραπάνω σχέσεις δεν μπορεί να επαληθεύονται ταυτόχρονα για μία τιμή της μεταβλητής a_ν λόγω της αρχικής υπόθεσης της προσέγγισης Eddington.

Β) Με σκέδαση

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις: $a=\sqrt{3}$, $\tau_\nu^{*}=\sqrt{3\varepsilon_\nu}\tau_\nu$ προκύπτει ένα πρότυπο ισόθερμη ατμόσφαιρα όπου παρατηρούνται φαινόμενα

www.diavlosbooks.gr

ελαστικής σκέδασης. Οι λύσεις, στην περίπτωση αυτή παίρνουν την ακόλουθη μορφή:

$$J_\nu(\tau_\nu)=\left[1-\frac{1}{1+\sqrt{\varepsilon_\nu}}e^{-\tau_\nu^*}\right]\mathrm{B}_{\nu,0}\ (4.84)$$

$$S_\nu(\tau_\nu)=\left[1-(1-\varepsilon_\nu)e^{-\tau_\nu^*}\right]\mathrm{B}_{\nu,0}\ (4.85)$$

$$H_\nu(\tau_\nu)=\frac{1}{\sqrt{3}}\frac{\sqrt{\varepsilon_\nu}}{1+\sqrt{\varepsilon_\nu}}e^{-\tau_\nu^*}\mathrm{B}_{\nu,0}\ (4.86).$$

Γ) συνθήκες στην επιφάνεια του αστέρα

Η ανερχόμενη ακτινοβολία στην επιφάνεια μιας ισόθερμης ατμόσφαιρας έχει: $a=\sqrt{3}$ και οι λύσεις γράφονται:

$$J_\nu(0)=\frac{\sqrt{\varepsilon_\nu}}{1+\sqrt{\varepsilon_\nu}}\mathrm{B}_{\nu,0}\ (4.87)$$

$$S_\nu(0)=\sqrt{\varepsilon_\nu}\mathrm{B}_{\nu,0}\ (4.88)$$

$$\mathrm{I}_\nu^{+}(0,\mu)=\frac{1+\mu\sqrt{3}}{1+\mu\sqrt{3\varepsilon_\nu}}\sqrt{\varepsilon_\nu}\mathrm{B}_{\nu,0}\ (4.89)$$

$$\Phi_\nu^{+}(0)=\frac{4\pi}{3}\frac{\sqrt{\varepsilon_\nu}}{1+\sqrt{\varepsilon_\nu}}\mathrm{B}_{\nu,0}\ (4.90).$$

Η παραπάνω μορφή της εξίσωσης συνάρτησης πηγής (4.88) είναι γνωστή ως νόμος του $\sqrt{\varepsilon}$ και δίνει ακριβή αποτελέσματα για την περίπτωση ισόθερμης ατμόσφαιρας όπου η πιθανότητα ε_ν είναι ανεξάρτητη του βάθους και $a_\nu=\sqrt{3}$. Σημειώνεται ότι το μέγεθος $J_\nu(0)=S_\nu(0)\Big/\left(1+\sqrt{\varepsilon_\nu}\right)$ παίρνει

www.diavlosbooks.gr

τιμές από $J_\nu(0) = \mathrm{B}_{\nu,0}/2$ για Τ.Θ.Ι. έως $J_\nu(0) \approx S_\nu(0) = \sqrt{\varepsilon_\nu}\mathrm{B}_{\nu,0} \ll \mathrm{B}_{\nu,0}$ για μικρές τιμές της πιθανότητας ε_ν. Για $\varepsilon_\nu \ll 1$ οι τιμές της ανερχόμενης έντασης και ροής ακτινοβολίας είναι αντίστοιχα μικρές:

$$\mathrm{I}_\nu^{+}(0,1) \approx \left(1+\sqrt{3}\right)\sqrt{\varepsilon_\nu}\mathrm{B}_{\nu,0} = 2,7\sqrt{\varepsilon_\nu}\mathrm{B}_{\nu,0} \ll \mathrm{B}_{\nu,0} \quad (4.91)$$

$$\Phi_\nu^{+}(0) \approx \frac{4\pi}{3}\sqrt{\varepsilon_\nu}\mathrm{B}_{\nu,0} = 7,3\sqrt{\varepsilon_\nu}\mathrm{B}_{\nu,0} \ll \mathrm{B}_{\nu,0} \quad (4.92).$$

4.4.3 Θερμικό βάθος

Στα σχήματα 4.6 και 4.7 παρουσιάζεται το ότι η μέση ένταση J_ν έχει τιμές χαμηλότερες της συνάρτησης Planck για τα εξωτερικά στρώματα μιας ισόθερμης ατμόσφαιρας ενώ εξισώνεται με την τιμή του B_ν μόνο σε περιοχές όπου $\tau_\nu = 1$ για την περίπτωση Τ.Θ.Ι. και σε περιοχές όπου $\tau_\nu = 1/\sqrt{\varepsilon_\nu}$ για $\varepsilon_\nu < 1$. Αυτή η συμπεριφορά προέρχεται από τον όρο $e^{-\sqrt{3\varepsilon_\nu}\tau_\nu}$ της εξίσωσης (4.72) που επηρεάζει και τη σχέση που δίνει τη συνάρτηση πηγής (4.73) για την περίπτωση όπου $\varepsilon_\nu \neq 1$.

Το φυσικό περιεχόμενο που υπαγορεύεται από αυτή τη συμπεριφορά είναι ότι η μέση ελεύθερη διαδρομή ενός φωτονίου, η ενεργός μέση ελεύθερη διαδρομή και η μεταξύ τους σχέση εξαρτώνται από τον παράγοντα $\sqrt{\varepsilon_\nu}$. Η μέση ένταση που μετράται

www.diavlosbooks.gr

οφείλεται στα φωτόνια που εγκαταλείπουν την αστρική ατμόσφαιρα, επομένως συμβαίνουν διαδοχικές σκεδάσεις. Από τα παραπάνω προκύπτει η ανάγκη ορισμού του θερμικού βάθους Λ_ν:

$$\Lambda_\nu = 1/\sqrt{\varepsilon_\nu} \quad (4.93)$$

το οποίο ορίζει την περιοχή εκείνη όπου για το πεδίο ακτινοβολίας ισχύει: $J_\nu \approx \mathrm{B}_\nu$.

Για περιοχές όπου $\tau_\nu > \Lambda_\nu$ το πεδίο ακτινοβολίας είναι θερμικό. Στις περιοχές αυτές η υπερκείμενη ατμόσφαιρα δεν είναι ούτε διαφανής ούτε ομοιόμορφη για τις περιπτώσεις τυχαίας σκέδασης καθώς είναι και οπτικά πυκνή ($\tau_\nu > 1$) και αποτελεσματικά πυκνή ($\sqrt{\varepsilon_\nu}\tau_\nu > 1$). Για μεγάλα βάθη τα φωτόνια είναι πλήρως παγιδευμένα σε τοπικές περιοχές ύλης με αποτέλεσμα οι ενέργειες των φωτονίων να είναι της τάξης της ενέργειας της τοπικής περιοχής.

Με χρήση του ορισμού που δίνεται από τη σχέση (4.93) προκύπτει η διάκριση των συστημάτων σε οπτικά πυκνά και αραιά ως εξής:
Οπτικά πυκνό σύστημα$\rightarrow$ Για $1 < \tau_\nu < \Lambda_\nu$ τα στρώματα της υπερκείμενης ατμόσφαιρας είναι αποτελεσματικά αραιά. Η υπερκείμενη ατμόσφαιρα δεν είναι διαφανής αλλά περιγράφεται ως ημιδιαφανές νέφος με αποτέλεσμα μερικά φωτόνια να καταφέρνουν να τη διαπεράσουν. Με τον τρόπο αυτό πληροφορίες από μη ακτινοβολούσες περιοχές φτάνουν στην επιφάνεια. Όταν η σκέδαση κυριαρχεί στην έκφραση της συνάρτησης πηγής η μέση ροή

www.diavgeiabooks.gr

J_ν εκφράζει την έλλειψη φωτονίων ως αποτέλεσμα έλλειψης διαδικασιών διέγερσης ($b_u < 1$). Όταν κυριαρχούν οι συγκρούσεις τότε για την τιμή του θερμικού βάθους ισχύει: $\Lambda_\nu \approx 1$ και δεν υπάρχει διαφορά μεταξύ αδιαφάνειας και αποτελεσματικής αδιαφάνειας.

Οπτικά αραιό σύστημα $\rightarrow$ Μόνο για περιοχές όπου $\tau_\nu < 1$ τα υπερκείμενα στρώματα είναι διαπερατά. Τα φωτόνια μπορούν να διαφύγουν κατευθείαν μετά την εκπομπή τους σε διευθύνσεις για τις οποίες $\mu > 0$ από βάθη για τα οποία $\tau_\nu \le \mu$. Όταν η πιθανότητα ε_ν είναι μικρή, το βάθος Eddington-Barbier $\tau_\nu = \mu$, με τη συνάρτηση πηγής να υπολογίζεται από τη σχέση: $S_\nu\left(\tau_\nu = \mu\right) \approx \left(1 + \mu\sqrt{3}\right)\sqrt{\varepsilon_\nu}\mathrm{B}_{\nu,0}$, χαρακτηρίζει την τελευταία αλληλεπίδραση των φωτονίων και όχι την περιοχή όπου δημιουργήθηκαν, η οποία χαρακτηρίζεται από $\tau_\nu = \Lambda_\nu$.

4.4.4 Μη ισόθερμη ατμόσφαιρα

Για τη γενική περίπτωση της μη ισόθερμης ατμόσφαιρας ($b_\nu \neq 0$) ο συλλογισμός για τον ορισμό του θερμικού βάθους παραμένει έγκυρος διατηρώντας τη φυσική του σημασία, μόνο που σ' αυτή την περίπτωση η διαφορά των μεγεθών J_ν, B_ν εξαρτάται από το κλάσμα $b_\nu / \mathrm{B}_{\nu,0}$. Φαινόμενα σκέδασης εντείνουν τη διαφορά των μεγεθών J_ν, B_ν

www.grabooks.gr

. Από την εξίσωση (4.72) προκύπτει ότι η διαφορά των μεγεθών δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{J_\nu(\tau_\nu)-\mathrm{B}_\nu(\tau_\nu)}{\mathrm{B}_{\nu,0}}=\frac{a_\nu b_\nu/3\mathrm{B}_{\nu,0}-1}{1+(a_\nu/3)\sqrt{3\varepsilon_\nu}}e^{-\sqrt{3\varepsilon_\nu}\tau_\nu} \quad (4.94),$$

με $J_\nu \approx \mathrm{B}_\nu$ για $\tau_\nu \gg 1$ και $J_\nu(0)=\mathrm{B}_{\nu,0}/2$ για $b_\nu=0$, $\varepsilon_\nu=1$ και $a_\nu=\sqrt{3}$. Για $\varepsilon_\nu \ll 1$ και γράφοντας $\tau_\nu^{\,*}=\sqrt{3\varepsilon_\nu}\tau_\nu$ προκύπτει:

$$J_\nu(\tau_\nu)-\mathrm{B}_\nu(\tau_\nu)\approx\left[a_\nu b_\nu/3-\mathrm{B}_{\nu,0}\right]e^{-\tau_\nu^{\,*}} \quad (4.95)$$

με $J_\nu(0)\approx 0$ για $b_\nu=0$. Για την περίπτωση $J_\nu \neq \mathrm{B}_\nu$ η διαφορά των μεγεθών τείνει στο μηδέν όταν για τη συνάρτηση Planck ισχύει: $b_\nu/\mathrm{B}_0=3/a_\nu$ που επιβεβαιώνεται όταν $b_\nu/\mathrm{B}_0=1,5$ για $a_\nu=2$ και $b_\nu/\mathrm{B}_0=1,7$ για $a_\nu=\sqrt{3}$. Όταν $J_\nu=\mathrm{B}_\nu$, για οποιαδήποτε τιμή του βάθους και της πιθανότητας ε_ν, προκύπτει: $S_\nu=J_\nu=\mathrm{B}_\nu$. Επομένως, για την περίπτωση ενός αστέρα ο οποίος απελευθερώνει σταθερό ποσό ροής ακτινοβολίας, από την ατμόσφαιρά του, για μία δεδομένη συχνότητα, θα πρέπει η θερμοκρασία του να προσαρμόζεται ώστε να επιβεβαιώνεται η σχέση: $b_\nu/\mathrm{B}_{\nu,0}\approx 1,5$ για τη δεδομένη συχνότητα.

Η ομαλή κλίση του B_ν με $b_\nu < 3\mathrm{B}_{\nu,0}/a_\nu$ δίνει το αποτέλεσμα: $J_\nu < \mathrm{B}_\nu$, αντίθετα πιο απότομη κλίση του B_ν οδηγεί στο συμπέρασμα: $J_\nu > \mathrm{B}_\nu$. Για την πρώτη περίπτωση η παραγωγή φωτονίων σε

www.diavlosbooks.gr

βαθύτερα στρώματα δεν είναι ικανή να διατηρήσει τη συνθήκη: $J_\nu \approx \mathrm{B}_\nu$, στη δεύτερη περίπτωση οι αφίξεις φωτονίων από βαθύτερα στρώματα είναι περισσότερες, όπως περιγράφεται από την πρόβλεψη της Τ.Θ.Ι.. ο βαθμός της αναλογίας μεταξύ των μεγεθών J_ν, B_ν εξαρτάται από την πιθανότητα ε_ν, ενδεικτικά αναφέρεται ότι για $b_\nu = 0, a_\nu = \sqrt{3}$ τα μεγέθη J_ν, B_ν σχετίζονται μέσω της: $J_\nu(0) \approx -0,5\mathrm{B}_\nu(0) + \mathrm{B}_\nu(0) = 0,5\mathrm{B}_\nu(0)$ για $\varepsilon_\nu \approx 1$ και $J_\nu(0) \approx -\mathrm{B}_\nu(0) + \mathrm{B}_\nu(0) = 0$ για $\varepsilon_\nu \approx 0$.

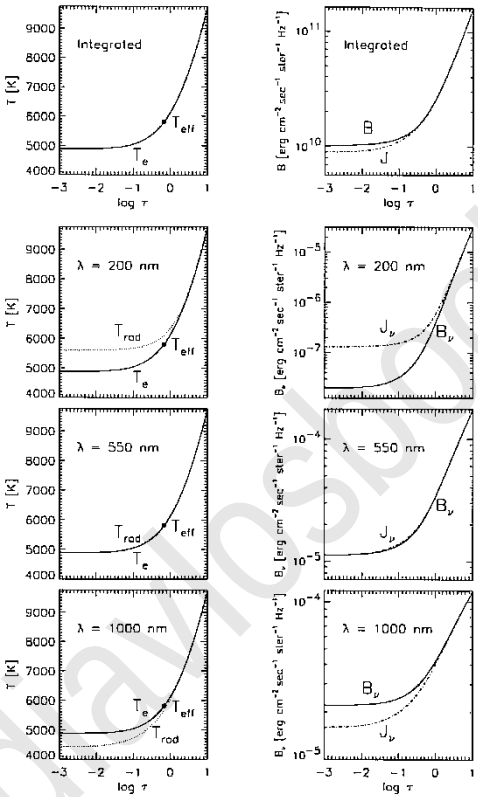
Διαφορές μεταξύ των μεγεθών J_ν, B_ν παρατηρούνται στα φάσματα ακόμα και για καταστάσεις που περιγράφονται από τις συνθήκες Τ.Θ.Ι. καθώς η συνάρτηση του Planck συναρτήσει της θερμοκρασίας παρουσιάζει μεταβολές με αλλαγή του μήκους κύματος. Οι σχέσεις που περιγράφουν τη θερμοκρασία συναρτήσει του βάθους είναι χαρακτηριστικές για τις αστρικές φωτόσφαιρες και προκύπτουν από την υπόθεση της ακτινοβολιακής ισορροπίας για το τμήμα του φάσματος όπου το αστρικό υλικό ακτινοβολείται. Για αστέρες παρόμοιους με τον Ήλιο αυτή η φασματική περιοχή εντοπίζεται στο ορατό. Η απαιτούμενη υπόθεση της ακτινοβολιακής ισορροπίας συνεπάγεται, για μία ατμόσφαιρα σε Τ.Θ.Ι. με γραμμική εξάρτηση από το οπτικό βάθος $\mathrm{B}_\nu = \mathrm{B}_{\nu,0} + b_\nu \tau_\nu$, τη σταθερότητα της ροής: $b_\nu / \mathrm{B}_{\nu,0} \approx 1,5$. Για την υπέρυθρη περιοχή του φάσματος η μεταβολή της συνάρτησης του Planck

www.ziovbooks.gr

ως προς τη θερμοκρασία $\frac{\partial \mathrm{B}_\nu}{\partial T}$ είναι πιο ασθενής με αποτέλεσμα για δεδομένη κλίση θερμοκρασίας να προκύπτει πιο ομαλή κλίση για τη συνάρτηση Planck $d\mathrm{B}_\nu / d\tau_\nu$ που τελικά οδηγεί στο συμπέρασμα $J_\nu(0) < \mathrm{B}_\nu(0)$. Αντίστοιχα, θέτοντας $b_\nu / \mathrm{B}_{\nu,0} \approx 1,5$ για το ορατό προκύπτει $J_\nu(0) > \mathrm{B}_\nu(0)$ για το υπεριώδες όπου η κλίση $\partial \mathrm{B}_\nu / \partial T$ είναι πιο απότομη.

Στο σχήμα 4.8 παρουσιάζονται γραφικά τα παραπάνω για τρεις διαφορετικές περιοχές μηκών κύματος για την περίπτωση αστρικής ατμόσφαιρας οπού ισχύουν οι συνθήκες Τ.Θ.Ι. και βρίσκεται σε ακτινοβολιακή ισορροπία. Η κλίση $\partial \mathrm{B}_\nu / \partial T$ γίνεται ορατή συγκριτικά με τις συνήθης κλίμακες που εμφανίζονται στα δεξιά.

www.diavlosbooks.gr



Σχήμα 4.8: Γραφική απεικόνιση της διαφοράς των μεγεθών J_ν,B_ν για αστρική ατμόσφαιρα σε συνθήκες Τ.Θ.Ι. με ενεργό θερμοκρασία ίση με την ενεργό θερμοκρασία του Ήλιου $\left(\mathrm{T}_{eff}=5800\mathrm{K}\right)$, σε διαφορετικά μήκη κύματος .

Σε αντίθεση με τη διαφορά των μεγεθών J_ν, B_ν για το συνεχές στην περίπτωση των γραμμών συντονισμού, όπως οι γραμμές Lyman H και He για θερμούς αστέρες και οι γραμμές των MgII h&k για

www.daviosbooks.gr

ψυχρούς αστέρες , ισχύει πάντα $J_\nu < \mathrm{B}_\nu$ άρα και $S_\nu^{\,l} < \mathrm{B}_\nu$ ακόμη και για τα μικρά μήκη κύματος. Ο λόγος είναι ότι στην περίπτωση αυτή η κλίση της συνάρτησης Planck παρουσιάζεται πιο ομαλή απ' ότι για το συνεχές. Και στην περίπτωση αυτή η σχέση μεταξύ θερμοκρασίας και βάθους προκύπτει από την υπόθεση της ακτινοβολιακής ισορροπίας, η οποία δίνει:

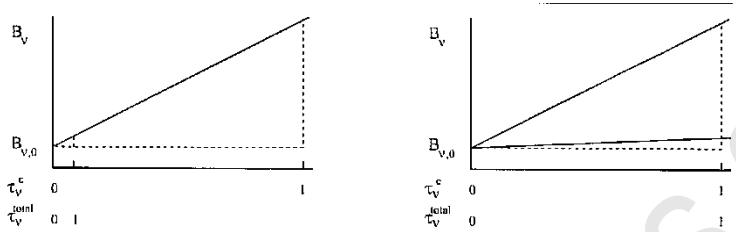
$$\mathrm{B}_\nu\left(\tau_\nu^{\,c}\right) \approx \mathrm{B}_{\nu,0}\left(1+1,5\tau_\nu^{\,c}\right) \quad (4.96)$$

για τις περιοχές μηκών κύματος όπου η αστρική ροή παρουσιάζει μέγιστα. Οι ισχυρές φασματικές γραμμές έχουν επιπλέον αδιαφάνεια $k_\nu^{\,l}$ που είναι πολύ μεγαλύτερη από την αδιαφάνεια του συνεχούς $k_\nu^{\,c}$, με $\eta_\nu \equiv k_\nu^{\,l} / k_\nu^{\,c}$ να είναι της τάξης του 10^6. Στα μήκη κύματος των φασματικών γραμμών συντονισμού η κλίση της συνάρτησης Planck συναρτήσει του συνολικού οπτικού βάθους $d\tau_\nu^{\,tot} = d\tau_\nu^{\,c} + d\tau_\nu^{\,l} = \left(1+\eta_\nu\right) d\tau_\nu^{\,c}$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\mathrm{B}_\nu\left(\tau_\nu^{\,tot}\right) \approx \mathrm{B}_{\nu,0}\left(1+\frac{1,5}{1+\eta_\nu}\tau_\nu^{\,tot}\right) \quad (4.97).$$

Για την περίπτωση των πολύ ισχυρών γραμμών, για τις οποίες $\eta_\nu \gg 1$, η συνάρτηση Planck παρουσιάζεται με πολύ μικρή κλίση όπως παρατηρείται στο σχήμα 4.9.

www.diavgeiabooks.gr



Σχήμα 4.9: Γραφική απεικόνιση της μικρής κλίσης που παρουσιάζει η συνάρτηση Planck στην περίπτωση των ισχυρών γραμμών.

Οι γραμμές συντονισμού για τις οποίες $\eta_\nu \approx 10^6$ δρουν ως ισχυροί διασκορπιστές. Ο ισόθερμος νόμος $\sqrt{\varepsilon}$ τις περιγράφει αρκετά καλά και η ένταση στο κέντρο της γραμμής περιγράφεται από τη σχέση:

$$\mathrm{I}_\nu^{+}\left(0,\mu\right)=\frac{1+\mu\sqrt{3}}{1+\mu\sqrt{3\varepsilon_\nu}}\sqrt{\varepsilon_\nu}\mathrm{B}_{\nu,0} \quad (4.98)$$

και για περιοχές της φασματικής γραμμής που περιγράφονται από τους περιορισμούς της Τ.Θ.Ι. από τη σχέση: $\mathrm{I}_\nu^{+}\left(0,\mu\right)\approx \mathrm{B}_{\nu,0}$. Για το λόγο αυτό, οι ισχυρές γραμμές σκέδασης έχουν πολύ σκοτεινό πυρήνα ακόμη και για τα μήκη κύματος για τα οποία η κλίση του $\mathrm{B}_\nu\left(\tau_\nu^{\,c}\right)$ είναι απότομη.

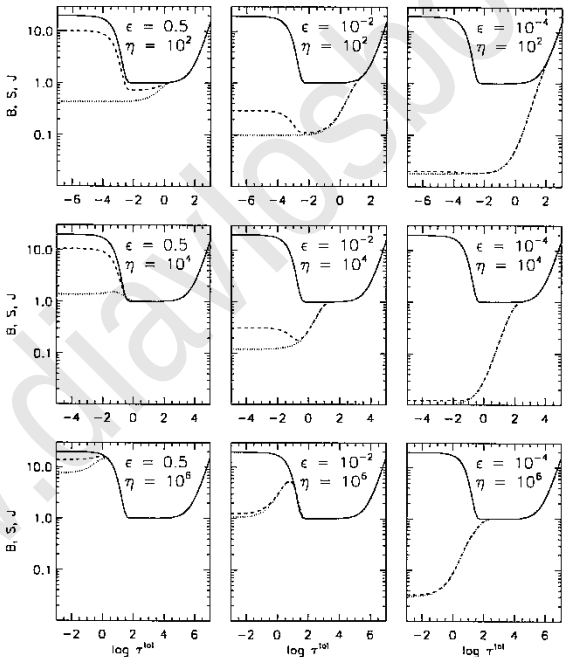
4.4.5 Εφαρμογές

4.4.5.1 Γραμμές συντονισμού

Οι λύσεις που έχουν προκύψει παραπάνω για τις γραμμές συντονισμού περιγράφουν διάδοση μονοχρωματικής ακτινοβολίας από φωτόνια, που δημιουργούνται θερμικά, και στο τέλος μιας

www.ziziosbooks.gr

ακολουθίας διαδοχικών σκεδάσεων είτε καταστρέφονται είτε διαφεύγουν από τον αστέρα. Η περιγραφή αυτή είναι ικανοποιητική για γραμμές συμφασικής σκέδασης για άτομα δύο επιπέδων. Επιπλέον, μπορεί να θεωρηθεί ως περιγραφή διάδοσης μονοχρωματικής ακτινοβολίας για γραμμές που δεν παρουσιάζουν πλάτυνση. Η απλή αυτή περιγραφή ισχύει και για ισχυρές γραμμές συντονισμού. Παραδείγματα σχηματικών αναπαραστάσεων παρουσιάζονται στο σχήμα 4.10.



Σχήμα 4.10: Γραφική απεικόνιση φασματικών γραμμών συντονισμού που παράγονται σε αστρική ατμόσφαιρα που παρουσιάζει αύξηση της θερμοκρασίας στη χρωμόσφαιρα.

www.diaylos.gr

4.4.5.2 Γραμμές πάνω σε θερμικό συνεχές

Οι πραγματικοί αστέρες δε συμφωνούν με το πρότυπο του ατόμου δύο επιπέδων. Η δημιουργία και εξάλειψη φωτονίου μπορεί να πραγματοποιηθεί από τις συνεχείς διαδικασίες που συμβαίνουν στα μήκη κύματος μίας φασματικής γραμμής. Για παράδειγμα, το συνεχές υπόβαθρο στο ορατό φάσμα του ήλιου προκαλείται κυρίως από τις «δέσμιες-ελεύθερες» απορροφήσεις H^-, που αναπαριστούν συνθήκες Τ.Θ.Ι. με μεγάλο βαθμό ακρίβειας. Ένα φωτόνιο με συχνότητα γραμμής μπορεί να εξαλειφθεί μετασχηματίζοντας ένα ιόν H^- σε άτομο υδρογόνου. Αν ο $k_\nu{}^c$ είναι διορθωμένος από τις συνθήκες Τ.Θ.Ι. τότε η μονοχρωματική πιθανότητα αυτής της συνεχούς διαδικασίας ανά εξάλειψη δίνεται από το λόγο:

$$\delta_\nu \equiv \frac{k_\nu{}^c}{k_\nu{}^l + k_\nu{}^c} \quad (4.99).$$

Χρησιμοποιώντας το μέγεθος $\eta_\nu \equiv k_\nu{}^l / k_\nu{}^c \quad (4.100)$ προκύπτει: $\delta_\nu = \frac{1}{1+\eta_\nu}$ και τότε η πιθανότητα καταστροφής φωτονίου ανά εξάλειψη, για την περίπτωση συμφασικής σκέδασης στο πρότυπο ατόμου δύο επιπέδων, σε ατμόσφαιρα με συνθήκες Τ.Θ.Ι. και συνεχές υπόβαθρο δίνεται:

$$\lambda_\nu = \delta_\nu + (1-\delta_\nu)\varepsilon_\nu = \varepsilon_\nu (1-\varepsilon_\nu)\delta_\nu \rightarrow$$

$$\lambda_\nu = \frac{k_\nu{}^c + \varepsilon_\nu k_\nu{}^l}{k_\nu{}^c + k_\nu{}^l} = \frac{1+\varepsilon_\nu \eta_\nu}{1+\eta_\nu} \quad (4.101).$$

www.diavlosbooks.gr

Η συνολική μονοχρωματική συνάρτηση πηγής δίνεται από τη σχέση:

$$S_\nu^{\,tot} = \frac{S_\nu^{\,c} + \eta_\nu S_\nu^{\,l}}{1+\eta_\nu} = \frac{\mathrm{B}_\nu + \eta_\nu \left[\left(1-\varepsilon_\nu\right) J_\nu + \varepsilon_\nu \mathrm{B}_\nu \right]}{1+\eta_\nu} \rightarrow$$

$$S_\nu^{\,tot} = \left(1-\lambda_\nu\right) J_\nu + \lambda_\nu \mathrm{B}_\nu \rightarrow$$

$$S_\nu^{\,tot} = \left(1-\lambda_\nu\right) J_\nu + \left(\lambda_\nu - \varepsilon_\nu\right) \mathrm{B}_\nu + \varepsilon_\nu \mathrm{B}_\nu \quad (4.102).$$

Από τη σχέση (4.102) φαίνεται ότι φωτόνια που προστίθενται στη δέσμη ακτινοβολίας ανά εξάλειψη αντισταθμίζονται από σκεδαζόμενα φωτόνια γραμμής (πρώτος όρος), φωτόνια που μεταβιβάζονται από το συνεχές στη γραμμή (δεύτερος όρος) και φωτόνια που προκύπτουν από σύγκρουση (τρίτος όρος).

4.4.5.3 Θερμικό βάθος

Το μονοχρωματικό θερμικό βάθος Λ_ν για συμφασική γραμμή σκέδασης με συνεχές υπόβαθρο σε Τ.Θ.Ι. γράφεται ανάλογα αντικαθιστώντας όπου ε_ν το λ_ν:

$$\Lambda_\nu = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\nu}} = \sqrt{\frac{1+\eta_\nu}{1+\varepsilon_\nu \eta_\nu}} \quad (4.103),$$

με $\Lambda_\nu \geq 1$ για $\varepsilon_\nu \ll 1$ και $\Lambda_\nu \gg 1$ για $\eta_\nu \gg 1$. Η σχέση που συνδέει το οπτικό βάθος του συνεχούς με το θερμικό βάθος είναι:

$$\tau_\nu^{\,c}\left(\Lambda_\nu\right) = \frac{1}{1+\eta_\nu} \Lambda_\nu = \frac{1}{\left[\left(1+\eta_\nu\right)\left(1+\varepsilon_\nu \eta_\nu\right)\right]^{1/2}}$$

$$(4.104)$$

www.diavlosbooks.gr

όπου $\tau_\nu^{\,c}\left(\Lambda_\nu\right) \ll 1$ για $\eta_\nu \gg 1$. Για $\eta_\nu \gg 1$ τα άκρα προσδιορίζονται από την Τ.Θ.Ι. ($\varepsilon_\nu \approx 1$) όπου: $\tau_\nu^{\,c}\left(\Lambda_\nu\right) \approx 1/\eta_\nu \approx \tau_\nu^{\,c}\left[\tau_\nu^{\,tot} = 1\right]$ και για την περίπτωση ισχυρής σκέδασης με $\varepsilon_\nu \ll 1/\eta_\nu$ όπου: $\tau_\nu^{\,c}\left(\Lambda_\nu\right) \approx 1/\sqrt{\eta_\nu} \approx \tau_\nu^{\,c}\left[\tau_\nu^{\,tot} = \sqrt{\eta_\nu}\right]$.

Επομένως, οι διαδικασίες απορρόφησης του συνεχούς περιορίζουν την τιμή του θερμικού βάθους που σε άλλη περίπτωση θα προσδιορίζονταν από τη συμφασική σκέδαση στην τιμή: $\tau_\nu = \Lambda_\nu = 1/\sqrt{\varepsilon_\nu}$. Για $\eta_\nu \approx 1$ το θερμικό βάθος παίρνει τιμές από $\tau_\nu^{\,c}\left(\Lambda_\nu\right) = 1/2$ έως $\tau_\nu^{\,c}\left(\Lambda_\nu\right) = 1$ ανάλογα με το βαθμό σκέδασης. Για $\eta_\nu \ll 1$ το θερμικό βάθος προσδιορίζεται πλήρως από τις διαδικασίες του συνεχούς και $\tau_\nu^{\,c}\left(\Lambda_\nu\right) = 1$. Για γραμμές συμφασικής σκέδασης το θερμικό βάθος μεταβάλλεται κατά μήκος του προφίλ μεταξύ των τιμών $\tau_\nu^{\,c}\left(\Lambda_\nu\right) \approx 1/\sqrt{\eta_\nu}$, $\tau_\nu^{\,c}\left(\Lambda_\nu\right) \approx 1$.

4.4.5.4 Σκέδαση συνεχούς

Η παραπάνω διαδικασία για τη συμφασική σκέδαση, με το πρότυπο του ατόμου δύο επιπέδων, σε συνεχές υπόβαθρο περιγράφει και την περίπτωση της ελαστικής σκέδασης Thomson και Rayleigh στο συνεχές. Αυτές οι διαδικασίες δημιουργίας και καταστροφής είναι διαφορετικές απ' ότι στις διαδικασίες σκέδασης. Ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο και ένα φωτόνιο αλληλεπιδρώντας ανακατανέμουν

www.diavlosbooks.gr

την ενέργεια και την ορμή του συστήματος που αποτελούν. Στο χαμηλής ενέργειας ελαστικό όριο, η σκέδαση Thomson αλλάζει μόνο τη διεύθυνση στα φωτόνια που προϋπάρχουν. Τα σκεδαζόμενα φωτόνια δημιουργούνται από άλλες αλληλεπιδράσεις και σταδιακά καταστρέφονται εάν δε έχουν ήδη εγκαταλείψει τον αστέρα. Για συνεχείς διαδικασίες η πιθανότητα καταστροφής ε_ν δίνεται από τη σχέση:

$$\varepsilon_\nu \equiv \frac{\sum k_\nu^{\,bf} + \sum k_\nu^{\,ff}}{k_\nu^{\,\mathrm{T}} + k_\nu^{\,R} + \sum k_\nu^{\,bf} + \sum k_\nu^{\,ff}} \quad (4.105)$$

όπου οι δέσμιες-ελεύθερες διαδικασίες θεωρούνται θερμικές όπως στην περίπτωση εξάλειψης H^-.

4.4.5.5 «Δέσμια-δέσμια» ανακατανομή

Για την περίπτωση όπου έχει ολοκληρωθεί η ανακατανομή για το προφίλ μίας φασματικής γραμμής σκέδασης με θερμικό συνεχές υπόβαθρο ο όρος J_ν αντικαθίσταται από τον $\overline{J_{\nu_0}}$ δίνοντας: $S_\nu^{\,tot} = (1-\lambda_\nu)\overline{J_{\nu_0}} + \lambda_\nu \mathrm{B}_\nu$, ο όρος ε_ν αντικαθίσταται από τον ε_{ν_0} και ο όρος δ_ν αντικαθίσταται από το μέσο προφίλ:

$$\delta_{\nu_0} \equiv \int_0^\infty \delta_\nu \phi(\nu-\nu_0)\,d\nu = \int_0^\infty \frac{\phi(\nu-\nu_0)}{1+\eta_{\nu_0}\phi(\nu-\nu_0)}d\nu = \frac{1}{\eta_{\nu_0}}\int_0^\infty \frac{\eta_{\nu_0}\phi(\nu-\nu_0)}{1+\eta_{\nu_0}\phi(\nu-\nu_0)}d\nu$$

(4.106),

χρησιμοποιώντας $\delta_\nu = 1/(1+\eta_\nu)$ και ορίζοντας $\eta_{\nu_0} \equiv \int \eta_\nu d\nu\ (Hz)$, προκύπτουν οι σχέσεις:

www.ziziosbooks.gr

$$\eta_\nu = \eta_{\nu_0}\phi(\nu-\nu_0) \qquad \text{και}$$

$$\eta_{\nu_0} = (h\nu_0/4\pi)(n_l B_{lu} - n_u B_{ul})/k_{\nu_0}{}^c .$$

Η συνολική πιθανότητα καταστροφής λ_{ν_0} υπολογισμένη για τη μέση τιμή του προφίλ δίνεται:

$$\lambda_{\nu_0} \equiv \int_0^\infty \lambda_\nu \phi(\nu-\nu_0)\,d\nu = \varepsilon_{\nu_0} + (1-\varepsilon_{\nu_0})\delta_{\nu_0} \quad (4.107)$$

και η συνολική συνάρτηση πηγής $S_\nu{}^{tot}$ όταν έχει ολοκληρωθεί η ανακατανομή και έχει προκύψει θερμικό υπόβαθρο δίνεται:

$$S_\nu{}^{tot} = (1-\lambda_{\nu_0})\overline{J_{\nu_0}} + \lambda_{\nu_0}\mathrm{B}_{\nu,0} \quad (4.108).$$

Η παραπάνω έκφραση της συνάρτησης πηγής είναι πιο σύνθετη από την αντίστοιχη έκφραση για την περίπτωση της συμφασικής σκέδασης καθώς η ανεξαρτησία του J_ν από τη συχνότητα εξασφαλίζεται, για όλες τις συχνότητες που περιλαμβάνει η γραμμή, αντικαθιστώντας το J_ν με την αντίστοιχη μέση τιμή $\overline{J_{\nu_0}}$. Η εξίσωση διάδοσης για τη δεύτερης τάξης προσέγγιση Eddington γράφεται:

$$\frac{1}{3}\frac{d^2 J_\nu(\tau_\nu)}{d\tau_\nu{}^2} = J_\nu(\tau_\nu) - (1-\lambda_{\nu_0})\overline{J_{\nu_0}} - \lambda_{\nu_0}\mathrm{B}_{\nu,0} \quad (4.109)$$

όπου η μονοχρωματική ακτινοβολία J_ν αντικαθίσταται από τη μέση τιμή της έντασης υπολογισμένη για το προφίλ της γραμμής $\overline{J_{\nu_0}}$.

Τα φωτόνια της γραμμής, στην περίπτωση αυτή, αντισταθμίζουν συνολικά τις πλατύνσεις της

www.stavlosbooks.gr

γραμμής και αιτιολογούν τις μέσες ιδιότητες της ατμόσφαιρας, πιο συγκεκριμένα, το γεγονός ότι τα φωτόνια μπορεί να διαφύγουν από την ατμόσφαιρα. Τα φωτόνια στις πτέρυγες των γραμμών έχουν μικρότερη αδιαφάνεια με αποτέλεσμα να διασχίζουν δυσκολότερα τη διαδρομή τους προς την επιφάνεια απ' ότι τα φωτόνια που προέρχονται από τον πυρήνα της γραμμής. Αυτή η διαφορά οφείλεται στο μέσο όρο της συχνότητας επί του προφίλ όταν έχει ολοκληρωθεί η ανακατανομή της περιοχής εξάλειψης στο προφίλ. Θερμικό βάθος ορίζεται για το σύνολο της γραμμής και η τιμή του εξαρτάται από το σχήμα του προφίλ εξάλειψης. Συγκρίνοντας μια φασματική γραμμή με μία γραμμής συμφασικής σκέδασης που παρουσιάζουν ίσο προφίλ εξάλειψης, τα φωτόνια της κεντρικής περιοχής της γραμμής μπορούν να διαφύγουν από βαθύτερα στρώματα από τις πτέρυγες όπου η συχνότητα ανακατανέμεται. Οι γραμμές με πεπλατυσμένες, χαμηλής εξάλειψης πτέρυγες προσφέρουν μεγαλύτερη πιθανότητα διαφυγής.

Στο σχήμα 4.11 παρουσιάζονται τα αριθμητικά δεδομένα που προέκυψαν από την εξέλιξη της μεθοδολογίας της μη Τ.Θ.Ι. για φασματική γραμμή σκέδασης δύο επιπέδων χωρίς συνεχές υπόβαθρο. Στα διαγράμματα αυτά παρουσιάζεται, επίσης, ότι ο νόμος $\sqrt{\varepsilon}$ ισχύει για σκέδαση δύο επιπέδων όπου έχει ολοκληρωθεί η ανακατανομή, με $S_{\nu_0} = \sqrt{\varepsilon_{\nu_0}}\mathrm{B}_{\nu}$ για την περίπτωση αστρικής ατμόσφαιρας.

www.klaviotopos.gr

Η πλάτυνση των φασματικών γραμμών αναλύεται στο αντίστοιχο κεφάλαιο ωστόσο αξίζει να αναφερθεί ότι δύο ακραία σχήματα περιγραφής του προφίλ της φασματικής γραμμής προκύπτουν από τις συναρτήσεις Gauss και Lorentz. τα αντίστοιχα θερμικά βάθη δίνονται:

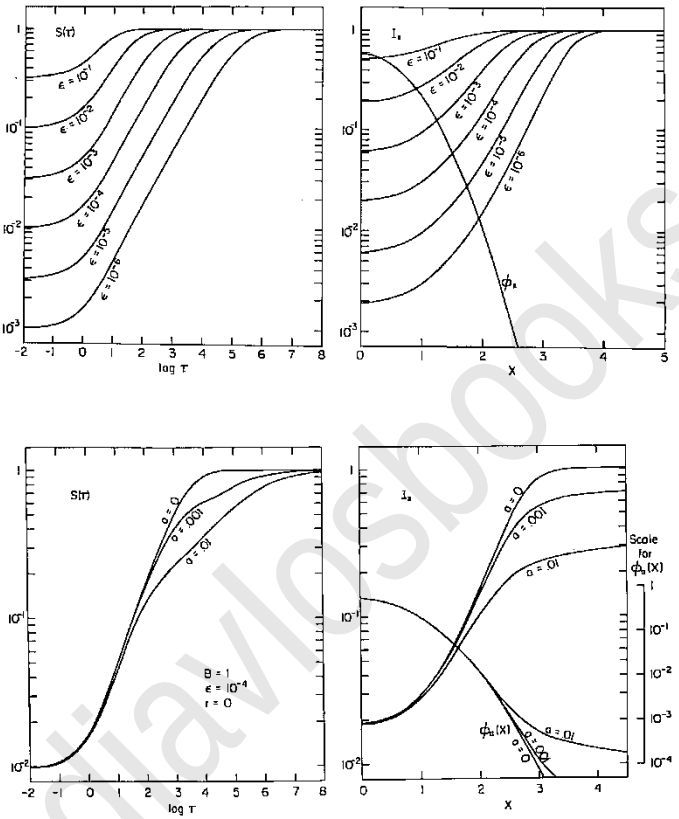
$\Lambda_{\nu_0} = 1/\varepsilon_{\nu_0}^{1/2} \rightarrow$συνάρτηση δέλτα

$\Lambda_{\nu_0} \approx 1/\varepsilon_{\nu_0} \rightarrow$προφίλ Gauss

$\Lambda_{\nu_0} \approx 1/\varepsilon_{\nu_0}^{2} \rightarrow$προφίλ Lorentz.

Στο σχήμα 4.11 παρουσιάζεται και η μορφή γραμμής που περιγράφεται από την κατανομή Gauss για τις διάφορες τιμές του ε_{ν_0}.

www.diavlosbooks.gr



Σχήμα 4.11: Γραφική απεικόνιση της συνάρτησης πηγής και του προφίλ της εξερχόμενης ακτινοβολίας συναρτήσει του οπτικού βάθους, για την περίπτωση ισόθερμης ατμόσφαιρας και με δεδομένο το πρότυπο του ατόμου δύο επιπέδων. Επισης, στο παραπάνω σχήμα παρουσιάζεται και η μεταβολή του προφίλ εξάλειψης φ(x) όπου $x=\left(\nu-\nu_0\right)/\Delta\nu_D$.

Για την περίπτωση που υπάρχει συνεχές υπόβαθρο τα θερμικά βάθη δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

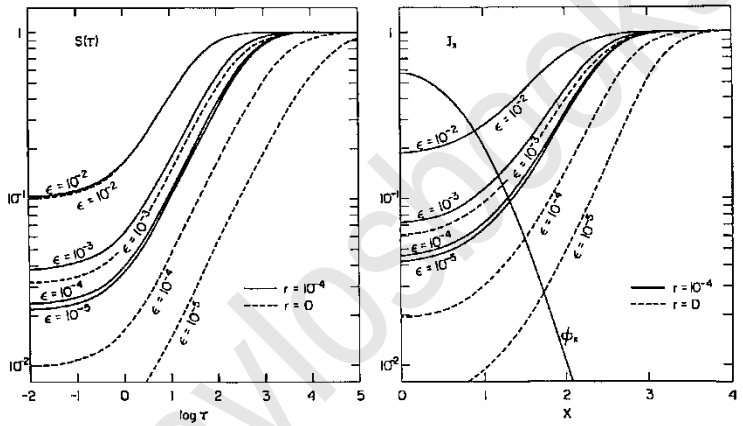
www.diavlosbooks.gr

$\Lambda_{\nu_0} = 1/\lambda_{\nu_0}^{1/2} \rightarrow$ συνάρτηση δέλτα

$\Lambda_{\nu_0} \approx 1/\lambda_{\nu_0} \rightarrow$ προφίλ Gauss

$\Lambda_{\nu_0} \approx 1/\lambda_{\nu_0}^{2} \rightarrow$ προφίλ Lorentz.

Η μεταβολή τους για τις διάφορες τιμές του ε παρουσιάζεται στο σχήμα 4.12.



σχήμα 4.12: Γραφική απεικόνιση της συνάρτησης πηγής και του προφίλ εξερχόμενης ακτινοβολίας για την περίπτωση γραμμών που προκύπτουν από το πρότυπο του ατόμου δύο επιπέδων στην περίπτωση που έχει ολοκληρωθεί η ανακατανομή και παρουσιάζουν συνεχές υπόβαθρο. Η αστρική ατμόσφαιρα από την οποία προέρχονται είναι ισόθερμη. Το μέγεθος r που επηρεάζει τη μορφή των καμπύλων είναι: $r \equiv k_\nu^{\,c} / k_{\nu_0}^{\,l}$.

4.4.5.6 «δέσμια-ελεύθερη» ανακατανομή

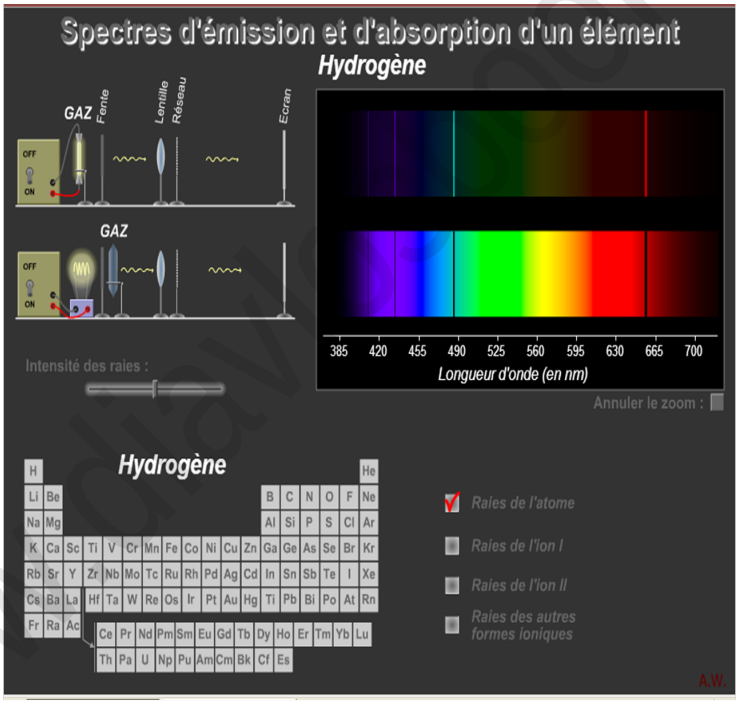
Οι «δέσμιες-ελεύθερες» διαδικασίες δεν είναι απαραίτητα θερμικές. Η περιγραφή τους γίνεται ανάλογα με τη «δέσμια-δέσμια» σκέδαση όπου έχει ολοκληρωθεί η ανακατανομή.

www.physicsbooks.gr

Οι παραπάνω περιγραφές έγιναν με δεδομένη την ισχύ της προσέγγισης Eddington, της συμφασικής σκέδασης, της γραμμικής εξάρτησης της συνάρτησης Planck από το οπτικό βάθος και της σταθερότητας της πιθανότητας εξάλειψης ε_ν. Ωστόσο, είναι γνωστό ότι η πυκνότητα σε μία αστρική ατμόσφαιρα αυξάνει εκθετικά ως συνάρτηση του βάθους προκύπτει ότι αυξάνει και η πραγματική πιθανότητα σύγκρουσης συναρτήσει του βάθους. Στα σχήματα 4.11,4.12 παρουσιάζεται η συνάρτηση πηγής S_ν να προσεγγίζει την συνάρτηση Planck B_ν για μεγάλο βάθος καθώς η J_ν προσεγγίζει τη B_ν, για την περίπτωση, όμως των πραγματικών ατμοσφαιρών η ε_ν τείνει στη μονάδα για μεγάλα βάθη και επιτρέπει τη θεώρηση $S_\nu \approx \mathrm{B}_\nu$.

www.diavlos.gr

Εκπομπή και απορρόφηση ακτινοβολίας



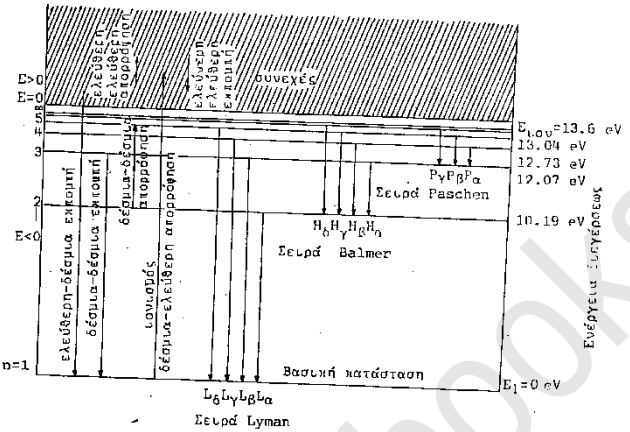
www.ebooks.gr

Κεφάλαιο 5
Εκπομπή και απορρόφηση ακτινοβολίας

5.1 Ηλεκτρονιακές μεταπτώσεις στο πρότυπο του Bohr

Από την ατομική φυσική είναι γνωστό πως σ' ένα αέριο ένα άτομο είναι δυνατόν να διεγερθεί είτε απορροφώντας την ενέργεια ενός φωτονίου ακτινοβολίας είτε μετά από σύγκρουση με ένα σωματίδιο και απορρόφηση κινητικής ενέργειας απ' αυτό. Και στις δύο περιπτώσεις διέγερση του ατόμου σημαίνει, στο μοντέλο του Bohr, μετάσταση ενός εξωτερικού ηλεκτρονίου από μία ελλειπτική τροχιά σε μία άλλη μεγαλύτερης ενέργειας. Στο διάγραμμα σταθμών του υδρογόνου, που παρουσιάζεται στο σχήμα 5.1 διέγερση σημαίνει μετάσταση του ηλεκτρονίου και συνεπώς του ατόμου από μία στάθμη ενέργειας: x_n σε μία υψηλότερη ενέργειας: x_m με τέτοιο τρόπο ώστε $x_m = x_n + \delta x \quad (5.1)$ όπου δx: η ενέργεια που απορρόφησε το άτομο για να διεγερθεί και ονομάζεται δυναμικό διέγερσης.

www.diavgeiakis.gr



Σχήμα 5.1: Διάγραμμα ενεργειακών σταθμών υδρογόνου.

Η μετάσταση αυτή, που λέγεται «δέσμια-δέσμια» (b-b) απορρόφηση από το γεγονός ότι το ηλεκτρόνιο είναι δεσμευμένο από το άτομο και στις δύο καταστάσεις, αντιστοιχεί στο φάσμα του ατόμου σε μία γραμμή απορρόφησης. Ανάλογα, σ' ένα διεγερμένο άτομο το ηλεκτρόνιο είναι δυνατόν να πέσει σε χαμηλότερη στάθμη ενέργειας είτε μόνο του είτε κατόπιν εξαναγκασμού π.χ. λόγω σύγκρουσής του μ' ένα σωματίδιο. Και στις δύο περιπτώσεις συμβαίνει αποδιέγερση του ατόμου και εκπομπή ενός φωτονίου ακτινοβολίας με ενέργεια ίση με τη διαφορά ενεργειών των δύο σταθμών. Στην πρώτη περίπτωση πρόκειται για αυτόματη εκπομπή ενώ στη δεύτερη για εξαναγκασμένη εκπομπή. Η μετάσταση αυτή του ηλεκτρονίου, που χαρακτηρίζεται ως «δέσμια-δέσμια» εκπομπή, αντιστοιχεί στο φάσμα του ατόμου σε μία γραμμή εκπομπής.

www.mybooks.gr

Ωστόσο είναι δυνατόν το άτομο να απορροφήσει τόσο πολλή ενέργεια ώστε το ηλεκτρόνιο να αποσπασθεί από το άτομο και να μετασχηματιστεί σε ιόν. Το φαινόμενο λέγεται ιονισμός και, στο μοντέλο του Bohr, αντιστοιχεί στο πέρασμα του ηλεκτρονίου από μία ελλειπτική σε υπερβολική τροχιά. Στο διάγραμμα σταθμών ενέργειας το ηλεκτρόνιο θα βρεθεί πάνω από τη στάθμη $x = 0\left(n = \infty\right)$, δηλαδή στο γραμμοσκιασμένο μέρος του σχήματος 5.1, όπου μπορεί να έχει πια οποιαδήποτε ενέργεια (κινητική) που θα είναι, βέβαια, το υπόλοιπο της αφαίρεσης του δυναμικού ιονισμού από την ενέργεια. Η μετάσταση αυτή, που χαρακτηρίζεται ως «δέσμια-ελεύθερη» απορρόφηση, αντιστοιχεί στο συνεχές φάσμα απορρόφησης του ατόμου. Το αντίστροφο φαινόμενο, η σύλληψη, δηλαδή, από το άτομο ενός ελεύθερου ηλεκτρονίου και η δέσμευση του σε ελλειπτική τροχιά καλείται επανασύνδεση. Η σχετική μετάσταση χαρακτηρίζεται ως «ελεύθερη-δέσμια» εκπομπή και αντιστοιχεί στο συνεχές φάσμα εκπομπής του ατόμου.

Τέλος, είναι δυνατόν ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο να μεταβάλλει την ενέργειά του λόγω ελαστικής κρούσης, λόγω, δηλαδή, μεταβολής της τροχιάς του κατά το πέρασμά του κοντά από ένα ιόν, μ' αποτέλεσμα να κερδίσει ή να χάσει ενέργεια. Στην περίπτωση αυτή απορροφάται ή εκπέμπεται αντίστοιχα ακτινοβολία, η αντίστοιχη μετάσταση χαρακτηρίζεται ως «ελεύθερη-ελεύθερη» απορρόφηση ή «ελεύθερη-ελεύθερη» εκπομπή, και αντιστοιχεί στο συνεχές φάσμα του ατόμου. Η

www.grbooks.gr

ακτινοβολία που εκπέμπεται στην τελευταία περίπτωση λέγεται ακτινοβολία πέδησης.

Το συνεχές φάσμα των αστέρων οφείλεται κατά κύριο λόγω σε «δέσμιες-ελεύθερες» και «ελεύθερες-ελεύθερες» μεταστάσεις ενώ το γραμμικό σε «δέσμιες-δέσμιες» μεταστάσεις.

5.2 Μηχανισμοί διαφάνειας

Η αδιαφάνεια της αστρικής ύλης αποτελεί ένα μέτρο της αντίστασης της ύλης στη διάδοση της ακτινοβολίας. Κάθε διεργασία που αντιστέκεται στην ελεύθερη κίνηση φωτονίων υπολογίζεται και προστίθεται στις άλλες διεργασίες. Ως αδιαφάνεια ορίζεται ο ολικός συντελεστής απορρόφησης μάζας και για ένα αέριο εξαρτάται από τη σύσταση και τη θερμοδυναμική του κατάσταση. Για μία αστρική ατμόσφαιρα η αδιαφάνεια σε κάποιο μήκος κύματος λ σχετίζεται με την ένταση ή τη ροή ακτινοβολίας που ξεφεύγει από την ατμόσφαιρα στο δεδομένο λ. Όσο μεγαλύτερη είναι η αδιαφάνεια τόσο μικρότερο είναι το ποσό ακτινοβολίας που διαπερνά τις εξωτερικές στιβάδες της ατμόσφαιρας.
Αναλυτικότερα, για τον κάθε μηχανισμό αδιαφάνειας:

5.2.1 «Δέσμια-δέσμια» μετάπτωση (b-b)

Μία τέτοιου είδους μεταπήδηση συμβαίνει όταν ένα ηλεκτρόνιο δέσμιο σε άτομο ή ιόν κάνει αλλαγή τροχιάς. Ένα ηλεκτρόνιο μπορεί να μεταπηδήσει από χαμηλότερη σε υψηλότερη τροχιά απορροφώντας φωτόνιο κατάλληλης ενέργειας. Άρα η αδιαφάνεια $\kappa_{\lambda bb}$ (η «δέσμια-δέσμια» αδιαφάνεια),

www.stavlosbooks.gr

είναι γενικά μικρή εκτός από τα μήκη κύματος τα οποία είναι ικανά να παράγουν ατομική μεταπήδηση προς υψηλότερη ενεργειακή στάθμη. Το $\kappa_{\lambda bb}$ είναι υπεύθυνο για τη δημιουργία φασματικών γραμμών σε αστρικό φάσμα.

Η αντίθετη διαδικασία εκπομπής συμβαίνει όταν το ηλεκτρόνιο από υψηλότερη σε χαμηλότερη τροχιά. Εάν το ηλεκτρόνιο επιστρέψει κατευθείαν στην αρχική του τροχιά τότε εκπέμπεται φωτόνιο σε τυχαία διεύθυνση. Το αποτέλεσμα αυτής της διαδοχής απορρόφησης-εκπομπής είναι ένα φωτόνιο σε σκέδαση. Αντίθετα, αν το ηλεκτρόνιο μεταπηδήσει σε τροχιά διάφορη της αρχικής η διαδικασία είναι καθαρή απορρόφηση.

Ένα σημείο που αξίζει ιδιαίτερης προσοχής, στη συγκεκριμένη διαδικασία απορρόφησης, είναι ότι η μέση ενέργεια των φωτονίων του πεδίου ακτινοβολίας ελαττώνεται, για παράδειγμα εάν ένα φωτόνιο απορροφάται αλλά δύο φωτόνια εκπέμπονται καθώς το ηλεκτρόνιο επιστρέφει στην αρχική του τροχιά, τότε η μέση ενέργεια φωτονίου έχει μειωθεί στο μισό.

5.2.2 «Δέσμια-ελεύθερη» απορρόφηση (b-f) ή φωτοϊονισμός

Η διαδικασία αυτή συμβαίνει όταν ένα προσπίπτον φωτόνιο έχει αρκετή ενέργεια ώστε να ιονίσει ένα άτομο. Το ελεύθερο ηλεκτρόνιο που προκύπτει μπορεί να έχει οποιαδήποτε ενέργεια, επομένως κάθε φωτόνιο με μήκος κύματος $\lambda > hc/\mathrm{X}_n$ (5.2) όπου X_n: η ενέργεια ιονισμού της

www.ebooks.gr

n τροχιάς, μπορεί να απομακρύνει ένα ηλεκτρόνιο από άτομο. Άρα η $\kappa_{\lambda bf}$ (η «δέσμια-ελεύθερη» αδιαφάνεια) είναι πηγή συνεχούς αδιαφάνειας. Η ενεργός διατομή για το φωτοϊονισμό ενός ατόμου υδρογόνου στην κβαντική κατάσταση n από ένα φωτόνιο μήκους κύματος λ δίνεται από τη σχέση:

$$a_{bf} = 1.31 \cdot 10^{-15} \left(1/n^5 \right) \left(\lambda / 5000\text{A} \right)^3 cm^2 \quad (5.3)$$

η οποία είναι συγκρίσιμη με την ενεργό διατομή λόγω συγκρούσεων για το υδρογόνο.

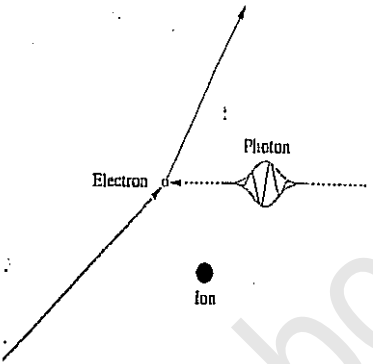
Η αντίστροφη διαδικασία της «ελεύθερης-δέσμιας» εκπομπής συμβαίνει όταν ελεύθερο ηλεκτρόνιο επανασυνδεθεί με ιόν, εκπέμποντας ένα ή περισσότερα φωτόνια σε τυχαίες διευθύνσεις. Το παραπάνω φαινόμενο συνεισφέρει στην ελάττωση της μέσης ενέργειας των φωτονίων στο πεδίο ακτινοβολίας.

5.2.3 «Ελεύθερη-ελεύθερη» απορρόφηση (f-f)

Είναι μία διαδικασία σκέδασης που συμβαίνει όταν ελεύθερο ηλεκτρόνιο στην περιοχή ιόντος απορροφήσει φωτόνιο, προκαλώντας την αύξηση της ταχύτητας του ηλεκτρονίου. Αυτό μπορεί να συμβαίνει και για συνεχή περιοχή μηκών κύματος, επομένως η $\kappa_{\lambda ff}$ («ελεύθερη-ελεύθερη» αδιαφάνεια) είναι μία ακόμη συνεισφορά στην αδιαφάνεια του συνεχούς. Επίσης, μπορεί το ηλεκτρόνιο να χάσει ενέργεια καθώς διέρχεται κοντά από ένα ιόν εκπέμποντας φωτόνιο, με αποτέλεσμα να αναγκάσει το ηλεκτρόνιο να

www.ziavrosbooks.gr

επιβραδυνθεί. Αυτή η διαδικασία της f-f εκπομπής ονομάζεται ακτινοβολία πέδησης.



Σχήμα 5.2: Γραφική απεικόνιση «ελεύθερης-ελεύθερης» απορρόφησης φωτονίου.

5.2.4 Σκέδαση

Ένα φωτόνιο σκεδάζεται από ελεύθερο ηλεκτρόνιο μέσω της διαδικασίας σκέδασης Thomson. Το ηλεκτρόνιο αποτελεί δύσκολο στόχο για το προσπίπτον φωτόνιο. Η ενεργός διατομή για τη σκέδαση Thomson έχει την ίδια τιμή για φωτόνια όλων των μηκών κύματος που δίνεται από τη σχέση:

$$a_T = 8\pi/3\left(e^2/m_e c^2\right)^2 = 6.65\cdot 10^{-25} cm^2 \quad (5.4).$$

Το μικρό μέγεθος της ενεργού διατομής Thomson σημαίνει ότι η σκέδαση του ηλεκτρονίου είναι πιο αποτελεσματική ως πηγή αδιαφάνειας στις υψηλές θερμοκρασίες. Στις ατμόσφαιρες των θερμών αστέρων (και στο εσωτερικό όλων των αστέρων), όπου το μεγαλύτερο μέρος του αερίου είναι ιονισμένο σε υψηλές θερμοκρασίες, η αδιαφάνεια

www.diavlosbooks.gr

που οφείλεται σε σκέδαση ηλεκτρονίων, κ_{es}, κυριαρχεί στην αδιαφάνεια του συνεχούς.

Ένα φωτόνιο μπορεί, επίσης, να σκεδαστεί από ηλεκτρόνιο που συγκρατείται χαλαρά από ατομικό πυρήνα. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται σκέδαση Compton εάν το μήκος κύματος του φωτονίου είναι πολύ μικρότερο από το άτομο και σκέδαση Rayleigh εάν το μήκος κύματος του φωτονίου είναι πολύ μεγαλύτερο. Στη σκέδαση Compton η αλλαγή στο μήκος κύματος και στην ενέργεια του σκεδαζόμενου φωτονίου είναι πολύ μικρή με αποτέλεσμα η σκέδαση Compton να συνυπολογίζεται με τη σκέδαση Thomson.

Η ενεργός διατομή για τη σκέδαση Rayleigh από ένα χαλαρά συγκρατούμενο ηλεκτρόνιο είναι μικρότερη από την ενεργό διατομή Thomson, είναι ανάλογη της ποσότητας $1/\lambda^4$ με αποτέλεσμα να ελαττώνεται με την αύξηση του μήκους κύματος του φωτονίου. Η σκέδαση Rayleigh μπορεί να αγνοηθεί στις περισσότερες ατμόσφαιρες, αλλά είναι σημαντική στην περίπτωση των εκτεταμένων ατμοσφαιρών των υπεργιγάντων αστέρων.

Η ολική αδιαφάνεια είναι το άθροισμα όλων των επιμέρους αδιαφανειών απ' όλες τις παραπάνω διαδικασίες:

$$k_\lambda = \kappa_{\lambda bb} + \kappa_{\lambda bf} + \kappa_{\lambda ff} + \kappa_{es} \quad (5.5).$$

Η ολική αδιαφάνεια δεν εξαρτάται μόνο από το μήκος κύματος του απορροφούμενου φωτός αλλά και από τη σύσταση, την πυκνότητα και τη θερμοκρασία του αστρικού υλικού.

www.physicsbooks.gr

Η μέση αδιαφάνεια για όλα τα μήκη κύματος ώστε να προκύψει μία συνάρτηση εξάρτησης από τη σύνθεση την πυκνότητα και τη θερμοκρασία ονομάζεται μέση αδιαφάνεια Rosseland. Η ολική μέση αδιαφάνεια Rosseland προκύπτει ως το άθροισμα των μεμονωμένων συνεισφορών στην αδιαφάνεια, δηλαδή:

$$\bar{k} = \overline{\kappa_{bb} + \kappa_{bf} + \kappa_{ff} + \kappa_{es}} \quad (5.6).$$

Ένας ικανοποιητικός τύπος προσέγγισης για τον υπολογισμό του μέσου συντελεστή Rosseland, προκύπτει χρησιμοποιώντας τις ακόλουθες σχέσεις για το μέσο συντελεστή απορρόφησης για τις «δέσμιες-ελεύθερες» και «ελεύθερες-ελεύθερες» διαδικασίες:

$$\overline{\kappa_{bf}} = 4.34 \cdot 10^{25} \frac{g_b}{t} Z(1+X) \frac{\rho}{T^{3.5}} \rightarrow cm^2 \cdot gr^{-1} \quad (5.7)$$

$$\overline{\kappa_{ff}} = 3.68 \cdot 10^{22} g_{ff} (1-Z)(1+X) \frac{\rho}{T^{3.5}} \rightarrow cm^2 \cdot gr^{-1} \quad (5.8)$$

όπου ρ : η πυκνότητα

T : η θερμοκρασία

X : η σχετική περιεκτικότητα σε υδρογόνο

Z : η σχετική περιεκτικότητα σε μέταλλα

g_{bf}, g_{ff}: οι κβαντομηχανικοί διορθωτικοί όροι Gaunt (≈ 1 για μήκη κύματος που αντιστοιχούν στο ορατό και στο υπεριώδες)

t: διορθωτικός παράγοντας που λέγεται «guillotive factor» και σχετίζεται με το ότι ένα άτομο παύει να συνεισφέρει στην αδιαφάνεια μετά τον ιονισμό του

www.diavlospublishers.gr

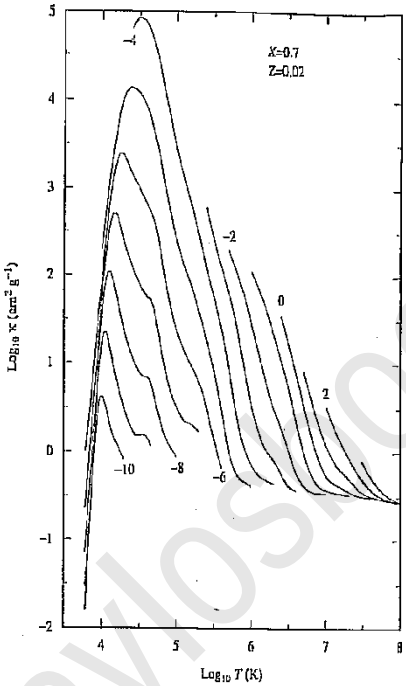
(το πεδίο τιμών της σταθεράς t είναι από 1 έως 100).

Ο συντελεστής σκέδασης ηλεκτρονίων, καθώς είναι ανεξάρτητος από το μήκος κύματος, δίνεται από την απλούστερη σχέση: $\overline{\kappa_{es}} = 0.2(1+X) \to cm^2 \cdot g^{-1}$ (5.9).

Στο σχήμα 5.3 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τον υπολογισμό του μέσου συντελεστή Rosseland για $X = 0.70$ και $Z = 0.02$ και οι τιμές του $\bar{k}$ παρουσιάζονται για διαφορετικές τιμές θερμοκρασίας και πυκνότητας. Όπως παρουσιάζεται και στο σχήμα:

- η αδιαφάνεια αυξάνει με την αύξηση της πυκνότητας
- για το αριστερό τμήμα μίας δεδομένης γραφικής παρατηρείται απότομη αύξηση του $\bar{k}$ με αύξηση της θερμοκρασίας. Αυτή η συμπεριφορά αντανακλά την αύξηση του αριθμού των ελεύθερων ηλεκτρονίων που προκύπτουν από τον ιονισμό του υδρογόνου και του ηλίου.
- Η πτώση της γραφικής παράστασης μετά το μέγιστο δηλώνει ότι $\bar{k} \propto T^{-3/5}$ και οφείλεται στις δέσμιες-ελεύθερες και ελεύθερες-ελεύθερες απορροφήσεις φωτονίων .

www.booksbooks.gr



Σχήμα 5.3: Μέσος συντελεστής αδιαφάνειας Rosseland. Οι καμπύλες χαρακτηρίζονται από την τιμή της πυκνότητας ($\log_{10}\rho \rightarrow g \cdot cm^{-3}$).

5.3 Μηχανισμοί αδιαφάνειας στις αστρικές ατμόσφαιρες

Οι διεργασίες στις οποίες οφείλεται η αδιαφάνεια της αστρικής ατμοσφαιρικής ύλης, καθώς η θερμοκρασία των ατμοσφαιρών είναι σχετικά χαμηλή και, επομένως, αναμένεται να υπάρχουν όχι μόνο ιόντα και ηλεκτρόνια αλλά και διατομικά ή πολυατομικά μόρια που συμβάλλουν στην αύξηση της αδιαφάνειας, προκύπτουν από τους ακόλουθους μηχανισμούς:

www.diavlos.books.gr

Α) όταν η θερμοκρασία είναι $T > 10^4 \mathrm{K}$ το υδρογόνο και το ήλιο είναι τελείως ιονισμένα και η αδιαφάνεια οφείλεται:
i) στην καθαρή απορρόφηση από άτομα και ιόντα. Στην περίπτωση αυτή υπάρχουν οι ακόλουθες υποπεριπτώσεις:
1) απορρόφηση γραμμής: διέγερση ηλεκτρονίου από δέσμια σε δέσμια στάθμη (bound-bound transition, b-b). Η διεργασία αυτή παράγει τις φασματικές γραμμές.
2) απορρόφηση συνεχούς: μετάσταση ενός ηλεκτρονίου από δέσμια σε ελεύθερη στάθμη (bound-free transition, b-f). Το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό ως φωτοηλεκτρικό φαινόμενο.
3) απορρόφηση συνεχούς: η περίπτωση αυτή αφορά μετάσταση ενός ηλεκτρονίου από ελεύθερη σε ελεύθερη στάθμη (free-free transition) και η ακτινοβολία που εκπέμπεται κατά τη διεργασία αυτή λέγεται ακτινοβολία πέδης.
ii) στη σκέδαση ακτινοβολίας από ελεύθερα ηλεκτρόνια. Κατά τη σκέδαση το φωτόνιο αλλάζει διεύθυνση αλλά δεν αλλάζει συχνότητα. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται σκέδαση Thomson και διαφέρει από τη σκέδαση Compton όπου οι ταχύτητες των ηλεκτρονίων δεν είναι σχετικιστικές. Στην περίπτωση αυτή η ενεργός διατομή της σκέδασης είναι ανεξάρτητη της συχνότητας ν της ακτινοβολίας.

Β) όταν η θερμοκρασία των ατμοσφαιρών είναι $T < 10^4 \mathrm{K}$ ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι ακόλουθες διεργασίες:

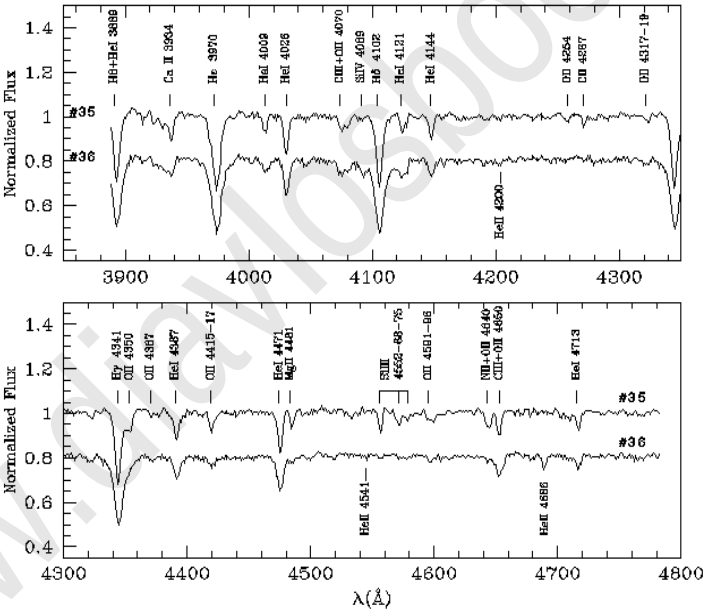
www.ziovbooks.gr

i) απορρόφηση αρνητικού ιόντος υδρογόνου (H^-). Αυτή είναι η βασική αιτία απορρόφησης για την ηλιακή ατμόσφαιρα και για τις ατμόσφαιρες αστέρων παρόμοιων φασματικών τύπων.
ii) απορρόφηση από μόρια. Στις ατμόσφαιρες ψυχρών αστέρων ($T < 5000\text{K}$) τα μόρια απορροφούν ενέργεια με αποτέλεσμα ή να διαχωριστούν σε άτομα ή να σχηματίσουν μοριακές ταινίες απορρόφησης στο φάσμα.
iii) σκέδαση Rayleigh. Στην περίπτωση αυτή η σκέδαση των φωτονίων γίνεται από άτομα ή μόρια και ο συντελεστής σκέδασης είναι αντιστρόφως ανάλογος της τέταρτης δύναμης του μήκους κύματος λ.

Υπάρχουν κι άλλες διεργασίες που προκαλούν εξασθένηση της ακτινοβολίας κατά τη διέλευση της μέσω της αστρικής ατμοσφαιρικής ύλης (σκέδαση Raman, φωτοδιέγερση σε αυτοϊονίζουσες στάθμες) που συμβάλλουν σε μικρότερο βαθμό. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η αδιαφάνεια μπορεί να οφείλεται σε φαινόμενα σκέδασης και σε φαινόμενα απορρόφησης τόσο του συνεχούς όσο και του γραμμικού. Γενικά, εάν k_ν είναι η κανονική αδιαφάνεια του συνεχούς και k_L η αδιαφάνεια της γραμμής τότε η ολική αδιαφάνεια k_T ισούται με το άθροισμα των δύο παραπάνω συνιστωσών, δηλαδή $k_T = k_\nu + k_L$, ενώ καθεμία από τις συνιστώσες ισούται με το άθροισμα των διεργασιών που προκαλούν τις επιμέρους αδιαφάνειες.

www.stavrosbooks.gr

Μορφή του συντελεστή απορρόφησης



www.kallipos.gr

Κεφάλαιο 6
Μορφή του συντελεστή απορρόφησης

Η μορφή του συντελεστή απορρόφησης αλλάζει για κάθε μία από τις διαδικασίες μετάπτωσης που περιγράφονται στο κεφάλαιο 5. Στο κεφάλαιο που ακολουθεί παρουσιάζεται αναλυτικά η σχέση υπολογισμού του συντελεστή απορρόφησης για κάθε διαδικασία μετάπτωσης.

6.1 Συνεχές φάσμα (φασματικό εύρος εκπομπής $\delta\nu \approx \nu$)

6.1.1 «Δέσμιες-ελεύθερες» ατομικές μεταπτώσεις-ανελαστική διαδικασία

Ο συνολικός συντελεστής απορρόφησης ενός ιόντος (απ' όλες τις στάθμες) δίνεται από τη σχέση:

$$k_\nu \rho = \sum_{i=\min}^{\infty} N_i a_i(\nu) \quad (6.1)$$

όπου $a_i(\nu)$: η ενεργός διατομή της μετάπτωσης από τη στάθμη i

N_i: η αριθμητική πυκνότητα των ιόντων με ηλεκτρόνιο στη στάθμη i

$i_{\min}$: η κατώτερη στάθμη που μπορεί να ιονιστεί από φωτόνια ενέργειας $h\nu$.

Για υδρογονοειδή ιόντα η ενεργός διατομή δίνεται από τη σχέση:

$$a_i(\nu) = \frac{32\pi^2}{3\sqrt{3}} \frac{e^6 R}{h^3 c} \frac{z^4}{\nu^3 i^5} g_{II}(i,\nu) \quad (6.2)$$

όπου R:η σταθερά Rydberg (ίση με $13.6eV$)

www.diavlosbooks.gr

z : ο ατομικός αριθμός του πυρήνα

g_{II}: ο παράγοντας Gaunt (≈ 1) που εξαρτάται από το στοιχείο, τη δέσμια στάθμη και το λ του φωτονίου.

Στην Τ.Θ.Ι. ο σχετικός πληθυσμός των δύο σταθμών i και j δίνεται απ' την εξίσωση Boltzmann (που μπορεί να επεκταθεί και για τον ιονισμό):

$$\frac{N_i}{N_J} = \frac{g_i}{g_j} e^{x_i - x_j / kT} \quad (6.3)$$

όπου $x_{i,j}$: τα δυναμικά ιονισμού των σταθμών i και j.

Για όλες τις ενεργειακές στάθμες προκύπτει:

$$\frac{N_i}{N_0} = \frac{g_i}{u_0} e^{-x_i / kT} \quad (6.4)$$

όπου N_0 :η αριθμητική πυκνότητα του ιόντος που ακτινοβολεί

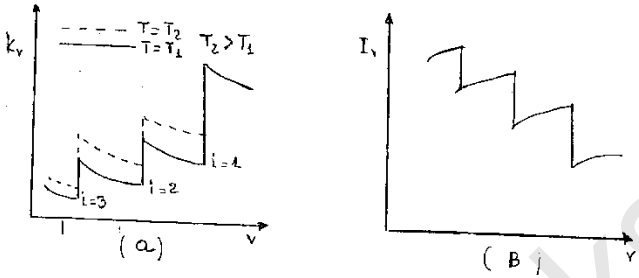
u_0 :η συνάρτηση επιμερισμού

g_i : το στατιστικό βάρος της στάθμης.

Για υδρογονοειδή άτομα ισχύει $g_i = 2i^2$ και $x_i = hRZ^2\left(1 - 1/i^2\right)$ οπότε ο συντελεστής απορρόφησης παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$k_\nu \rho = \frac{64\pi^2}{3\sqrt{3}} \frac{e^6 RZ^4}{h^3 c \nu^3} \frac{N_0}{u_o} e^{-hRZ^4/kT} \sum_{i=\min}^{\infty} \frac{g_{II}}{i^3} e^{hRZ^4/i^2 kT} \quad (6.5).$$

www.diavlos.books.gr



Σχήμα 6.1: α) Ποιοτική μορφή του συντελεστή απορρόφησης για το υδρογόνο. β) Αντίστοιχη μεταβολή της έντασης ακτινοβολίας.

Για το διάγραμμα του συντελεστή απορρόφησης συναρτήσει της συχνότητας τα «πηδήματα» αντιστοιχούν στα κατώφλια ιονισμού των σταθμών. Στο δεύτερο σχήμα παρουσιάζεται το αποτέλεσμα της απορρόφησης στο φάσμα. Η ένταση της ακτινοβολίας είναι μεγαλύτερη εκεί όπου η απορρόφηση είναι μικρότερη, καθώς η ακτινοβολία προέρχεται από τα βαθύτερα και θερμότερα στρώματα της φωτόσφαιρας. Στο ηλιακό φάσμα διακρίνονται απότομες μεταβολές της έντασης που οφείλονται στα κατώφλια ιονισμού του υδρογόνου και των άλλων στοιχείων. Για το υδρογόνο παρατηρούνται τα γνωστά κατώφλια ιονισμού στα $912\,A$ (όριο της σειράς Lyman $i=1$) και στα $3646\,A$ (όριο Paschen $i=3$).

Για «δέσμιες-ελεύθερες» μεταπτώσεις υδρογονοειδών ιόντων η ενεργός διατομή, σε cm^2, για κάθε σωματίδιο δίνεται από τη «φόρμουλα Kramers»:

$$\sigma_\nu^{\,bf} = 2{,}815\cdot 10^{29}\,\frac{Z^4}{n^5\nu^3}\,g_{bf} \;\text{ για }\; \nu \geq \nu_0 \quad (6.6)$$

www.ebooks.gr

όπου n: ο κύριος κβαντικός αριθμός της ενεργειακής στάθμης i από την οποία ιονίζεται το σωματίδιο

Z: ο ατομικός αριθμός του πυρήνα

ν: η συχνότητα σε Hz

g_{bf}: η αδιάστατη συνάρτηση Gaunt.

Από την παραπάνω σχέση παρατηρείται ότι $\sigma_\nu^{bf} \sim \nu^{-3}$, δηλαδή η ενεργός διατομή εξασθενεί με ρυθμό ανάλογο της τρίτης δύναμης της συχνότητας εφόσον η συχνότητα είναι μεγαλύτερη από μία τιμή κατωφλιού. Η εξάρτηση αυτή δεν ισχύει για πιο σύνθετα άτομα και ιόντα, που μπορεί να θεωρηθούν υδρογονοειδή καθώς στην περίπτωση αυτή η «δέσμια-ελεύθερη» ενεργός διατομή κυριαρχείται από αιχμές που οφείλονται σε άλλα ηλεκτρόνια του ίδιου κελύφους.

Με δεδομένες τις συνθήκες Τ.Θ.Ι., η αντίστοιχη ποσότητα εξάλειψης ορίζεται από τη σχέση:

$$\alpha_\nu^{bf} = \sigma_\nu^{bf} n_i \left(1 - e^{-h\nu/kT}\right) \quad (6.7)$$

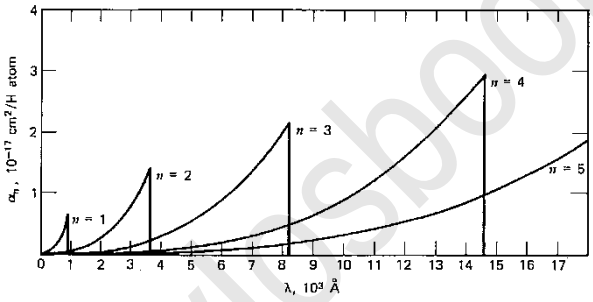
όπου n_i: η πυκνότητα σωματιδίων στο επίπεδο ιονισμού. Ο αρνητικός όρος αποτελεί τη διόρθωση για τις εξαναγκασμένες διαδικασίες.

Το ακόλουθο σχήμα παρουσιάζει το συντελεστή εξάλειψης για το υδρογόνο, για «δέσμιες-ελεύθερες» μεταπτώσεις, ανά σωμάτιο και για κάθε μετάπτωση. Το πλάτος των αιχμών είναι της τάξης του $10^{-17} cm^2$ ανά σωμάτιο. Οι αιχμές αυξάνουν καθώς αυξάνεται ο κύριος κβαντικός αριθμός, αν και από το νόμο Kramers φαίνεται να

www.diavlos.gr

ισχύει: $\sigma_\nu^{bf} \sim 1/n^5$, γεγονός που οφείλεται στην ακολουθία Rydberg για τα κατώφλια ιονισμού του υδρογόνου καθώς ισχύει: $h\nu_n = \chi_{cn} = E_\infty - E_n = 13,6/n^2\,(eV)$.

Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι οι «δέσμιες-ελεύθερες» αιχμές εξάλειψης είναι πολύ χαμηλότερες από τις αντίστοιχες «δέσμιες-δέσμιες».



Σχήμα 6.2: Γραφική απεικόνιση της εξάρτησης του συντελεστή εξάλειψης ανά άτομο υδρογόνου στη στάθμη n για «δέσμιες-ελεύθερες» μεταπτώσεις για την περίπτωση του HI.

6.1.2 «Ελεύθερες-ελεύθερες» ατομικές μεταπτώσεις-ανελαστική διαδικασία

Ο συντελεστής απορρόφησης δίνεται από τη σχέση:

$$k_\nu \rho = \int_0^\infty N_i N_e f(u)\, a_{f-f}(\nu, u)\, du \quad (6.8)$$

όπου N_i: η αριθμητική πυκνότητα των ιόντων

N_e: η αριθμητική πυκνότητα των ηλεκτρονίων

www.diavlosbooks.gr

$f(u)$: η κατανομή ταχυτήτων των ηλεκτρονίων.

Η ενεργός διατομή στην περίπτωση αυτή είναι:

$$a_{f-f}(\nu,u)\frac{2}{3\sqrt{3}}\frac{RZ^2h^2e^2}{m^3\pi cu}\frac{g_{III}}{\nu^3} \quad (6.9)$$

όπου το g_{III} είναι ένας παράγοντας Gaunt (εξαρτάται από το στοιχείο, τη δέσμια στάθμη και το μήκος κύματος λ του φωτονίου).

Εφόσον ισχύει η προσέγγιση της Τ.Θ.Ι. η αριθμητική πυκνότητα N_i υπολογίζεται από την εξίσωση Saha:

$$N_i = \frac{N_0}{N_e}\frac{(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3}2\frac{U_1}{U_0}e^{-x_0/kT} \text{ (γιατί } P_e = N_e kT) \quad (6.10)$$

όπου N_0: ο πληθυσμός

x_0: το δυναμικό ιονισμού της βασικής στάθμης (για υδρογονοειδή άτομα ισούται με hRZ^2).

Η κατανομή ταχυτήτων δίνεται από την κατανομή Maxwell-Boltzmann, δηλαδή

$$f(u) = \frac{dN_u}{N_0}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-mu^2/2kT}4\pi u^2 du \quad (6.11)$$

Αντικαθιστώντας την (6.11) στην (6.8) προκύπτει η μορφή του συντελεστή απορρόφησης:

$$k_\nu\rho = \frac{16}{3\sqrt{3}}\frac{RZ^2e^2}{hc}\frac{1}{\nu^3}\frac{U_i}{U_0}\frac{kT}{m}N_0e^{-x_0/kT}g_{III} \quad (6.12).$$

www.ziaosbooks.gr

Στο ορατό φάσμα η εκπομπή αυτή «ελεύθερη-ελεύθερη» μετάπτωση είναι υπολογίσιμη μόνο για μεγάλες θερμοκρασίες ($>10^4 K$) αλλά στα ραδιοκύματα (υψηλές θερμοκρασίες) αποτελεί έναν από τους κυριότερους μηχανισμούς. Τότε ο συντελεστής απορρόφησης εκφράζεται από τη σχέση:

$$k_\nu \simeq \xi \frac{N_e^{\,2}}{\nu^2 T^{3/2}} \quad (6.13)$$

όπου $\xi \approx 0.11$ στη χρωμόσφαιρα και $\xi \approx 0.16$ στο στέμμα.

Σε ηλιακά φαινόμενα, όπως οι εκλάμψεις (επιταχύνσεις ηλεκτρονίων), ο μηχανισμός αυτός είναι σημαντικός και για τη συνεχή ακτινοβολία στις ακτίνες Χ.

Για τις «ελεύθερες-ελεύθερες» μεταπτώσεις, εφόσον ισχύει η κατανομή ταχυτήτων κατά Maxwell, προκύπτει: $S_\nu = B_\nu$. Ένας τρόπος προσδιορισμού του συντελεστή εξάλειψης για κάθε σωματίδιο είναι μέσω της σχέσης:

$$\sigma_\nu^{\,ff} = 3,7 \cdot 10^8 N_e \frac{Z^2}{T^{1/2}\nu^3} g_{ff} \quad (6.14)$$

όπου Z: ο ατομικός αριθμός του πυρήνα

N_e: η ηλεκτρονιακή αριθμητική πυκνότητα

N_{ion}: η αριθμητική πυκνότητα των ιόντων

g_{ff}: ο παράγοντα Gaunt.

Στη σχέση αυτή δεν υπάρχει κατώφλι στην τιμή της συχνότητας και προκύπτει από την κλασσική θεώρηση του φαινομένου. Ο παράγοντας Gaunt

www.dravosbooks.gr

αποτελεί τον όρο που εισάγει τις διορθώσεις για τα κβαντομηχανικά αποτελέσματα.
Ο αντίστοιχος συντελεστής εξάλειψης για την παραπάνω διαδικασία δίνεται από τη σχέση:

$$k_\nu^{\,ff} = \sigma_\nu^{\,ff} N_{ion} \left(1 - e^{-h\nu/kT}\right) \quad (6.15)$$

που ισχύει και σε περίπτωση μη Τ.Θ.Ι. (εφόσον η κατανομή των ταχυτήτων παραμένει κατά Maxwell) καθώς οι «ελεύθερες-ελεύθερες» διαδικασίες οφείλονται σε συγκρούσεις. Ο αρνητικός όρος, και πάλι, αποτελεί τη διόρθωση για την περίπτωση των εξαναγκασμένων διαδικασιών.

Για την περιοχή του ορίου Wien ($e^{h\nu/kT} \gg 1$), ο συντελεστής εξάλειψης για «ελεύθερες-ελεύθερες» μεταπτώσεις απλοποιείται στην ακόλουθη μορφή:

$$k_\nu^{\,ff} \approx 3,7 \cdot 10^8 N_e N_{ion} \frac{Z^2}{T^{1/2}\nu^3} g_{ff} \text{ όπου } k_\nu^{\,ff} \sim \nu^{-3} \quad (6.16).$$

Για την περιοχή του ορίου Rayleigh-Jeans ($e^{h\nu/kT} - 1 \approx h\nu/kT$), ο συντελεστής εξάλειψης για «ελεύθερες-ελεύθερες» μεταπτώσεις απλοποιείται στην ακόλουθη μορφή:

$$k_\nu^{\,ff} \approx 0,018 N_e N_{ion} \frac{Z^2}{T^{3/2}\nu^2} g_{ff} \text{ όπου } k_\nu^{\,ff} \sim \nu^{-2} \quad (6.17).$$

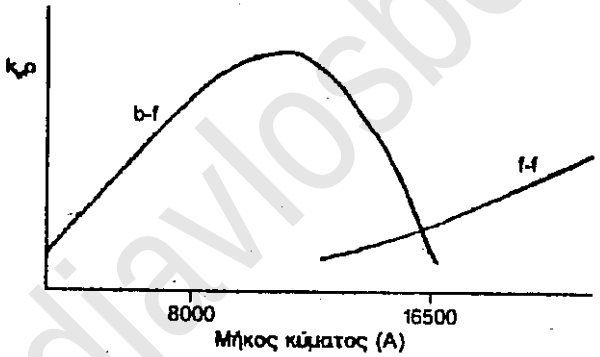
www.diavlosbooks.gr

6.1.3 Απορρόφηση από H^-

Η αδιαφάνεια της ηλιακής ατμόσφαιρας παρουσιάζεται πάντα μεγαλύτερη από αυτή που αναμένονταν θεωρητικά από τους γνωστούς μηχανισμούς (συνεχής απορρόφηση υδρογόνου, ελεύθερα ηλεκτρόνια και μέταλλα). Ο Chandrasekhar πρότεινε ότι η αδιαφάνεια οφείλεται κυρίως στο αρνητικό ιόν του υδρογόνου (H^-) που είναι ένα πρωτόνιο με δύο δέσμια ηλεκτρόνια. Το άτομο του υδρογόνου είναι ικανό να κρατήσει σε δέσμια κατάσταση άλλο ένα ηλεκτρόνιο. Το δεύτερο αυτό ηλεκτρόνιο συγκρατείται χαλαρά από το άτομο σε θέση απέναντι από αυτή του πρώτου ηλεκτρονίου. Στη θέση αυτή, το δεύτερο ηλεκτρόνιο είναι πιο κοντά στον πυρήνα απ' ότι στο πρώτο ηλεκτρόνιο. Επομένως, σύμφωνα με το νόμο Coulomb, η δύναμη επί του πρόσθετου ηλεκτρονίου είναι ελκτική. Ο ιονισμός αυτού του επιπλέον ηλεκτρονίου από τη δέσμια κατάσταση απαιτεί ενέργεια $0.754eV$, ποσότητα ενέργειας μικρή συγκρινόμενη με τα $13.6eV$ που απαιτούνται για τον ιονισμό του ατόμου του υδρογόνου. Όλα τα φωτόνια με $\lambda < 16450A$ (που είναι το μήκος κύματος που αντιστοιχεί στο κατώφλι ιονισμού) έχουν αρκετή ενέργεια για να ιονίσουν ένα H^- και να το κάνουν πάλι ουδέτερο άτομο με ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο. Η εναπομένουσα ενέργεια μετατρέπεται σε κινητική. Έτσι, το H^- είναι ικανό να συνεισφέρει στην αδιαφάνεια του συνεχούς στο υπέρυθρο και σε μικρότερα μήκη κύματος.

www.GreekBooks.gr

Για να προκύψει ένα H^-, σύμφωνα με τη αντίδραση: $H + e \rightarrow H^- + \textit{εκπομπή}$, χρειάζονται επιπλέον ηλεκτρόνια που προέρχονται από ιονισμένα μέταλλα. Επίσης, μπορεί να συμβεί και μία «ελεύθερη-ελεύθερη» απορρόφηση εάν υπάρξει σύγκρουση ουδέτερου ατόμου υδρογόνου και ενός ηλεκτρονίου. Σε θερμοκρασίες λίγο μεγαλύτερες από αυτές της ηλιακής φωτόσφαιρας το Η ιονίζεται τόσο πολύ ώστε γίνεται ισχυρός απορροφητής. Το διάγραμμα του συντελεστή απορρόφησης δίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



Σχήμα 6.3: Συντελεστής απορρόφησης από H^-. Για μήκη κύματος <14000A η κύρια συμβολή είναι από «δέσμιες-ελεύθερες» μεταπτώσεις ενώ για μήκη κύματος>14000A η κύρια συμβολή προκύπτει από «ελεύθερες-ελεύθερες» μεταπτώσεις.

6.1.4 Σκέδαση Thomson

Η σκέδαση Thomson αποτελεί το φαινόμενο που περιγράφει τη σκέδαση φωτονίων από ελεύθερα ηλεκτρόνια και χαρακτηρίζεται από την ενεργό διατομή εξάλειψης ανά ηλεκτρόνιο, που είναι

www.diavlosbooks.gr

ανεξάρτητη της συχνότητας και δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma_\nu{}^{\mathrm{T}} \equiv \sigma^{\mathrm{T}} = \frac{8\pi}{3} r_e{}^2 = 6,65 \cdot 10^{-25} \left(cm^2 \right) \quad (6.18).$$

Ο συντελεστής εξάλειψης για τη διαδικασία αυτή δίνεται από τη σχέση:

$k_\nu{}^{\mathrm{T}} = \sigma^{\mathrm{T}} N_e \quad (6.19)$ όπου N_e: η αριθμητική ηλεκτρονιακή πυκνότητα.

Οι παραπάνω σχέσεις ισχύουν για χαμηλής ενέργειας φωτόνια και ηλεκτρόνια. Για την περίπτωση υψηλής ενέργειας φωτονίων η σκέδαση Thomson αντικαθίσταται από τη σκέδαση Compton. Η σκέδαση Thomson αποτελεί την κύρια αιτία εξάλειψης στο συνεχές για το περιβάλλον των ατμοσφαιρών θερμών αστέρων όπου το υδρογόνο βρίσκεται σε κατάσταση ιονισμού. Οι υψηλότερες αιχμές που παρουσιάζονται για το HI στο σχήμα 6.2 οφείλονται στο ότι οι «δέσμιες-ελεύθερες» μεταπτώσεις υπερτερούν των ηλεκτρονιακών σκεδάσεων όταν το υδρογόνο δεν είναι πλήρως ιονισμένο.

6.1.5 Σκέδαση Rayleigh

Η ενεργός διατομή εξάλειψης για την περίπτωση της σκέδασης Rayleigh όπου φωτόνια, για τα οποία $\nu \ll \nu_0$, σκεδάζουν δέσμια ηλεκτρόνια με χαρακτηριστική ενέργεια «δέσμευσης» $h\nu_0$, δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma_\nu{}^{R} \approx f_{lu} \sigma^{\mathrm{T}} \left(\frac{\nu}{\nu_0} \right)^4 \quad (6.20)$$

www.diavgeiabooks.gr

όπου ο συντελεστής ισχύος του ταλαντωτή f_{lu} και η συχνότητα ν_0 χαρακτηρίζουν την κύρια «δέσμια-δέσμια» μετάπτωση του δέσμιου ηλεκτρονίου.
Ο συντελεστής εξάλειψης σκέδασης Rayleigh για την περίπτωση ατόμων υδρογόνου αριθμητικής πυκνότητας N_H δίνεται από τη σχέση:

$$k_\nu{}^R = \sigma_\nu{}^R N_H \quad (6.21).$$

Οι σκεδάσεις Thomson και Rayleigh είναι συμφασικές, δηλαδή διαδικασίες ελαστικές ή μονοχρωματικές κατά τις οποίες το φωτόνιο αλλάζει διεύθυνση ωστόσο διατηρεί την αρχική του συχνότητα. Η αλλαγή της διεύθυνσης διάδοσης του φωτονίου χαρακτηρίζεται από μία συνάρτηση φάσης $\sim 1+\cos^2\theta$ με επαρκώς μικρή απόκλιση από τις συνθήκες ισοτροπίας. Για περιβάλλον υψηλών θερμοκρασιών η σκέδαση Thomson δεν είναι απόλυτα συμφασική λόγω των μετατοπίσεων Doppler που υφίστανται τα ηλεκτρόνια. Στις ατμόσφαιρες και στο στέμμα θερμών αστέρων οι μετατοπίσεις αυτές είναι υπολογίσιμες.

6.2 Γραμμικό φάσμα

6.2.1 Πιθανότητες για «δέσμιες-δέσμιες» μεταπτώσεις

Οι πιθανότητες γι' αυτές τις μεταπτώσεις ονομάζονται και πιθανότητες για εκπομπή σε όρους ατομικών σταθερών. Αρχικά, θεωρώντας τις πιθανές μεταπτώσεις μεταξύ μίας ανώτερης στάθμης u και μίας κατώτερης l, που χωρίζονται μεταξύ τους με ενέργεια $h\nu$, και υποθέτοντας ισότροπη εκπομπή, η

www.diabasonline.gr

πιθανότητα για να εκπέμψει ένα άτομο ένα φωτόνιο σε χρόνο dt και σε στερεά γωνία $d\omega$ είναι $A_{ul}dtd\omega$. Η σταθερά αναλογίας A_{ul} είναι ο συντελεστής Einstein για αυτόματη εκπομπή, δηλαδή η πιθανότητα που έχει ένα άτομο που βρίσκεται στη διεγερμένη στάθμη u να μεταπέσει τυχαία στην κατώτερη ενεργειακή στάθμη l στη μονάδα του χρόνου. Αν υπάρχουν N_u διεγερμένα άτομα ανά μονάδα όγκου η συνεισφορά της αυτόματης εκπομπής στο συντελεστή εκπομπής θα είναι:

$$j_\nu \rho = N_u A_{ul} h\nu \quad (6.22)$$

Μία επιπλέον εκπομπή θα υπάρχει αν υπάρχει και πεδίο ακτινοβολίας με φωτόνια που αντιστοιχούν στην ενεργειακή διαφορά μεταξύ των σταθμών u και l. Η εκπομπή θα είναι ανάλογη προς το ποσό αυτής της ακτινοβολίας και κάθε καινούριο εκπεμπόμενο φωτόνιο θα έχει την ίδια φάση και διεύθυνση με το προσπίπτον φωτόνιο. Η διαδικασία αυτή αποτελεί την εξαναγκασμένη εκπομπή (αρνητική απορρόφηση).

Η πιθανότητα για εξαναγκασμένη εκπομπή που δίνει ένα φωτόνιο σε χρόνο dt στη στερεά γωνία $d\omega$ είναι:

$$B_{ul}\mathrm{I}_\nu dtd\omega \quad (6.23)$$

όπου η κατεύθυνση της I_ν είναι πολύ σημαντική καθώς χαρακτηρίζει την κατεύθυνση των νέων φωτονίων. Ο συντελεστής B_{ul} είναι ο συντελεστής Einstein για εξαναγκασμένη εκπομπή, δηλαδή η πιθανότητα που έχει ένα άτομο που βρίσκεται στη

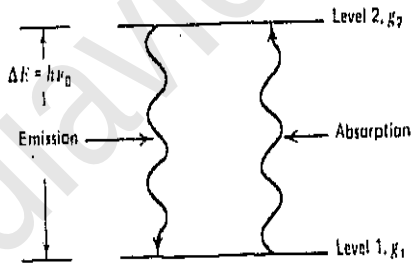
www.ebooks.gr

διεγερμένη στάθμη u στο πεδίο ακτινοβολίας $\mathrm{I}_\nu d\omega$ να μεταπέσει στην κατώτερη στάθμη l είναι $B_{ul}\mathrm{I}_\nu d\omega$. Ανάλογα προς τον ορισμό αυτό, η πιθανότητα που έχει ένα άτομο που βρίσκεται στη στάθμη l στο πεδίο ακτινοβολίας $\mathrm{I}_\nu d\omega$ να διεγερθεί στη στάθμη u στη μονάδα του χρόνου είναι $B_{lu}\mathrm{I}_\nu d\omega$ (6.24).Ο αριθμός των αυτόματων εκπομπών ανά μονάδα χρόνου, στοιχειώδους στερεάς γωνίας και όγκου είναι:

$$N_u A_{ul}$$

$$N_u B_{ul}\mathrm{I}_\nu$$

$$N_l B_{lu}\mathrm{I}_\nu .$$



Σχήμα 6.4: Απορρόφηση και εκπομπή για το πρότυπο ατόμου δύο επιπέδων.

Ο συντελεστής απορρόφησης μάζας γι' αυτή τη «δέσμια-δέσμια» μετάσταση μπορεί να εκφραστεί με τη βοήθεια των συντελεστών Einstein B_{lu}, B_{ul} θεωρώντας την ακτινοβολία που απορροφάται ανά

www.diavlosbooks.gr

μονάδα μήκους διαδρομής από τη δέσμη ακτινοβολίας έντασης I_ν ως:

$$k_\nu \rho \mathrm{I}_\nu = N_l B_{lu} \mathrm{I}_\nu h\nu - N_u B_{ul} \mathrm{I}_\nu h\nu \quad (6.25)$$

όπου N_u, N_l: οι πληθυσμοί των σταθμών u, l ανά μονάδα όγκου. Απλοποιώντας το I_ν στην παραπάνω σχέση προκύπτει:

$$k_\nu \rho = N_l B_{lu} h\nu - N_u B_{ul} h\nu \rightarrow$$

$$k_\nu = \frac{\left(N_l B_{lu} - N_u B_{ul}\right) h\nu}{\rho} \quad (6.26).$$

Για να υπάρχει ισορροπία, η οποία συνεπάγεται ότι όλες οι μεταβάσεις από την κατώτερη στιβάδα στην ανώτερη εξισορροπούνται από τις μεταβάσεις από την ανώτερη στιβάδα στην κατώτερη, πρέπει:

$$N_l B_{lu} \mathrm{I}_\nu = N_u A_{ul} + N_u B_{ul} \mathrm{I}_\nu \rightarrow$$

$$A_{ul} = \left[\frac{N_l}{N_u} B_{lu} - B_{ul}\right] \mathrm{I}_\nu \quad (6.27).$$

Λύνοντας ως προς I_ν:

$$\mathrm{I}_\nu = \frac{A_{ul}}{B_{lu}\left(N_l / N_u\right) - B_{ul}} \quad (6.28)$$

δηλαδή, ο λόγος της εκπομπής προς την απορρόφηση ακτινοβολίας, επομένως η σχέση αυτή αποτελεί τη συνάρτηση πηγής S_ν.

Υπολογίζοντας, ωστόσο:

$$\frac{N_l}{N_u} = \frac{g_l}{g_u} e^{-h\nu / kT} \quad (6.29) \text{ και } \mathrm{I}_\nu = \frac{2\nu^2 kT}{c^2} \ (h\nu \ll 1)$$

$$(6.30)$$

www.diavlosbooks.gr

προκύπτει:

$$\frac{2\nu^2 kT}{c^2} = \frac{A_{ul}}{\frac{g_l}{g_u} B_{lu} - B_{ul} + \frac{g_l}{g_u} B_{lu} \left(h\nu / kT \right)} \quad (6.31)$$

Για να ισχύει η σχέση (6.31) πρέπει:

$$B_{ul} = B_{lu} \frac{g_l}{g_u} \quad (6.32)$$

και

$$A_{ul} = \frac{2h\nu^3}{c^2} B_{lu} \rightarrow B_{lu} = \frac{c^2}{2h\nu^3} A_{ul} \quad (6.33).$$

Οι σχέσεις $(6.32), (6.33)$ αποτελούν τις σχέσεις μεταξύ των συντελεστών Einstein. Ο συντελεστής A_{ul} δίνεται σε σχετικούς πίνακες ενώ οι B_{ul}, B_{lu} υπολογίζονται από τις παραπάνω σχέσεις.

6.2.2 Διαδικασίες που προκαλούν «δέσμιες-δέσμιες» μεταπτώσεις

Οι «δέσμιες-δέσμιες» μεταπτώσεις μεταξύ μίας χαμηλότερης *l* και μίας υψηλότερης *u* ενεργειακής στάθμης για την περίπτωση ενός διακριτού ενεργειακού φάσματος όπως τα ατομικά, ιοντικά και μοριακά φάσματα οφείλονται στις ακόλουθες διαδικασίες:

-ακτινοβολιακή διέγερση
-αυθόρμητη ακτινοβολιακή αποδιέγερση
-εξαναγκασμένη ακτινοβολιακή αποδιέγερση
-διέγερση λόγω φαινομένου σύγκρουσης
-αποδιέγεση λόγω φαινομένου σύγκρουσης

www.physbooks.gr

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται αναλυτικά οι παραπάνω διαδικασίες.

Αυθόρμητη αποδιέγερση

Ο συντελεστής Einstein για την περίπτωση αυθόρμητης αποδιέγερσης συμβολίζεται $A_{ul} \equiv$η πιθανότητα μετάπτωσης λόγω τυχαίας αποδιέγερσης από την ενεργειακή στάθμη u στην lανά μονάδα χρόνου και σωματιδίου.

Αν δεν υπάρχουν φαινόμενα συγκρούσεων και άλλες δυνατές ενεργειακή μετάπτωση εκτός από την ul τότε ο μέσος χρόνος παραμονής των σωματιδίων στη στάθμη u δίνεται από τη σχέση: $\Delta t = 1/A_{ul}\,(s)$ (6.34) και η αντίστοιχη απροσδιοριστία στην ενέργεια: $\Delta E = h/(2\pi\Delta t)$ (6.35)ή ισοδύναμα $\Delta\nu = \gamma^{rad}/(2\pi)$ (6.36) όπου $\gamma^{rad} \equiv 1/\Delta t$: η ακτινοβολιακή σταθερά απόσβεσης πλάτους ταλάντωσης. Αυτή η φυσική διαδικασία πλάτυνσης ερμηνεύει την πιθανότητα εκπομπής: $\psi(\nu-\nu_0)$ γύρω από την κεντρική συχνότητα της γραμμής $\nu = \nu_0$ που δίνεται, για την κανονικοποιημένη κατά Lorentz περιοχή του προφίλ από τη σχέση:

$$\psi(\nu-\nu_0) = \frac{\gamma^{rad}/4\pi^2}{(\nu-\nu_0)^2 + \left(\gamma^{rad}/4\pi\right)^2}\,(6.37).$$

www.ebooks.gr

Ο συντελεστής A_{ul} αποτελεί ένα άθροισμα για όλο το προφίλ της γραμμής περιγράφοντας την πιθανότητα μετάβασης που αντιστοιχεί στη δεδομένη γραμμή. Η πιθανότητα μετάβασης για δεδομένο εύρος φάσματος δίνεται από τη σχέση: $A_{ul}\psi\left(\nu-\nu_0\right)$ $\left(6.38\right)$ όπου το $\psi\left(\nu-\nu_0\right)$ μετράται σε Hz. Ο ρυθμός της αυθόρμητης αποδιέγερσης ανά μονάδα cm^3 δίνεται από το γινόμενο: $n_u A_{ul}$.

Για την περίπτωση στατικής ατμόσφαιρας, με δεδομένο ότι η κάθε αποδιέγερση είναι ανεξάρτητη των διαδικασιών που έχουν προηγηθεί, η πιθανότητα δίνεται από τη σχέση:

$$\psi\left(\nu-\nu_0\right)=\frac{H\left(a,u\right)}{\sqrt{\pi}\Delta\nu_D}\ \left(6.39\right)$$

όπου το εύρος Doppler δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta\nu_D=\frac{\nu_0}{c}\sqrt{\frac{2kT}{m}}\ \left(6.40\right)$$

όπου m: η μάζα του σωματιδίου και $H\left(a,u\right)$: η συνάρτηση Voight που δίνεται από τη σχέση:

$$H\left(a,u\right)\equiv\frac{a}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{-y^2}}{\left(u-y\right)^2+a^2}dy\ \left(6.41\right)$$

όπου:

$$y\equiv\frac{\xi}{\xi_0}=\frac{\xi}{c}\frac{\nu_0}{\Delta\nu_D}=\frac{\xi}{c}\frac{\lambda_0}{\Delta\lambda_D}$$

$$u\equiv\frac{\nu-\nu_0}{\Delta\nu_D}=\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda_D}$$

$$a\equiv\frac{\gamma}{4\pi\Delta\nu_D}=\frac{\lambda^2}{4\pi c}\frac{\gamma}{\Delta\lambda_D}.$$

www.diavlos.books.gr

Η κατανομή παρουσιάζεται κατά Gauss στο κέντρο της γραμμής λόγω των μετατοπίσεων Doppler από τις κινήσεις Maxwell και παρουσιάζει εκτεταμένες πτέρυγες κατά Lorentz που οφείλονται στις διαταραχές λόγω συγκρούσεων.

Ακτινοβολιακή διέγερση

Ο συντελεστής Einstein για την περίπτωση της ακτινοβολιακής διέγερσης συμβολίζεται με $B_{lu}\overline{J_{\nu_0}^{\ \phi}} \equiv$ ο αριθμός ακτινοβολιακών διεγέρσεων από τη στάθμη l στη στάθμη u ανά μονάδα χρόνου και σωματιδίων που βρίσκονται στη στάθμη l όπου ο δείκτης ν_0 προσδιορίζει μια δεδομένη φασματική γραμμή της οποίας το προφίλ εξάλειψης $\phi(\nu-\nu_0)$ χρησιμοποιείται στον ακόλουθο υπολογισμό:

$$\overline{J_{\nu_0}^{\ \phi}} \equiv \int_0^\infty J_\nu \phi(\nu-\nu_0) d\nu \quad (6.42)$$

ενώ ισχύει: $\int \phi(\nu-\nu_0)\, d\nu = 1$.

Μία γενικότερη έκφραση του παραπάνω αθροίσματος δίνεται από τη σχέση:

$$\overline{J_{\nu_0}^{\ \phi}} \equiv \frac{1}{2}\int_0^\infty \int_{-1}^{+1} \mathrm{I}_\nu \phi(\nu-\nu_0)\, d\mu d\nu \quad (6.43)$$

η οποία ισχύει ακόμα και για την περίπτωση όπου το $\phi(\nu-\nu_0)$ δηλώνει ανισοτροπία λόγω των συστηματικών μετατοπίσεων κατά Doppler. Για την περίπτωση στατικής ατμόσφαιρας η συνάρτηση προφίλ $\phi(\nu-\nu_0)$ ορίζεται ξανά από τις τυχαίες

www.diafanbooks.gr

μετατοπίσεις Doppler και για την περιοχή κανονικοποίησης της συνάρτησης Voight γράφεται:

$$\phi(\nu-\nu_0)=\frac{H(a,u)}{\sqrt{\pi}\Delta\nu_D}(6.44).$$

Για την περίπτωση μικρής απόσβεσης πλάτους ταλάντωσης (για την παράμετρο Voight $a<1$) το πλάτος στο κέντρο της γραμμής δίνεται:

$$\phi(\nu=\nu_0)=\frac{1-a}{\sqrt{\pi}\Delta\nu_D}\ (6.45),$$

όπου $a=0$ για μία καθαρά Gauss-ιανή κατανομή (καθαρή πλάτυνση λόγω φαινομένων Doppler).

Εξαναγκασμένη αποδιέγερση

Ο συντελεστής Einstein για την εξαναγκασμένη αποδιέγερση ορίζεται ως: $B_{ul}\overline{J_{\nu_0}{}^{\chi}}\equiv$ ο αριθμός των εξαναγκασμένων αποδιεγέρσεων από τη στάθμη u στη στάθμη l ανά μονάδα χρόνου και σωματιδίου στη στάθμη u, ανάλογα με το συντελεστή B_{lu} προκύπτει η μέση τιμή της έντασης για όλες τις συχνότητες:

$$\overline{J_{\nu_0}{}^{\chi}}\equiv\frac{1}{2}\int_0^{\infty}\int_{-1}^{+1}\mathrm{I}_\nu\chi(\nu-\nu_0)\,d\mu d\nu=\int_0^{\infty}J_\nu\chi(\nu-\nu_0)\,d\nu$$

$$(6.46)$$

όπου $\chi(\nu-\nu_0)$: η περιοχή κανονικοποίησης της κατανομής του προφίλ για την εξαναγκασμένη εκπομπή.

www.ziavosbooks.gr

Διέγερση και αποδιέγερση λόγω φαινομένου σύγκρουσης

Η φυσική σημασία των συντελεστών διέγερσης και αποδιέγερσης λόγω φαινομένου σύγκρουσης είναι:

$C_{lu} \equiv$ ο αριθμός των διεγέρσεων λόγω σύγκρουσης από τη στάθμη l στη στάθμη u ανά μονάδα χρόνου και σωματιδίων στη στάθμη l

$C_{ul} \equiv$ ο αριθμός των αποδιεγέρσεων λόγω σύγκρουσης από τη στάθμη u στη στάθμη l ανά μονάδα χρόνου και σωματιδίων στη στάθμη u.

Οι ηλεκτρονιακές συγκρούσεις (που προκαλούν έντονες μεταβολές και κατά συνέπεια αποτελούν τη σημαντικότερη περίπτωση σύγκρουσης σωματίων) προκαλούν μεταπτώσεις από τη στάθμη i στη στάθμη j με ρυθμό μετάπτωσης:

$$n_i C_{ij} = n_i N_e \int_{u_0}^{\infty} \sigma_{ij}(u) uf(u) du \quad (6.47)$$

όπου N_e: η ηλεκτρονιακή πυκνότητα

$\sigma_{ij}(u)$: η ηλεκτρονιακή ενεργός διατομή για φαινόμενα σύγκρουσης. Η ενεργός διατομή σύγκρουσης σ_{ij} είναι ανάλογη της ακτινοβολιακής ενεργού διατομής για δέσμια-δέσμια μετάπτωση $\sigma_\nu^{\ l}$

$f(u)$: η κανονικοποιημένη κατανομή των ταχυτήτων (συνήθως κατά Maxwell) με μέση τιμή $\int uf(u) du$ και με κατώφλι ταχύτητας u_0 τέτοια ώστε: $(1/2) m u_0^{\ 2} = h\nu_0$.

www.diavlos.gr

Γενικά, οι συντελεστές Einstein A_{ul}, B_{lu}, B_{ul} αποτελούν χαρακτηριστικές ιδιότητες του υλικού για κάθε μετάπτωση και είναι ανεξάρτητοι των εξωτερικών συνθηκών εκτός της ταχύτητας u. Για το πώς σχετίζονται οι συντελεστές Einstein μεταξύ τους ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$$\frac{B_{lu}}{B_{ul}} = \frac{g_u}{g_l} \quad (6.48)$$

$$\frac{A_{ul}}{B_{ul}} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \quad (6.49)$$

$$\frac{C_{ul}}{C_{lu}} = \frac{g_l}{g_u} e^{E_{ul}/kT} \quad (6.50)$$

όπου E_{ul}: η ενεργειακή διαφορά μεταξύ των σταθμών u, l.

Οι σχέσεις $(6.48), (6.49)$ ισχύουν με την προϋπόθεση ύπαρξης Θ.Ι. και προκύπτουν από την εξίσωση του ρυθμού με τον οποίο η ακτινοβολία ανέρχεται με το ρυθμό με τον οποίο η ακτινοβολία κατέρχεται για δεδομένη τιμή της συχνότητας επομένως για $\phi = \psi = \chi$ και εξισώνοντας τα μεγέθη J_ν και B_ν για οποιαδήποτε θερμοκρασία. Επομένως, οι παραπάνω σχέσεις προκύπτουν ανεξάρτητες των ιδιοτήτων του μέσου στο οποίο διαδίδεται η ακτινοβολία. Η εξίσωση (6.50) προκύπτει από την εξίσωση του ρυθμού με τον οποίο η ακτινοβολία ανέρχεται με το ρυθμό με τον οποίο η ακτινοβολία κατέρχεται λόγω φαινομένων

www.ziziosbooks.gr

σύγκρουσης στην περίπτωση Θ.Ι. ή στην περίπτωση που ισχύει η κατανομή Maxwell.

Ο συντελεστής εξάλειψης μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει των συντελεστών Einstein. Για την περίπτωση μονοχρωματικής απορρόφησης γραμμής ο συντελεστής ανά μονάδα μήκους διαδρομής δίνεται, συναρτήσει των συντελεστών Einstein, από τη σχέση:

$$k_\nu^{\,l} = \frac{h\nu}{4\pi}\left[n_l B_{lu}\phi(\nu-\nu_0) - n_u B_{ul}\chi(\nu-\nu_0)\right] \rightarrow$$
$$k_\nu^{\,l} = \frac{h\nu}{4\pi} n_l B_{lu}\phi(\nu-\nu_0)\left[1-\frac{n_u g_l \chi(\nu-\nu_0)}{n_l g_u \phi(\nu-\nu_0)}\right] \quad (6.51)$$

όπου ο όρος μέσα στην αγκύλη αποτελεί τη διόρθωση για την εξαναγκασμένη εκπομπή καθώς υπολογίζεται ως αρνητική απορρόφηση. Ο τελικός συντελεστής εξάλειψης για τη γραμμή δίνεται από τη σχέση:

$$k_{\nu_0}^{\,l} \equiv \int_0^\infty k_\nu^{\,l} d\nu = \frac{h\nu_0}{4\pi}\left(n_l B_{lu} - n_u B_{ul}\right) \quad (6.52)$$

όπου χρησιμοποιούνται οι σχέσεις : $\int h\nu\phi(\nu-\nu_0)d\nu = h\nu_0$ και $\int h\nu\chi(\nu-\nu_0)d\nu = h\nu_0$ που προκύπτουν από ολοκλήρωση για όλο το προφίλ της γραμμής ώστε να είναι συμμετρικό ή ικανοποιητικά στενό. Ο μονοχρωματικός συντελεστής εξάλειψης γραμμής ανά σωματίδιο, χωρίς τη διόρθωση για την εξαναγκασμένη εκπομπή, δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma_\nu^{\,l} = \frac{h\nu}{4\pi} B_{lu}\phi(\nu-\nu_0) \quad (6.53)$$

www.diavlosbooks.gr

και ολοκληρώνοντας προκύπτει ο συνολικός συντελεστής εξάλειψης γραμμής ανά σωματίδιο:

$$\sigma_{\nu_0}{}^{l} \equiv \int_0^{\infty} \sigma_{\nu}{}^{l} d\nu = \frac{h\nu_0}{4\pi} B_{lu} = \frac{\pi e^2}{m_e c} f_{lu} = 0.02654 f_{lu} \left(cm^2 \cdot Hz \right)$$

$$(6.54).$$

Η παράμετρος f_{lu} είναι η κλασσική αδιάστατη παράμετρος της ισχύος του ταλαντωτή που εισάγεται για τη διόρθωση γραμμής της ισχύος του αρμονικού ταλαντωτή προβλέποντας άγνωστες κβαντομηχανικές επιδράσεις. Για τις γραμμές συντονισμού όπως HI*Lya* ισχύει: $f_{lu} \approx 1$. Από τις σχέσεις $(6.48),(6.49),(6.54)$ προκύπτει:

$$A_{ul} \sim \frac{g_l}{g_u} f_{lu} \left(\Delta E_{ul} \right)^2 \quad (6.55)$$

όπου $\Delta E_{ul} = h\nu_0$: η διαφορά των ενεργειακών σταθμών.

Αριθμητικά ισχύει: $A_{ul} = 6.67 \cdot 10^{13} \frac{g_l}{g_u} \frac{f_{lu}}{\lambda^2} \left(s^{-1} \right)$ (6.56) όπου το λ μετράται σε nm.

Ο συντελεστής εκπομπής γραμμής εκφράζεται συναρτήσει των συντελεστών Einstein, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η συνεισφορά της εξαναγκασμένης εκπομπής, μέσω της σχέσης:

$$j_{\nu}{}^{l} = \frac{h\nu}{4\pi} n_u A_{ul} \psi \left(\nu - \nu_0 \right) \quad (6.57)$$

και η συνολική εκπεμπτικότητα της γραμμής προκύπτει, με χρήση της σχέσης

www.diavlos.books.gr

$\int h\nu\psi(\nu-\nu_0)d\nu = h\nu_0$(που ισχύει καθώς η $\psi(\nu-\nu_0)$ είναι συμμετρική ως προς τη συχνότητα $\nu=\nu_0$ απουσία συστηματικών μετατοπίσεων Doppler):

$$j_{\nu_0}{}^{l} = \int_0^\infty j_\nu{}^{l} d\nu = \frac{h\nu_0}{4\pi} n_u A_{ul} \quad (6.58).$$

Η μονοχρωματική συνάρτηση πηγής για την περίπτωση του γραμμικού φάσματος εκφράζεται συναρτήσει των συντελεστών Einstein μέσω της σχέσης:

$$S_\nu{}^{l} \equiv j_\nu{}^{l} \Big/ k_\nu{}^{l} = \frac{n_u A_{ul}\psi(\nu-\nu_0)}{n_l B_{lu}\phi(\nu-\nu_0) - n_u B_{ul}\chi(\nu-\nu_0)} \quad (6.59)$$

ή χρησιμοποιώντας τις σχέσεις μεταξύ των συντελεστών Einstein:

$$S_\nu{}^{l} = \frac{\frac{A_{ul}}{B_{ul}}\frac{\psi}{\phi}}{\frac{n_l}{n_u}\frac{B_{lu}}{B_{ul}} - \frac{\chi}{\phi}} = \frac{2h\nu^3}{c^2}\frac{\psi/\phi}{\frac{g_u n_l}{g_l n_u} - \frac{\chi}{\phi}} \quad (6.60).$$

Η συνάρτηση πηγής για την περίπτωση του γραμμικού φάσματος παρουσιάζει απότομες μεταβολές συναρτήσει της συχνότητας κατά μήκος της γραμμής καθώς οι κατανομές των προφίλ δεν είναι ίσες λόγω αλληλοεξαρτόμενων σκεδάσεων ή μερικής ανακατανομής στις συχνότητες. Οι κατανομές αυτές εξισώνονται όταν ολοκληρωθεί η ανακατανομή όπου, τότε, η κάθε διαδικασία να χαρακτηρίζεται από μία κατανομή πιθανότητας,

www.diavlosbooks.gr

χωρίς «μνήμη» για κάθε διαδικασία προσαύξησης ώστε να ισχύει: $\phi(\nu-\nu_0)=\psi(\nu-\nu_0)=\chi(\nu-\nu_0)$ (6.61). Στην περίπτωση αυτή η συνάρτηση πηγής για την περίπτωση του γραμμικού φάσματος απλοποιείται στην ακόλουθη μορφή:

$$S_{\nu_0}{}^{l}=\frac{n_u A_{ul}}{n_l B_{lu}-n_u B_{ul}}=\frac{2h\nu_0^{3}}{c^2}\frac{1}{\frac{g_u n_l}{g_l n_u}-1} \quad (6.62)$$

όπου ο δείκτης ν_0 δηλώνει ότι στην περίπτωση που η ανακατανομή έχει ολοκληρωθεί η συνάρτηση πηγής δεν εξαρτάται από τη συχνότητα.

6.2.3 Συντελεστές απορρόφησης για «δέσμιες-δέσμιες» μεταπτώσεις

Ο τελικός συντελεστής απορρόφησης της γραμμής δίνει και τη μορφή της γραμμής όπως ο συντελεστής απορρόφησης του συνεχούς δίνει τη μορφή του συνεχούς. Οι γραμμές, ωστόσο, είναι πιο ενδιαφέρουσες καθώς για το σχηματισμό του τελικού συντελεστού απορρόφησης συμμετέχουν διάφορες φυσικές επιδράσεις που μπαίνουν και στη λύση της εξίσωσης διάδοσης. Κάθε μία επίδραση σχετίζεται με μία συνάρτηση που περιγράφει τη μεταβολή της έντασης της απορρόφησης με το μήκος κύματος στη γραμμή. Δηλαδή, κάθε μία επίδραση έχει και το δικό της συντελεστή απορρόφησης. Οι επιδράσεις είναι:

i) η φυσική ατομική απορρόφηση στην οποία οφείλεται η φυσική πλάτυνση. Στην περίπτωση αυτή αρχικά το άτομο αντιμετωπίζεται ως μηχανικό

www.ziti-books.gr

άτομο που βρίσκεται σε ηρεμία. Λόγω της δομής του το άτομο διεγείρεται όχι μόνο από τις συχνότητες που αντιστοιχούν στις διάφορες ενεργειακές στάθμες αλλά από μία μικρή περιοχή συχνοτήτων που αντιστοιχούν στις διάφορες υποστάθμες της κάθε στάθμής.

ii) η θερμική πλάτυνση η οποία οφείλεται στο φαινόμενο Doppler. Με δεδομένο ότι τα άτομα, στην πραγματικότητα, ούτε μόνα τους είναι ούτε βρίσκονται σε ηρεμία προκύπτει ότι κινούμενα με κάποια ταχύτητα που έχει συνιστώσα κατά την οπτική ακτίνα, οι γραμμές παρουσιάζουν πλάτυνση που οφείλεται στο φαινόμενο Doppler.

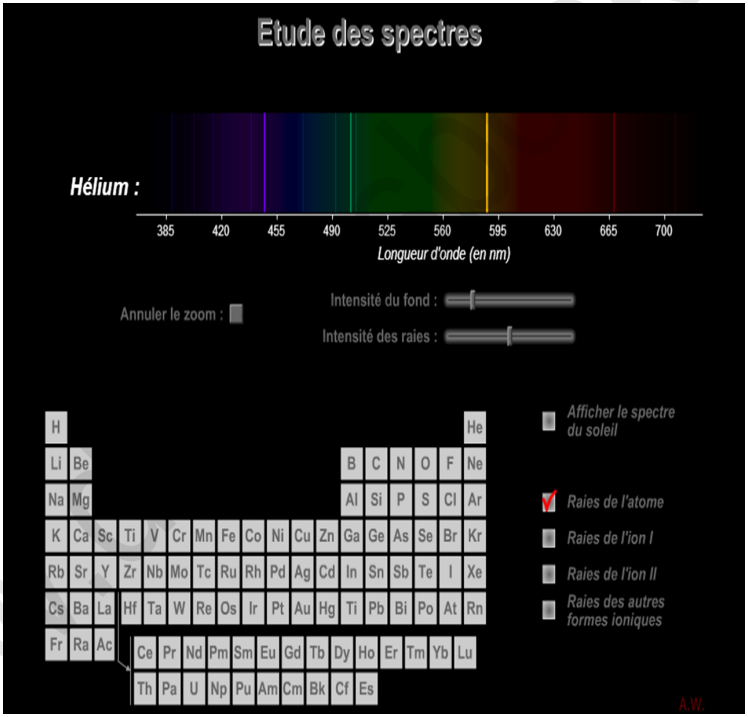
iii) η πλάτυνση λόγω πίεσης ή η πλάτυνση γραμμής λόγω φαινομένων συγκρούσεων. Καθώς τα άτομα αλληλεπιδρούν εμφανίζονται διαταραχές στις ενεργειακές τους στάθμες με αποτέλεσμα τη διεύρυνση των γραμμών λόγω φαινομένων συγκρούσεων και αλληλεπίδρασης.

iv) η διεύρυνση Zeeman στην περίπτωση που το μαγνητικό πεδίο της πηγής είναι σημαντικό.

Οι παραπάνω επιδράσεις έχουν ως αποτέλεσμα και την πλάτυνση των φασματικών γραμμών, γι' αυτό συχνά ονομάζονται και παράγοντες πλάτυνσης. Μια αναλυτική παρουσίαση των παραπάνω επιδράσεων και της μορφής του συντελεστή απορρόφησης για κάθε διαδικασία υπάρχει στο κεφάλαιο που ακολουθεί.

www.ziti-books.gr

Φασματικές Γραμμές



www.schoolbooks.gr

Κεφάλαιο 7
Φασματικές Γραμμές

7.1 Βασικοί ορισμοί

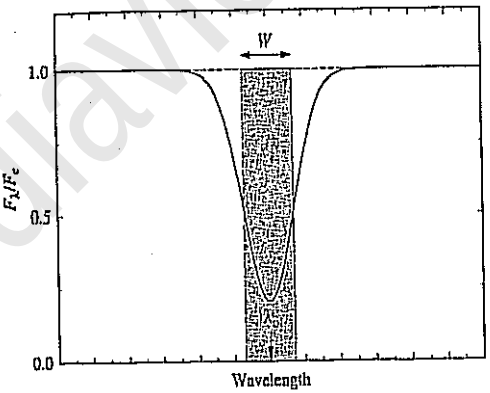
Πάνω στο συνεχές φάσμα του Ήλιου παρατηρούνται επιπρόσθετες διακριτές φασματικές γραμμές απορρόφησης ή εκπομπής. Οι φασματικές γραμμές απορρόφησης σχηματίζονται κυρίως στη φωτόσφαιρα και βρίσκονται στην περιοχή των οπτικών μηκών κύματος, στο υπέρυθρο και στο κοντινό υπεριώδες. Πιο πέρα, στα μικρότερα μήκη κύματος, εμφανίζονται γραμμές εκπομπής που σχηματίζονται ψηλότερα από τη φωτόσφαιρα όπου η θερμοκρασία είναι μεγαλύτερη.

Στις αστρικές ατμόσφαιρες υπάρχουν άτομα και ιόντα που απορροφούν ακτινοβολία σε διακριτές συχνότητες. Το γεγονός ότι ένα άτομο ή ιόν απορροφά ακτινοβολία σε συγκεκριμένα μήκη κύματος είναι η πρωταρχική αιτία για το σχηματισμό των γραμμών απορρόφησης. Απορρόφηση ενέργειας συχνότητας ν συμβαίνει όταν ένα άτομο ή ιόν στην ατμόσφαιρα έχει δύο δέσμιες ενεργειακές στάθμες με ενεργειακή διαφορά $h\nu$. Με τον τρόπο αυτό το ρεύμα ακτινοβολίας που διαφεύγει από την αστρική ατμόσφαιρα χάνει φωτόνια με αποτέλεσμα να ελαττώνεται το ποσό της ακτινοβολίας που εκπέμπεται από τον αστέρα. Ένα φωτόνιο μπορεί να εκπεμφθεί πάλι σε κλάσμα δευτερολέπτου αργότερα, σε τυχαία διεύθυνση. Στη συνέχεια, μπορεί να προκαλέσει νέα απορρόφηση μέσα στην ατμόσφαιρα. Το φωτόνιο μπορεί να προκαλέσει, επίσης, απομάκρυνση δέσμιου

www.diavgeiospoks.gr

ηλεκτρονίου σε άτομο ή ιόν. Το ηλεκτρόνιο αυτό μπορεί να συγκρουστεί με άλλα σωματίδια με αποτέλεσμα να χάσει ή να κερδίσει ενέργεια. Όταν τελικά ενωθεί με κάποιο ιόν η ενέργεια που αποδίδεται είναι, γενικά, διαφορετικής συχνότητας από τη συχνότητα ν που είχε αρχικά. Σύμφωνα με τα παραπάνω οι φασματικές γραμμές αναμένεται να είναι οξείες, γεγονός που δε συμβαίνει στην πραγματικότητα καθώς οι γραμμές εμφανίζονται πολύ πλατύτερες από τη θεωρητική εκτίμηση.

Το φάσμα αποτελεί τη «γραφική παράσταση» της ακτινοβολιακής ροής F_λ ή F_ν ως συνάρτηση του μήκους κύματος λ ή της συχνότητας ν αντίστοιχα, και περιλαμβάνει τις φασματικές γραμμές.



Σχήμα 7.1: Απεικόνιση του σχήματος μίας τυπικής φασματικής γραμμής.

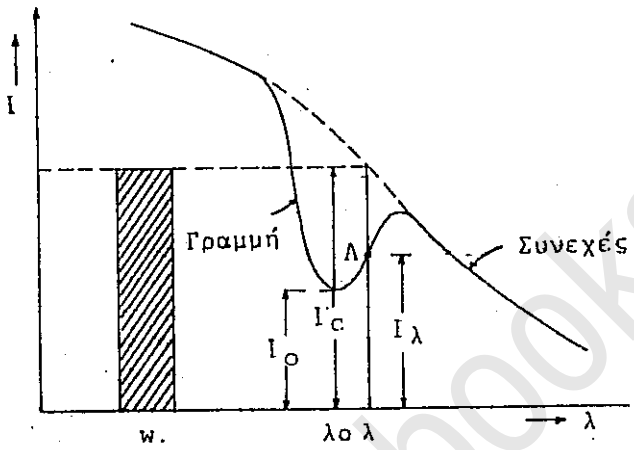
Στο σχήμα 7.1 η ακτινοβολιακή ροή στο σημείο όπου εμφανίζεται η γραμμή F_λ δίνεται ως

www.diavlos.gr

συνάρτηση της συνεχούς ροής του φάσματος εκτός της φασματικής γραμμής F_c. Η φασματική γραμμή χαρακτηρίζεται από την κεντρική περιοχή που βρίσκεται γύρω από το κεντρικό μήκος κύματος λ_0 και τις ανοδικές περιοχές που εμφανίζονται στα άκρα και ονομάζονται πτέρυγες.

Οι φασματικές γραμμές περιέχουν πλήθος πληροφοριών που αφορούν στη φυσική και χημική κατάσταση της φωτεινής πηγής. Οι πληροφορίες αυτές προκύπτουν μελετώντας τη θέση και το σχήμα κάθε φασματικής γραμμής. Από παρατηρήσεις δίνεται η κατανομή της έντασης ή της ροής ακτινοβολίας ως συνάρτηση της συχνότητας ή του μήκους κύματος για την περιοχή της φασματικής γραμμής. Γενικά, μία φασματική γραμμή χαρακτηρίζεται πλήρως από το σχήμα της το οποίο, είναι απλά και μόνο, η παρατηρούμενη κατανομή της ενέργειας συναρτήσει της συχνότητας ή του μήκους κύματος. Η κατανομή αυτή ονομάζεται προφίλ της γραμμής

www.diavgeorgis.gr



Σχήμα 7.2: Απεικόνιση του προφίλ μίας φασματικής γραμμής απορρόφησης.

και περιγράφεται από τη σχέση:

$$R_\nu = \frac{\mathrm{I}_c - \mathrm{I}_\nu}{\mathrm{I}_c} \text{ ή } R_\lambda = \frac{F_c - F_\lambda}{F_c} \quad (7.1).$$

Το προφίλ της γραμμής είναι στην πραγματικότητα μία σύνθεση άλλων απλούστερων προφίλ που οφείλονται στους διάφορους ξεχωριστούς μηχανισμούς που έχουν ήδη αναφερθεί.

Αξίζει να αναφερθεί η ιδιαίτερη επίδραση της σκέδασης στο προφίλ μίας φασματικής γραμμής. Στην περιοχή θερμοκρασιών της φωτόσφαιρας η επίδραση της σκέδασης στο συνεχές είναι ασήμαντη. Ωστόσο σε ορισμένες γραμμές, και κυρίως σ' αυτές που η κατώτερη στάθμη είναι η χαμηλότερη ενεργειακή στάθμη του ιόντος η επίδραση της σκέδασης στο προφίλ είναι σημαντική. Δηλαδή, οι γραμμές γίνονται βαθύτερες από τις θερμικές (φωτόνια σκεδάζονται από τη γραμμή στο

www.physbooks.gr

συνεχές) και επιπλέον, στο χείλος δεν εξαφανίζονται.

Ένα άλλο μέγεθος που χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό μίας φασματικής γραμμής είναι η ποσότητα: $\left(F_c - F_\lambda\right) \Big/ \left(F_c - F_{\lambda_0}\right) = \frac{1}{2}$ (7.2) που ονομάζεται ημιεύρος της γραμμής ή βάθος της γραμμής στο σημείο $\mathrm{A}(\Delta\nu)$ όπου $\Delta\nu = \nu - \nu_0$ η απόσταση από το κέντρο της γραμμής. και συμβολίζεται $(\Delta\lambda)_{1/2}$.

Το εμβαδόν που περικλείει το προφίλ της γραμμής ονομάζεται ισοδύναμο εύρος, δηλαδή, ως ισοδύναμο εύρος ορίζεται το σχετικό ποσό ακτινοβολίας που απορροφούν από το συνεχές τα άτομα που δημιουργούν τη γραμμή και δίνεται από τη σχέση:

$$W_\nu = \int_0^\infty R_\nu d\nu \text{ ή } W_\lambda = \int_0^\infty \frac{F_c - F_\lambda}{F_c} d\lambda \quad (7.3)$$

και εκφράζεται σε *mA*. Σχηματίζοντας ένα ορθογώνιο εμβαδού ισοδύναμου με το εμβαδόν του προφίλ και ύψος ίσο με τη μονάδα (ένταση συνεχούς) τότε το *W* είναι το πλάτος του ορθογωνίου αυτού σε *mA*, δηλαδή το *W* είναι το πλάτος μίας τελείως μαύρης, ορθογώνιας γραμμής απορρόφησης που έχει την ίδια ολική απορρόφηση με την πραγματική γραμμή και χαρακτηρίζει την ένταση της φασματικής γραμμής. Το ισοδύναμο πλάτος μίας γραμμής ενός στοιχείου εξαρτάται από

www.diavlos.books.gr

τη θερμοκρασία, την πίεση της επιφάνειας του αστέρα καθώς και από την αφθονία του στοιχείου. Ο προσδιορισμός του ισοδύναμου πλάτους, επομένως, έχει μεγάλη σημασία ειδικά για τον προσδιορισμό της αφθονίας του στοιχείου που δημιουργεί τη γραμμή. Επειδή το ποσοστό απορρόφησης ανά μονάδα όγκου είναι ανάλογο της ποσότητας ρk_λ της γραμμής, είναι αναμενόμενο το ισοδύναμο πλάτος W της γραμμής να αυξάνει κατά συνεχή τρόπο. Το W επηρεάζεται, κατά τον ίδιο τρόπο, από τους ακόλουθους δύο παράγοντες:

α) το N που είναι ο αριθμός των απορροφούμενων ατόμων ανά μονάδα επιφάνειας κατά μήκος της οπτικής ακτίνας

β) τον παράγοντα f που είναι γνωστός ως η ισχύς ατομικού ταλαντωτή. Ουσιαστικά το f είναι ο ενεργός αριθμός ηλεκτρονίων ανά άτομο που μπορεί να ταλαντώνεται ή να απορροφά ακτινοβολούμενη ενέργεια στο μήκος κύματος της γραμμής με αποτέλεσμα τη μετάσταση από μία ενεργειακή στάθμη σε άλλη. Το f, δηλαδή, είναι ο αριθμός των ενεργοποιημένων ηλεκτρονίων στο άτομο και είναι διαφορετικός για τις διάφορες συχνότητες που αντιστοιχούν στις διάφορες ενεργειακές μεταστάσεις και εξαρτάται από την πιθανότητα που έχει ένα ηλεκτρόνιο ορισμένης ενεργειακής στάθμης να μεταπέσει σε μία άλλη ορισμένη στάθμη επομένως, είναι συνδεδεμένο με τους συντελεστές Einstein.

www.diavgeiabooks.gr

7.2 Παράγοντες πλάτυνσης των φασματικών γραμμών

Οι παράγοντες που έχουν ως αποτέλεσμα την πλάτυνση των φασματικών γραμμών είναι:
-η φυσική ατομική απορρόφηση
-το φαινόμενο Doppler
-τα φαινόμενα σύγκρουσης
-η ύπαρξη μαγνητικών πεδίων.
Αναλυτικότερα:

7.2.1 Φυσική ατομική απορρόφηση (φυσική πλάτυνση)

Κατά την κλασσική φυσική η επίδραση του φωτός με άτομα είναι ανάλογη της επίδρασης ενός επίπεδου ηλεκτρομαγνητικού κύματος μ' ένα δίπολο. Το ηλεκτρόνιο και ο πυρήνας του ατόμου αποτελούν το δίπολο. Τα άτομα που απορροφούν στο αέριο είναι φορτισμένοι ταλαντωτές (δίπολα). Η απορρόφηση θα γίνει μόνο όταν υπάρξει συντονισμός, δηλαδή αν η συχνότητα του κύματος συμπέσει με τη συχνότητα περιστροφής του ηλεκτρονίου. Εφόσον υπάρχει ο συντονισμός, ο συντελεστής απορρόφησης έχει μορφή καμπύλης Lorentz που αποτελεί την παγκόσμια καμπύλη συντονισμού. Η καμπύλη αυτή περιγράφει την απόκριση οποιουδήποτε γραμμικού συστήματος σε μία ημιτονικά μεταβαλλόμενη εξωτερική δύναμη στην περιοχή συχνοτήτων συντονισμού, αρκεί να μη βρίσκεται κοντά καμία άλλη συχνότητα συντονισμού. Ωστόσο, σύμφωνα με την κλασσική μηχανική, η φυσική πλάτυνση οφείλεται στο ότι ένα ταλαντούμενο ηλεκτρόνιο, όπως ένας μηχανικός

www.tziolas.gr

ταλαντωτής, έχει απόκριση και σε επιβαλλόμενη συχνότητα «λίγο» διαφορετική από την ιδιοσυχνότητα του. Στη συχνότητα συντονισμού η απόκριση είναι μέγιστη, όμως, το άτομο αποκρίνεται και σε άλλες συχνότητες, κοντινές ως προς τη συχνότητα συντονισμού. Το παραπάνω φαινόμενο αιτιολογεί το ότι οι φασματικές γραμμές δεν είναι απόλυτα λεπτές αλλά εμφανίζουν πεπερασμένο εύρος. Η μαθηματική έκφραση του φαινομένου της φυσικής πλάτυνσης προκύπτει θεωρώντας ότι το άτομο που εκπέμπει ακτινοβολία είναι, από ορισμένες απόψεις, ανάλογο μ' ένα εκκρεμές που υπόκειται σε απόσβεση, επομένως, χρησιμοποιούνται τα μαθηματικά της θεωρίας των ταλαντώσεων και της ηλεκτρομαγνητικής θεωρίας. Ο συντελεστής απορρόφησης μάζας για τη γραμμή, μέσω του οποίου περιγράφεται μαθηματικά η φυσική πλάτυνση, δίνεται από τη σχέση:

$$k_\nu \rho = \frac{2\pi e^2}{mc} N_l \frac{\gamma}{(\omega - \omega_0)^2 + \left(\gamma/2\right)^2} \quad (7.4)$$

όπου e : το φορτίο του ηλεκτρονίου

m : η μάζα του ηλεκτρονίου

ω : η συχνότητα του κύματος

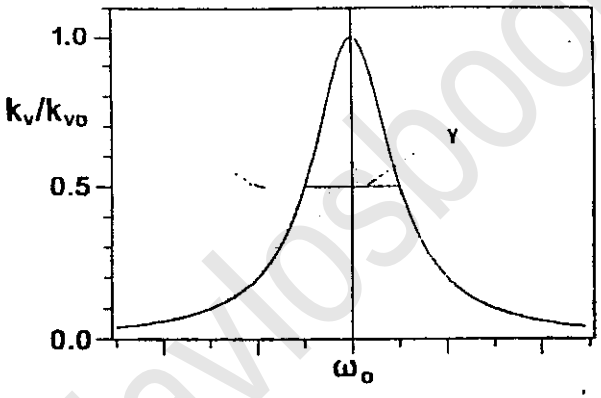
ω_0 : η ιδιοσυχνότητα του ηλεκτρονίου

γ :ο συντελεστής απόσβεσης που είναι το αντίστροφο του μέσου χρόνου ζωής στη δεδομένη διεγερμένη κατάσταση ($\gamma = 1/\mathrm{T}$), δηλαδή του χρόνου που απαιτείται για να μειωθεί η ενέργεια του

www.diavlos.gr

ταλαντούμενου διπόλου στο $1/e$ της μέγιστης τιμής της

N_l: ο αριθμός των ταλαντωτών ανά μονάδα όγκου που απορροφούν σε συχνότητες της γραμμής της οποίας το κέντρο είναι η συχνότητα ω_0.



Σχήμα 7.3: Απεικόνιση του συντελεστή απορρόφησης φασματικής γραμμής.

Γνωρίζοντας ότι $\omega = 2\pi\nu$, η (7.4) γράφεται:

$$k_\nu \rho = \frac{e^2}{mc} N_l \frac{\gamma/4\pi}{(\nu-\nu_0)^2 + \left(\gamma/4\pi\right)^2} \quad (7.5).$$

Με βάση την κβαντική μηχανική, η αρχή της αβεβαιότητας του Heisenberg γράφεται:

$$\Delta(\theta\acute{\varepsilon}\sigma\eta\varsigma)\Delta(o\rho\mu\acute{\eta}\varsigma) \sim h \rightarrow \left(\Delta x/v\right)\left(\Delta m v^2\right) \sim h,$$

δηλαδή, σύμφωνα με την αρχή της αβεβαιότητας

www.diavlospooks.gr

εάν ένα άτομο σε δεδομένη στάθμη έχει χρόνο ζωής Δt, η στάθμη πρέπει να έχει απαραίτητα εύρος ΔE τέτοιο ώστε : $\Delta E \Delta t \sim h$. Ο χρόνος ζωής για τη θεμελιώδη κατάσταση είναι πολύ μεγάλος γι' αυτό το ΔE είναι πολύ μικρό και η στάθμη πολύ λεπτή. Για διεγερμένη στάθμη, όμως, για την οποία $\Delta t \approx 10^{-8}\,\text{sec}$ το ΔE θα είναι σχετικά μεγάλο. Σύμφωνα με την κβαντομηχανική θεωρία, η σταθερά απόσβεσης Γ άλλοτε είναι ίση με τη σταθερά απόσβεσης γ της κλασσικής μηχανικής και άλλοτε όχι. Η διαφορά μεταξύ της κλασσικής εξήγησης του φαινομένου της φυσικής πλάτυνσης και της κβαντικής ερμηνείας του οφείλεται στο ότι για την κλασσική θεωρία η σταθερά απόσβεσης γ είναι ίδια για όλες τις μεταπτώσεις του ηλεκτρονίου, ενώ για την κβαντική η σταθερά απόσβεσης Γ είναι συνάρτηση της πιθανότητας μετάπτωσης, γεγονός αναμενόμενο καθώς η πιθανότητα μετάπτωσης εξαρτάται από το χρόνο παραμονής του ηλεκτρονίου στη στάθμη.

Στην κβαντομηχανική θεώρηση ο συντελεστής απορρόφησης έχει τη μορφή:

$$k_\nu \rho = \frac{2\pi e^2}{mc} N_l f_{lu} \frac{\Gamma_{lu}/2}{\left(\omega - \omega_{lu}\right)^2 + \left(\Gamma_{lu}/2\right)^2} \text{ ή}$$

$$k_\nu \rho = \frac{e^2}{mc} N_l f_{lu} \frac{\Gamma_{lu}/4\pi}{\left(\nu - \nu_{lu}\right)^2 + \left(\Gamma_{lu}/4\pi\right)^2} \quad (7.6)$$

όπου $\Gamma_{lu} = \Gamma_l + \Gamma_u$.

www.oaths.gr

Η παραπάνω σχέση διαφέρει ως προς την (7.5) μόνο κατά τον παράγοντα f_{lu}. Το f_{lu} είναι η ισχύς του αρμονικού ταλαντωτή (f value) για τη μετάπτωση από τη στάθμη l στη στάθμη u. Η ισχύς του αρμονικού ταλαντωτή είναι διαφορετική σε κάθε στάθμη και σχετίζεται με την ατομική πιθανότητα μετάπτωσης B_{lu}.

Επίσης, ισχύει:

$$\Gamma_l = \frac{1}{\mathrm{T}} \rightarrow \mathrm{T} = \frac{1}{\Gamma_l} \quad (7.7)$$

όπου T: ο χρόνος ζωής της στάθμης.

Γ_l: ο ρυθμός αποπληθυσμού της στάθμης και είναι ο χρόνος αποπληθυσμού, δηλαδή το άθροισμα όλων των ρυθμών των διαδικασιών που απομακρύνουν ηλεκτρόνια από τη στάθμη και δίνεται

$$\Gamma_l = \sum_{m<l/\,\text{εκπομπή}} A_{lm} + \sum_{k>l/\,\text{απορρόφηση}} B_{lk}\mathrm{I}_\nu + \sum_{m<l/\,\text{εξ.εκπομπή}} B_{lm}\mathrm{I}_\nu +$$

όροι συγκρούσεων (7.8).

Προκύπτει $\Gamma \approx 10^8 / \sec \rightarrow \Delta\lambda \approx 10^{-2} A.$

Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι σύμφωνα με την αρχή της αβεβαιότητας του Heisenberg για ένα διεγερμένο ηλεκτρόνιο που καταλαμβάνει τη δεδομένη στάθμη για $\Delta t \ll$ η ενέργεια χαρακτηρίζεται από ποσό αβεβαιότητας: $\Delta E \approx \frac{h}{2\pi\Delta t}$. Το ηλεκτρόνιο έχει δυνατότητα για οποιαδήποτε μετάπτωση απορροφώντας ή εκπέμποντας φωτόνια ενώ ταυτόχρονα προσδίδει αβεβαιότητα στο

www.diavlosbooks.gr

αντίστοιχο μήκος κύματος του φωτονίου η οποία, με βάση τη σχέση $E_{photon} = hc/\lambda$, δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta\lambda \approx \frac{\lambda^2}{2\pi c}\left(\frac{1}{\Delta t_{in}} + \frac{1}{\Delta t_f}\right) \quad (7.9)$$

όπου Δt_{in}: ο χρόνος παραμονής του ηλεκτρονίου στην αρχική στάθμη

Δt_f: ο χρόνος παραμονής του ηλεκτρονίου στην τελική στάθμη.

Στην περίπτωση αυτή το ημιεύρος της γραμμής δίνεται από τη σχέση:

$(\Delta\lambda)_{1/2} = \frac{\lambda^2}{\pi c}\frac{1}{\Delta t_0}$ όπου Δt_0: ο μέσος χρόνος παραμονής του ηλεκτρονίου από μία στάθμη μέχρι να επιστρέψει στην αρχική. Για το αποτέλεσμα αυτό ισχύει: $(\Delta\lambda)_{1/2} \approx 2.4 \cdot 10^{-4} A$.

7.2.2 Θερμική διεύρυνση (Doppler)

Το φαινόμενο Doppler, το οποίο οφείλεται στις θερμικές κινήσεις ατόμων ή ιόντων, παρέχει έναν άλλο μηχανισμό με τον οποίο μπορεί να διευρυνθεί μία φασματική γραμμή. Τα άτομα ή τα ιόντα ενός αερίου κινούνται με άτακτο τρόπο. Λόγω της άτακτης θερμικής κίνησης μερικά άτομα ή ιόντα κινούνται προς τον παρατηρητή και μερικά απομακρύνονται από αυτόν. Κάθε άτομο ή ιόν έχει μία συνιστώσα ταχύτητας κατά τη διεύθυνση παρατήρησης που οφείλεται στη θερμική του κίνηση. Τα απομακρυνόμενα από τον παρατηρητή

www.kiavosbooks.gr

σωματίδια απορροφούν σε μήκη κύματος ελαφρώς μεγαλύτερα από το μήκος κύματος λ του κέντρου της γραμμής ενώ τα σωματίδια που πλησιάζουν τον παρατηρητή απορροφούν σε μήκη κύματος ελαφρώς μικρότερα από το λ. Η ακτινική ταχύτητα (u_r) των σωματιδίων προκαλεί μία μετατόπιση Doppler στο μήκος κύματος λ της γραμμής που εκπέμπεται ή απορροφάται από τα άτομα ίση με:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{u_r}{c} \quad (7.10).$$

Η κατανομή των $\Delta\lambda(\Delta\nu)$ δίνει τη μορφή του συντελεστή απορρόφησης αλλά επειδή τα $\Delta\lambda$, u_r είναι ανάλογα μπορεί, απλά, να χρησιμοποιηθεί η κατανομή των ατομικών ταχυτήτων u_r για τον αριθμό των ιόντων με μάζα M και ταχύτητα μεταξύ u_r και $u_r + du_r$. Προκύπτει:

$$\frac{dN}{N} = f(u_r)du_r = \left(\frac{M}{2\pi kT}\right)^{1/2} e^{-Mu_r^2/2kT} du_r \quad (7.11).$$

Η ενεργός διατομή για ένα ιόν με μετάθεση Doppler δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha_\nu = \frac{e^2}{mc} f \frac{\Gamma/4\pi}{(\nu - \nu_0 - \Delta\nu)^2 + \left(\Gamma/4\pi\right)^2} \quad (7.12).$$

Για τη συνολική ενεργό διατομή, που προκύπτει ολοκληρώνοντας πάνω σε όλες τις ταχύτητες, προκύπτει:

www.diavlosbooks.gr

$$\alpha_\nu = \frac{e^2}{mc} f \frac{\Gamma}{2\pi}\left(\frac{M}{2\pi kT}\right)^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-Mu_r^2/2kT}}{(\nu-\nu_0-\Delta\nu)^2+\left(\Gamma/4\pi\right)^2} du_r$$

$$(7.13).$$

Η μέση θερμική ταχύτητα των ιόντων δίνεται από τη σχέση:

$$u_{th} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (7.14).$$

Για την απλούστευση των σχέσεων γίνονται οι εξής μετασχηματισμοί:

a) $\Delta\nu_D = \frac{\nu_0}{c} u_{th} = \frac{\nu_0}{c}\sqrt{\frac{2kT}{m}}$ (εύρος Doppler)

b) $y = \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_D} = \nu_0 \frac{u_r}{c} \frac{1}{\Delta\nu_D} = \left(\frac{M}{2kT}\right)^{1/2} u_r$

c) $u = \frac{\nu-\nu_0}{\Delta\nu_0}$

d) $a = \frac{\Gamma}{4\pi}\frac{1}{\Delta\nu_D}$ (παράγοντας απόσβεσης).

Αντικαθιστώντας στην (7.13) προκύπτει:

$$a_\nu = a_0 H(\alpha,u) \quad (7.15)$$

$$\text{όπου: } a_0 = \frac{\pi e^2}{mc} f \frac{1}{\Delta\nu_D\sqrt{\pi}} \quad (7.16)$$

$$\text{και: } H(\alpha,u) = \frac{\alpha}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-y^2}}{\alpha^2+(u-y)^2} dy \quad (7.17).$$

www.diavlosbooks.gr

Η συνάρτηση $H(\alpha,u)$ αποτελεί τη συνάρτηση Voigt. Η συνάρτηση αυτή για μικρό u (μεγάλο εύρος Doppler) κοντά στο κέντρο της γραμμής έχει τη μορφή Gauss ενώ στις πτέρυγες έχει τη μορφή Lorentz:

$$H(\alpha,u)=e^{-u^2}+\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}\mu^2} \quad (7.18).$$

Το κεντρικό μέρος της γραμμής εξαρτάται από τη μάζα του ιόντος και τη θερμοκρασία.

Με δεδομένο ότι η κατανομή της μετατόπισης $\Delta\lambda$ δίνει το σχήμα του συντελεστή απορρόφησης που οφείλεται στη θερμική κίνηση των ιόντων και θεωρώντας ότι ισχύουν οι συνθήκες Τ.Θ.Ι. τότε η κατανομή των ταχυτήτων των σωματιδίων ακολουθεί την κατανομή Maxwell οπότε ο αριθμός των σωματιδίων που κινούνται με ταχύτητες μεταξύ u_x και u_x+du_x ως προς τον ολικό αριθμό σωματιδίων δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{dN(u_x)}{N}=\left[\frac{m}{2\pi kT}\right]^{1/2} e^{-mu_x^2/2kT}du_x \quad (7.19)$$

όμως, $\frac{1}{2}\left(mu_0^{\,2}\right)=kT \rightarrow u_0^{\,2}=2kT/m$ όπου u_0: η πιθανότερη ταχύτητα των σωματιδίων που αντιστοιχεί στο μέγιστο της κατανομής $N(u)$. Συμβολίζοντας με u_r τη συνιστώσα της ταχύτητας των σωματιδίων κατά τη διεύθυνση της οπτικής ακτίνας τότε προκύπτει:

$$\frac{dN(u_r)}{N}=\frac{1}{u_0\sqrt{\pi}}e^{-\left(u_r/u_0\right)^2}du_r \quad (7.20)$$

www.diavlos.gr

όπου η ταχύτητα u_0 αντιστοιχεί στο κέντρο της γραμμής ενώ η ταχύτητα των σωματιδίων που αντιστοιχεί σ' ένα τυχαίο σημείο της γραμμής είναι: $u_r = u_0 + du_r$.

Επομένως, λόγω της ταχύτητας u_0 υπάρχει μετατόπιση της γραμμής κατά $\Delta\lambda_0$ προς μικρότερα ή μεγαλύτερα μήκη κύματος, ενώ λόγω της du_r εμφανίζεται πλάτυνση της γραμμής κατά $\Delta\lambda_D$. Άρα, η ολική μετατόπιση $\Delta\lambda$ που αντιστοιχεί στην ταχύτητα u_r είναι: $\Delta\lambda = \Delta\lambda_D + \Delta\lambda_0$.

Η πλάτυνση φασματικής γραμμής λόγω του φαινομένου Doppler δίνεται από την σχέση:

$$\Delta\lambda_D = \frac{u_D}{c}\lambda = \frac{\lambda}{c}\left[\frac{2kT}{m}\right]^{1/2} = 7.16\cdot 10^{-7}\lambda\left[\frac{T}{m}\right]^{1/2} \quad (7.21)$$

όπου u_D: η διασπορά των ταχυτήτων που είναι περίπου ίση με την u_0 ($u_D = 1.042u_0$)

m: το μοριακό βάρος του στοιχείου που προκαλεί τη γραμμή.

Αντίστοιχα, για τη συχνότητα:

$$\Delta\nu_D = \frac{u_0}{c}\nu = \frac{\nu}{c}\left[\frac{2kT}{m}\right]^{1/2} = 7.16\cdot 10^{-7}\nu\left[\frac{T}{m}\right]^{1/2} \quad (7.22)$$

.

www.diavlos.gr

Η κατανομή $\Delta\lambda$, σύμφωνα με την εξίσωση (7.20) και την εξίσωση Doppler για τις ταχύτητες u_r και u_0 είναι:

$$\frac{dN}{N} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{\left[-\left(\frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda_0}\right)^2\right]} d\left(\frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda_0}\right) \quad (7.23).$$

Συμβολίζοντας με a τον ατομικό συντελεστή απορρόφησης αποδεικνύεται ότι ισχύει:

$$\int_0^\infty a d\nu = \frac{\pi e^2}{mc} f \quad (7.24).$$

Αυτό το ποσό ενέργειας είναι η ενέργεια ανά $\sec \cdot atom \cdot rad^2 \cdot c / \sec$ που απορροφάται από όλη τη γραμμή, από την ακτινοβολία μοναδιαίας έντασης I_ν και f η ισχύς του ταλαντωτή:

$$\int_0^\infty a d\lambda = \frac{\pi e^2}{mc} f \frac{\lambda^2}{c} \quad (7.25).$$

Επομένως, η ολική ενέργεια που αφαιρείται ανά άτομο, από ακτινοβολία μοναδιαίας ενέργειας ισούται με:

$$f\left(\pi e^2 / mc\right) \text{ ή } f\left(\pi e^2 / mc\right)\left(\lambda^2 / c\right).$$

Άρα, σε κάθε σημείο της φασματικής γραμμής η απορροφούμενη ενέργεια θα είναι η παραπάνω ενέργεια πολλαπλασιασμένη με το λόγο του αριθμού των ατόμων που προκαλούν την απορρόφηση σ' ένα σημείο της γραμμής προς τον ολικό αριθμό ατόμων που προκαλούν τη φασματική γραμμή dN/N, και είναι συνάρτηση του ν ή του λ.

www.ClassicBooks.gr

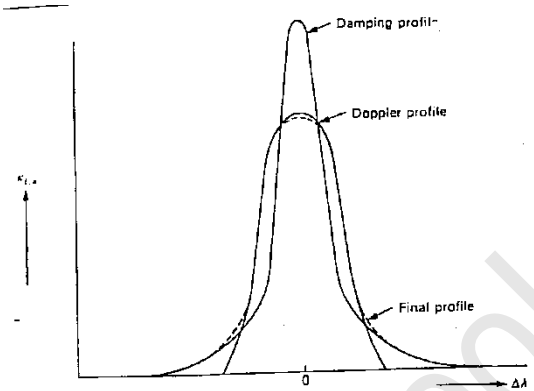
Ο ατομικός συντελεστής απορρόφησης, για την πλάτυνση δεδομένης φασματικής γραμμής, λόγω φαινομένων Doppler δίνεται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$k_\lambda \rho = \frac{\sqrt{\pi} e^2}{mc} f \frac{\lambda^2}{c} \frac{1}{\Delta\lambda_0} e^{-\left(\Delta\lambda / \Delta\lambda_0\right)^2} \quad (7.26)$$

$$k_\nu \rho = \frac{\sqrt{\pi} e^2}{mc} f \frac{1}{\Delta\nu_0} e^{-\left(\Delta\nu / \Delta\nu_0\right)^2} \quad (7.27).$$

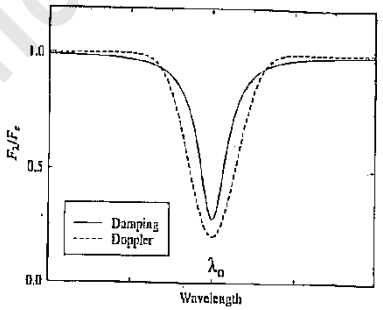
Ωστόσο η πλάτυνση λόγω του φαινομένου Doppler μπορεί να οφείλεται σε οποιαδήποτε κίνηση των σωματιδίων και όχι μόνο στη θερμική. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να παρατηρείται πλάτυνση μίας γραμμής στην περίπτωση ανοδικών κινήσεων σε μία αστρική ατμόσφαιρα, απομάκρυνση ή προσέγγιση μίας πηγής ή ακόμα και περιστροφής του παρατηρούμενου αντικειμένου. Στις παραπάνω περιπτώσεις δεν ισχύει η Τ.Θ.Ι. και κατ' επέκταση ούτε η κατανομή ταχυτήτων Maxwell που απλουστεύει τη μελέτη του προβλήματος. Επιπλέον, η πλάτυνση λόγω θερμικών κινήσεων είναι η σημαντικότερη και παρατηρείται σε κάθε περίπτωση.

www.stavrospapadopoulos.gr



Σχήμα 7.4: Στο τελικό προφίλ της γραμμής (Voight profile) συμμετέχουν στη διαμόρφωση του πυρήνα της γραμμής η πλάτυνση λόγω φαινομένου Doppler (Doppler profile) ενώ στη διαμόρφωση των πτερύγων η φυσική πλάτυνση (Damping profile).

Στο τελικό προφίλ της γραμμής (Voigt profile) στη διαμόρφωση του πυρήνα της γραμμής συμμετέχει η πλάτυνση λόγω φαινομένου Doppler ενώ στη διαμόρφωση των πτερύγων η φυσική πλάτυνση.



Σχήμα 7.5: Σχηματική απεικόνιση του πως επηρεάζει η φυσική πλάτυνση και η πλάτυνση Doppler το σχηματισμό του προφίλ μίας φασματικής γραμμής. Οι δύο παραπάνω γραμμές είναι σχεδιασμένες έτσι ώστε να έχουν το ίδιο ισοδύναμο πλάτος.

www.diavlos.gr

7.2.3 Πλάτυνση λόγω πίεσης (ή πλάτυνση λόγω φαινομένων συγκρούσεων)

Ένας τρίτος ενδιαφέρων τύπος μηχανισμού για τις ηλιακές γραμμές εισάγει την επίδραση των γειτονικών ατόμων, ιόντων ή ηλεκτρονίων πάνω στα σωμάτια που απορροφούν ή εκπέμπουν. Τα γειτονικά σωματίδια μπορεί να είναι ηλεκτρόνια, ιόντα, άτομα του ίδιου στοιχείου όπως τα άτομα που προκαλούν την απορρόφηση ή ακόμη και μόρια (όπως στην περίπτωση των ψυχρών αστέρων). Επειδή το φαινόμενο αυτό αυξάνει την πίεση ονομάζεται «πλάτυνση λόγω πίεσης» και είναι ενδιαφέρον μηχανισμός στην ατμόσφαιρα, στη χαμηλή χρωμόσφαιρα και πιθανόν στις εκλάμψεις.

Το φαινόμενο συνίσταται στη διατάραξη των ενεργειακών σταθμών των ατόμων από την ύπαρξη εξωτερικών ηλεκτρικών δυνάμεων, δηλαδή από την ύπαρξη γειτονικών σωματιδίων και έτσι δεν υπάρχει πλέον ορισμένη ενεργειακή διαφορά μεταξύ δύο διαδοχικών ενεργειακών σταθμών με αποτέλεσμα οι γραμμές να παρουσιάζονται πεπλατυσμένες. Έτσι, αν ένα σωμάτιο με ηλεκτρονικό πεδίο περάσει κοντά από ένα άτομο οι ενεργειακές στάθμες του ατόμου διαταράσσονται και μετατοπίζεται ελαφρά το μήκος κύματος ενός απορροφούμενου η εκπεμπόμενου φωτονίου. Αυτή η στιγμιαία μετατόπιση μήκους κύματος μπορεί να προσεγγιστεί από τη σχέση:

$$\Delta\lambda = \frac{C}{r^m} \quad (7.28)$$

όπου r: η απόσταση μεταξύ του ατόμου και του διαταράσσοντος σωματιδίου

www.stavrosbooks.gr

c: μία σταθερά που ορίζει την ένταση της επίδρασης και το m ορίζεται από τον τύπο της ηλεκτροστατικής επίδρασης ατόμου και διαταράσσοντος σωματιδίου και παίρνει τιμή 2 ή 4 ανάλογα με το αν το ηλεκτρικό πεδίο είναι πεδίο Coulomb ή όχι αντίστοιχα.
m: σταθερά που στην περίπτωση που τα σωματίδια που προκαλούν τη διαταραχή είναι του ίδιου στοιχείου όπως τα άτομα που προκαλούν την απορρόφηση τότε $m = 3$ ενώ για άτομα διαφορετικού στοιχείου $m = 6$.
Ενδεικτικά αναφέρεται ότι για την περίπτωση αλληλεπίδρασης μεταξύ διεγερμένου ηλεκτρονίου και ιόντος το οποίο, λόγω της ύπαρξης του ηλεκτρονίου, εμφανίζεται το φαινόμενο Stark και πλάτυνση λόγω αυτού του φαινομένου.

7.2.4 Διεύρυνση Zeeman

Ο μηχανισμός αυτός οφείλεται στην ύπαρξη μαγνητικών πεδίων. Το μαγνητικό πεδίο προκαλεί το διαχωρισμό της φασματικής γραμμής σε συνιστώσες. Αν, όμως, το πεδίο είναι χαμηλής έντασης ο διαχωρισμός είναι μικρός και σαν αποτέλεσμα παρατηρείται μία περαιτέρω διεύρυνση της γραμμής. Λόγω αυτού του φαινομένου δεν εμφανίζεται πραγματική πλάτυνση αλλά «διαχωρισμός» της γραμμής, που παρουσιάζεται ως πλάτυνση και οφείλεται στο διαχωρισμό των ενεργειακών σταθμών λόγω του μαγνητικού πεδίου.

www.ziovlosbooks.gr

7.3 Εξίσωση διάδοσης της ακτινοβολίας στη γραμμή

Η περιγραφή του τρόπου με τον οποίο σχηματίζεται μία φασματική γραμμή απαιτεί τη λύση του προβλήματος διάδοσης ακτινοβολίας για τη συγκεκριμένη περιοχή όπου εμφανίζεται η γραμμή. Πρέπει, δηλαδή, η εξίσωση διάδοσης, που ήδη έχει αναφερθεί, για το συνεχές να διαμορφωθεί έτσι ώστε να συμπεριλάβει τη γραμμή και να προσδιοριστεί η λύση της λαμβάνοντας υπόψη όλους τους μηχανισμούς της ακτινοβολίας. Η εξίσωση διάδοσης, όπως έχει δοθεί, είναι:

$$\mu \frac{d\mathrm{I}_\nu}{dz} = -k_\nu \rho \mathrm{I}_\nu + j_\nu \rho \quad (7.29).$$

Λαμβάνοντας υπόψη όλους τους μηχανισμούς για το συνεχές και τη γραμμή, ο συντελεστής απορρόφησης γράφεται:

$$k_\nu = \kappa_\nu + \sigma_\nu + l_\nu \quad (7.30)$$

όπου κ_ν: η καθαρή απορρόφηση στο συνεχές

σ_ν: η σκέδαση στο συνεχές

l_ν: η απορρόφηση στη γραμμή.

Ο συντελεστής εκπομπής γράφεται:

$$j_\nu = j_\nu^{\theta\varepsilon\rho} + j_\nu^{\sigma\kappa\varepsilon\delta} \quad (7.31)$$

όπου $j_\nu^{\theta\varepsilon\rho}$: οφείλεται στο θερμικό φαινόμενο

$j_\nu^{\sigma\kappa\varepsilon\delta}$: οφείλεται στη σκέδαση.

Συνολικά προκύπτει:

$$j_\nu = j_{\nu c}^{\theta\varepsilon\rho} + j_{\nu l}^{\theta\varepsilon\rho} + j_{\nu c}^{\sigma\kappa\varepsilon\delta} + j_{\nu l}^{\sigma\kappa\varepsilon\delta} \quad (7.32)$$

όπου ο δείκτης c αναφέρεται στο συνεχές και ο δείκτης l στη γραμμή.

www.diavlosbooks.gr

Εφόσον υπάρχει ισορροπία θα ισχύει ότι η απορρόφηση ισούται με την εκπομπή άρα προκύπτει:

$$k_\nu \rho \mathrm{I}_\nu dx = j_\nu^{\theta\varepsilon\rho} \rho dx \to \mathrm{I}_\nu = \frac{j_\nu^{\theta\varepsilon\rho}}{k_\nu} = S_\nu \quad (7.33)$$

αλλά σε Τ.Θ.Ι. ισχύει:

$$S_\nu = \mathrm{B}_\nu \quad (7.34)$$

$$j_{\nu c}^{\theta\varepsilon\rho} = k_\nu \mathrm{B}_\nu \quad (7.35)$$

$$j_{\nu l}^{\theta\varepsilon\rho} = \varepsilon l_\nu \mathrm{B}_\nu \quad (7.36)$$

όπου ε : το ποσοστό της καθαρής απορρόφησης.

Επίσης, ισχύει:

$$j_{\nu c}^{\sigma\kappa\varepsilon\delta} = \sigma_\nu J_\nu \quad (7.37)$$

$$j_{\nu l}^{\sigma\kappa\varepsilon\delta} = (1-\varepsilon)\mathrm{I}_\nu J_\nu \quad (7.38)$$

όπου J_ν η μέση ένταση της ακτινοβολίας.

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση διάδοσης (7.29) προκύπτει:

$$\mu \frac{d\mathrm{I}}{dz} = -(\kappa + \sigma + l_\nu)\rho \mathrm{I}_\nu + \kappa\rho \mathrm{B}_\nu + \varepsilon l_\nu \rho \mathrm{B}_\nu + \sigma\rho J_\nu + (1-\varepsilon) l_\nu \rho J_\nu$$

$$(7.39)$$

όπου οι δείκτες συχνότητας στο συνεχές μπορούν να παραλειφθούν καθώς στη στενή περιοχή της γραμμής η συχνότητα είναι πρακτικά σταθερή.

Το οπτικό βάθος στη γραμμή ορίζεται από τη σχέση:

$$d\tau_\nu = -(\kappa + \sigma + l_\nu)\rho dz \quad (7.40)$$

www.diavlosbooks.gr

οπότε αντικαθιστώντας στην (7.39) προκύπτει:

$$\mu \frac{d\mathrm{I}_\nu}{d\tau_\nu} = \mathrm{I}_\nu - \frac{\kappa + \varepsilon l_\nu}{\kappa + \sigma + l_\nu} B_\nu - \frac{\sigma + (1-\varepsilon) l_\nu}{\kappa + \sigma + l_\nu} J_\nu \quad (7.41)$$

και θέτοντας:

$$\lambda_\nu = \frac{\kappa + \varepsilon l_\nu}{\kappa + \sigma + l_\nu} \quad (7.42)$$

τότε

$$\frac{\sigma + (1-\varepsilon) l_\nu}{\kappa + \sigma + l_\nu} = 1 - \lambda_\nu \, (7.43)$$

οπότε η εξίσωση διάδοσης παίρνει τη μορφή:

$$\mu \frac{d\mathrm{I}_\nu}{d\tau_\nu} = \mathrm{I}_\nu - \lambda_\nu \mathrm{B}_\nu - (1-\lambda_\nu) J_\nu \quad (7.44).$$

Η εξίσωση αυτή ονομάζεται Milne-Eddington και υπάρχουν δύο μοντέλα για τη λύση της.

A_1) Μοντέλο Schuster-Schwarzchild

Στο μοντέλο αυτό θεωρείται δεδομένο ότι ο τρόπος που σχηματίζεται το συνεχές είναι διαφορετικός από τον τρόπο που σχηματίζεται η γραμμή. Το συνεχές σχηματίζεται σε στρώμα της ατμόσφαιρας εσωτερικό και πυκνότερο (φωτόσφαιρα) ενώ το γραμμικό σχηματίζεται σ' ένα πολύ λεπτό εξωτερικό στρώμα (ανατρεπτική στιβάδα) πάνω από τη φωτόσφαιρα, ψυχρότερο στο οποίο δεν δημιουργείται αξιοσημείωτη συνεχής απορρόφηση. Η ανατρεπτική στιβάδα θεωρείται διαφανής για κάθε μήκος κύματος εκτός των περιοχών των γραμμών απορρόφησης. Η προσέγγιση αυτή είναι αρκετά καλή στην περίπτωση

www.ebooks.gr

που στο φάσμα του αστέρα υπάρχουν γραμμές που οφείλονται σε σωματίδια τα οποία, λόγω συνθηκών, μπορούν να υπάρξουν μόνο στα υψηλότερα, ψυχρότερα στρώματα της φωτόσφαιρας όπως τα μόρια και τα ουδέτερα άτομα που έχουν χαμηλά δυναμικά ιονισμού. Στο μοντέλο Schuster-Schwarzchild για την $B_\nu(\tau)$ ισχύει:

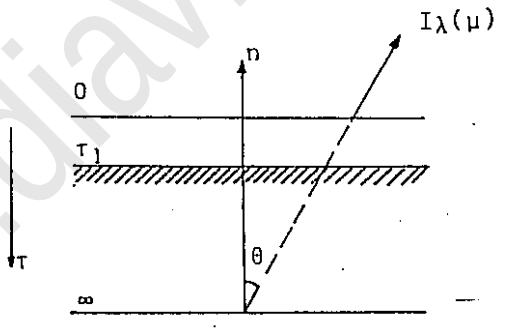
i) $B_\nu(\tau) = B_0$ για $0 < \tau < \tau_1$ (7.45)

ii) $B_\nu(\tau) = B_0(1 + B_0(\tau - \tau_1))$ για $\tau > \tau_1$ (7.46)

και, τελικά, προκύπτει:

$$I_\nu = B_0\left(1 + B_0 \mu e^{-\tau_1/\mu}\right) \quad (7.47).$$

Η χρωμόσφαιρα, όπως προκύπτει από τις εκλείψεις, μόνο εκπέμπει, δεν απορροφά. Το παραπάνω μοντέλο δεν είναι ρεαλιστικό.



Σχήμα 7.6: Βοηθητικό σχήμα για τη λύση της εξίσωσης διάδοσης στη γραμμή με βάση το μοντέλο Schuster-Schwarzchild.

www.diavlosbooks.gr

B_1) Μοντέλο Milne-Eddington

Στην περίπτωση όπου οι γραμμές που εμφανίζονται στο φάσμα του αστέρα οφείλονται σε ιόντα απαιτούνται υψηλότερες θερμοκρασίες και το μοντέλο Milne-Eddington δίνει καλύτερη προσέγγιση. Η υπόθεση ότι τόσο το συνεχές όσο και το γραμμικό φάσμα προέρχονται από το ίδιο στρώμα της ατμόσφαιρας αποτελεί τη βάση του μοντέλου αυτού. Η μορφή του φάσματος οφείλεται στη διαφορά του συντελεστή απορρόφησης στο συνεχές και στη γραμμή απορρόφησης και ο λόγος του συντελεστή απορρόφησης στη γραμμή προς το συντελεστή απορρόφησης στο συνεχές είναι ανεξάρτητος του οπτικού βάθους, δηλαδή ισχύει:

$$n_\nu = \frac{l_\nu}{k_\nu} = const \ (7.48).$$

Για τη λύση της εξίσωσης διάδοσης για την προσέγγιση Milne-Eddington η συνάρτηση πηγής θεωρείται ότι έχει γραμμική εξάρτηση από το οπτικό βάθος του συνεχούς, δηλαδή θεωρείται ότι ισχύει: $S_\nu = a + b\tau_c \ (7.49)$

και $\tau_\nu = \int \frac{l_\nu + k_c}{k_c} d\tau_c \ (7.50)$ διότι:

$$\frac{d\tau_\nu}{d\tau_c} = \frac{(k_c + l_\nu)\rho dx}{k_c \rho dx} \rightarrow d\tau_\nu = \frac{k_c + l_\nu}{k_c} d\tau_c = \left(1 + \frac{l_\nu}{k_c}\right) d\tau_c$$

.

www.diavgeiakis.gr

Όμως, για το μοντέλο ισχύει: $n_\nu = \frac{l_\nu}{k_\nu} = const$ και ανεξάρτητο του οπτικού βάθους οπότε η (7.50) γράφεται: $\tau_\nu = \frac{k_c + l_\nu}{k_c}\tau_c \to \tau_c = \frac{\tau_\nu}{1+n_\nu}$ (7.51).

Θεωρώντας καθαρά θερμική περίπτωση οπότε: $\mathrm{I}_\nu = S_{c\nu} = \mathrm{B}_\nu(T)$ (7.52) και καθώς η απορρόφηση ισούται με την εκπομπή:

$$k_\nu \rho \mathrm{I}_\nu dz = j_\nu^{\theta\varepsilon\rho}\rho dz \to k_\nu \mathrm{I}_\nu = j_\nu^{\theta\varepsilon\rho} \to \mathrm{I}_\nu = \frac{j_\nu^{\theta\varepsilon\rho}}{k_\nu} = S_\nu = \mathrm{B}_\nu(T)$$

$$(7.53)$$

οπότε:

$$\mathrm{B}_\nu(\tau_\nu) = a + \frac{b\tau_\nu}{1+n_\nu} \quad (7.54).$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση διάδοσης:

$$\mu\frac{d\mathrm{I}_\nu}{d\tau_\nu} = \mathrm{I}_\nu - \lambda_\nu \mathrm{B}_\nu - (1-\lambda_\nu)J_\nu \quad (7.55),$$

για $\varepsilon = 1$ και $\sigma = 0 \to \lambda_\nu = 1$ και προκύπτει:

$$\mu\frac{d\mathrm{I}_\nu}{d\tau_\nu} = \mathrm{I}_\nu - \mathrm{B}_\nu \quad (7.56).$$

Ολοκληρώνοντας την παραπάνω σχέση:

$$\mathrm{I}_\nu(0,\mu) = a + \frac{b\mu}{1+n_\nu} \quad (7.57)$$

και στο συνεχές:

$$\mathrm{I}_c(0,\mu) = a + b\mu \quad (7.58).$$

Από τις σχέσεις (7.57), (7.58) προκύπτει:

www.diavlospoors.gr

$$\frac{\mathrm{I}_\nu}{\mathrm{I}_c} = \frac{a + b\mu \big/ 1 + n_\nu}{a + b\mu} \quad (7.59)$$

και για το προφίλ:

$$R_\nu(0,\mu) = \frac{\mathrm{I}_c - \mathrm{I}_\nu}{\mathrm{I}_\nu} = \frac{b\mu}{a + b\mu} \frac{n_\nu}{1 + n_\nu} \quad (7.60).$$

Από τη σχέση (7.60) προκύπτει ότι με $b > 0$ περιγράφεται η γραμμή απορρόφησης και με $b < 0$ γραμμή εκπομπής. Αυτό είναι ένα αποτέλεσμα του ότι στο κέντρο της γραμμής είναι ορατά υψηλότερα στρώματα της ατμόσφαιρας καθώς αυξάνει η τιμή του συντελεστή απορρόφησης.

Αν η θερμοκρασία ελαττώνεται συναρτήσει του ύψους, όπως συμβαίνει στη φωτόσφαιρα, στα ανώτερα στρώματα η ακτινοβολία ελαττώνεται και επομένως παρουσιάζεται γραμμή απορρόφησης. Στο χείλος, όπου $\mu = 0$, η καθαρά θερμική γραμμή εξαφανίζεται.

Για γραμμή μικρής έντασης, όπου $n_\nu \ll 1$, το προφίλ είναι ανάλογο του n_ν, δηλαδή ανάλογο του συντελεστή απορρόφησης. Στις ισχυρές γραμμές, όπου $n_\nu \gg 1$ το προφίλ τείνει στην τιμή: $R_\nu = \frac{\mu}{a/b + \mu}$ (7.61), δηλαδή εξαρτάται από τη θέση στο δίσκο και τη συνάρτηση πηγής.

Ένας δεύτερος τρόπος προσέγγισης της εξίσωσης διάδοσης στη γραμμή είναι συμβολίζοντας με $k_\nu^{\,L}$

www.diavrosbooks.gr

και $j_\nu^{\ L}$ τους συντελεστές απορρόφησης και εκπομπής γραμμής αντίστοιχα και με $k_\nu^{\ C}$ και $j_\nu^{\ C}$ τους αντίστοιχους συντελεστές του συνεχούς. Τότε το οπτικό βάθος ορίζεται από τη σχέση:

$$d\tau_\nu = \left(k_\nu^{\ L} + k_\nu^{\ C}\right)\rho dx \quad (7.62)$$

και η συνάρτηση πηγής:

$$S_\nu = \frac{j_\nu^{\ L} + j_\nu^{\ C}}{k_\nu^{\ L} + k_\nu^{\ C}} \quad (7.63).$$

Η εξίσωση διάδοσης για κάποιο σημείο του φάσματος συχνότητας ν όπου βρίσκεται η γραμμή γράφεται:

$$\frac{d\mathrm{I}_\nu}{d\tau_\nu} = S_\nu - \mathrm{I}_\nu \quad (7.64).$$

Ωστόσο η συνάρτηση πηγής ορίζεται ξεχωριστά για το γραμμικό και το συνεχές:

$$S_\nu^{\ L} = \frac{j_\nu^{\ L}}{k_\nu^{\ L}} \text{ και } S_\nu^{\ C} = \frac{j_\nu^{\ C}}{k_\nu^{\ C}} \quad (7.65).$$

Στην περίπτωση αυτή η συνάρτηση πηγής S_ν του συνολικού φάσματος γράφεται:

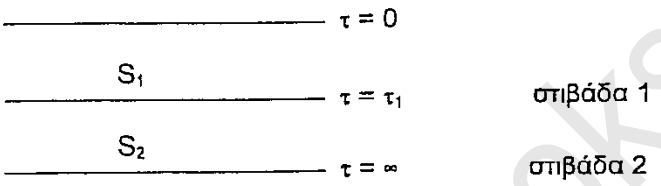
$$S_\nu = \frac{\left(k_\nu^{\ L} \Big/ k_\nu^{\ C}\right) S_\nu^{\ L} + S_\nu^{\ C}}{1 + \left(k_\nu^{\ L} \Big/ k_\nu^{\ C}\right)} \quad (7.66).$$

Για την επίλυση της εξίσωσης διάδοσης στην περίπτωση που το φάσμα της πηγής δεν είναι μόνο συνεχές αλλά αποτελείται και από γραμμές, με δεδομένη την πολυπλοκότητα της συνάρτησης πηγής, προκύπτει η ανάγκη προσεγγίσεων που

www.diavlosbooks.gr

οδηγούν στα μοντέλα Schuster-Schwarzschild και Milne-Eddington.

A_2) μοντέλο Schuster-Schwarzchild



Σχήμα 7.7: Η ατμόσφαιρα θεωρείται ότι αποτελείται από δύο στιβάδες όπου καθεμία χαρακτηρίζεται από σταθερή συνάρτηση πηγής.

Όπως παρουσιάζεται στο σχήμα 7.7 η ατμόσφαιρα θεωρείται ότι αποτελείται από δύο στιβάδες, καθεμία με σταθερή συνάρτηση πηγής (S_1, S_2).

Η ένταση I δίνεται από τη σχέση:

$$\mathrm{I} = S_1 \int_0^{\tau_1} e^{-\tau} d\tau + S_2 \int_{\tau_1}^{\infty} e^{-\tau} d\tau \quad (7.67).$$

Στη στιβάδα 1 όπου το οπτικό βάθος στο συνεχές είναι : $\tau_1{}^C = 0$ οπότε $\mathrm{I}_C = S_2$ ενώ για τα μήκη κύματος της γραμμής: $\tau_1 = \tau_1{}^L$ οπότε:

$$\mathrm{I}_L = S_1\left(1 - e^{-\tau_1{}^L}\right) + S_2 e^{-\tau_1{}^L} \quad (7.68)$$

και έτσι το σχετικό βάθος γραμμής $\mathrm{I}_C - \mathrm{I}_L \big/ \mathrm{I}_C$ δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{\mathrm{I}_C - \mathrm{I}_L}{\mathrm{I}_C} = \frac{\left(S_2 - S_1\right)\left(1 - e^{-\tau_1{}^L}\right)}{S_2} = \left(1 - e^{-\tau_1{}^L}\right)\left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)$$

www.diavlobooks.gr

Για αμυδρές γραμμές (τ_L μικρό):

$$\mathrm{I}_C - \mathrm{I}_L \Big/ \mathrm{I}_C = \tau_L \left(1 - S_1 \Big/ S_2\right) \rightarrow \mathrm{I}_C - \mathrm{I}_L \Big/ \mathrm{I}_C = \tau_L .$$

Για έντονες γραμμές (τ_L μεγάλο):

$$\mathrm{I}_C - \mathrm{I}_L \Big/ \mathrm{I}_C = \tau_L \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right).$$

B_2) Μοντέλο Milne-Eddington

Στην προσέγγιση αυτή θεωρείται ότι η συνάρτηση πηγής έχει γραμμική σχέση με το οπτικό βάθος του συνεχούς, δηλαδή ισχύει: $S = a + b\tau_C$ (7.70),

οπότε:

$$\mathrm{I}_L = \int (a + b\tau_C) e^{-\tau} d\tau_L \quad (7.71)$$

και:

$$\tau_C = \int \frac{k_L + k_C}{k_C} d\tau_C = \int \left(\frac{k_L}{k_C} + 1\right) d\tau_C \quad (7.72).$$

Θεωρώντας ότι ο λόγος του συντελεστή απορρόφησης γραμμής προς το συντελεστή απορρόφησης του συνεχούς είναι σταθερός κατά μήκος της ατμόσφαιρας προκύπτει:

$$\tau_L = \frac{k_L + k_C}{k_C} \tau_C \quad (7.73)$$

και:

$$\mathrm{I}_L = \int (a + b\tau_L) \left(\frac{k_C}{k_C + k_L}\right) e^{-\tau} d\tau_L = a + b \frac{k_C}{k_C + k_L} \quad (7.74),$$

www.iraklospooks.gr

$$\mathrm{I}_C = \int (a + b\tau_C) e^{-\tau} d\tau_C = a + b \quad (7.75).$$

Από τα παραπάνω το σχετικό βάθος ($\mathrm{I}_C - \mathrm{I}_L \big/ \mathrm{I}_C$)της γραμμής υπολογίζεται:

$$\frac{\mathrm{I}_C - \mathrm{I}_L}{\mathrm{I}_C} = \frac{a+b-a-b\left(\frac{k_C}{k_C+k_L}\right)}{a+b} = \frac{b}{a+b}\left(1 - \frac{1}{1+\left(k_L \big/ k_C\right)}\right) = \frac{b}{a+b}\frac{n}{1+n}$$

$$(7.76)$$

όπου $n = k_L \big/ k_C$.

Για μικρό n το βάθος της γραμμής θα είναι ανάλογο του n και αυτό αντιστοιχεί στο γραμμικό κομμάτι της καμπύλης ανάπτυξης. Για μεγάλο n, όταν δηλαδή ο συντελεστής απορρόφησης της γραμμής είναι μεγαλύτερος του συντελεστή απορρόφησης του συνεχούς, το σχετικό βάθος της γραμμής τείνει να γίνει ανεξάρτητο του n και εξαρτώμενο από το λόγο: $b \big/ a+b$.

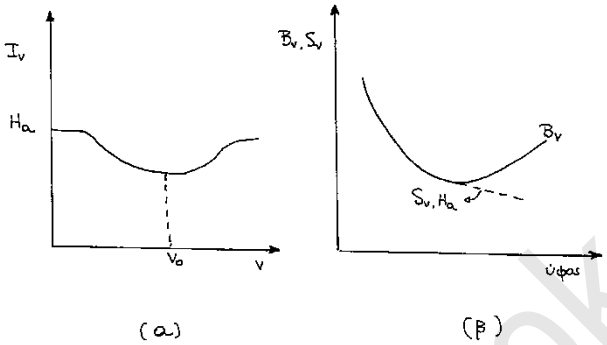
7.4 Παραδείγματα προφίλ φασματικών γραμμών

Ενδεικτικά αναφέρονται ορισμένα παραδείγματα προφίλ φασματικών γραμμών. Στο οπτικό μέρος του φάσματος εμφανίζονται πολλές γραμμές απορρόφησης ενώ στο μακρινό υπεριώδες και στις ακτίνες Χ εμφανίζονται γραμμές εκπομπής. Οι ισχυρές γραμμές (π.χ. MgI, NaI, CaII) έχουν έντονες πτέρυγες Lorentz. Η γραμμή Ha του υδρογόνου έχει μεγάλο εύρος στο κέντρο της (πυρήνας Doppler). Το εύρος αυτό είναι ανάλογο

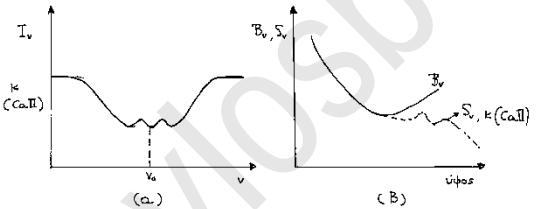
www.diavlosbooks.gr

της ποσότητας $u_{th} = \sqrt{\frac{2kT}{M}}$ όπου για το υδρογόνο $M = 1$. Για βαρύτερα στοιχεία ισχύει $u_{th} = u_{th} / \sqrt{A}$ όπου A: το ατομικό βάρος. Φασματικές γραμμές με μικρή απορρόφηση σχηματίζονται εξ' ολοκλήρου στα βαθύτερα στρώματα της φωτόσφαιρας. Στις ισχυρές γραμμές, όπως Η και Κ του CaII και η Ha του υδρογόνου, η απορρόφηση είναι τόσο μεγάλη που ο πυρήνας σχηματίζεται στη χρωμόσφαιρα. Καθώς η απορρόφηση ελαττώνεται (το βάθος σχηματισμού αυξάνει) και οι πτέρυγες σχηματίζονται στη φωτόσφαιρα. Επομένως, παρατηρώντας μέσα στην ίδια γραμμή σε διαφορετικά μήκη κύματος σαρώνεται μία μεγάλη ατμοσφαιρική περιοχή. Λόγω της αύξησης της θερμοκρασίας συναρτήσει του ύψους οι χρωμοσφαιρικές γραμμές θα έπρεπε να είναι γραμμές εκπομπής. Όμως πέρα από τα όρια της φωτόσφαιρας οι συνθήκες απομακρύνονται από την Τ.Θ.Ι. και η S_ν δεν ακολουθεί τη συνάρτηση Planck αλλά παίρνει μικρότερες τιμές. Άρα, προκύπτει ότι η χρωμόσφαιρα δίνει και γραμμές εκπομπής και γραμμές απορρόφησης.

www.physbooks.gr



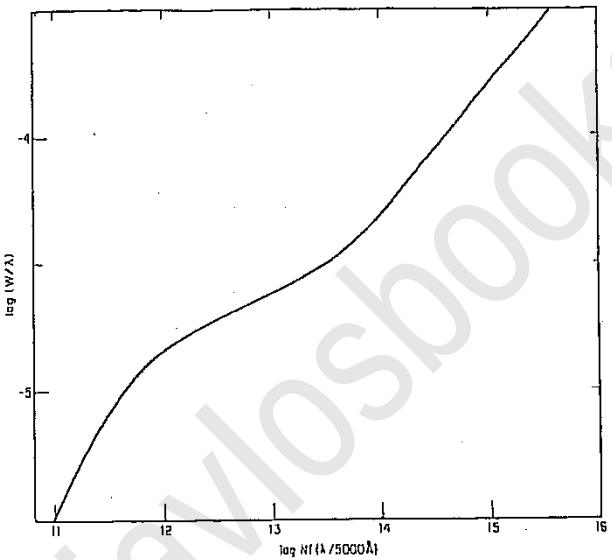
Σχήμα 7.8: α) Ποιοτική απεικόνιση του προφίλ της γραμμής Ηα. β) Μεταβολή της συνάρτησης του Planck και της συνάρτησης πηγής για τη φασματική γραμμή Ηα συναρτήσει του ύψους.



Σχήμα 7.9: α) Ποιοτική απεικόνιση του προφίλ της γραμμής Κ (CaII). β)Μεταβολή της συνάρτησης του Planck και της συνάρτησης πηγής, για τη γραμμή Κ, συναρτήσει του ύψους. Οι δύο μικρές εκπομπές στο κέντρο της γραμμής οφείλονται στο ότι η συνάρτηση πηγής ακολουθεί τη συνάρτηση του Planck για μεγαλύτερο διάστημα.

www.ziziosbooks.gr

Καμπύλη αύξησης ή ανάπτυξης



Γενική μορφή της καμπύλης αύξησης όπου οι άξονες είναι βαθμονομημένοι ώστε να δίνουν αριθμητικά αποτελέσματα που χαρακτηρίζουν τον Ήλιο

www.ziavlosbooks.gr

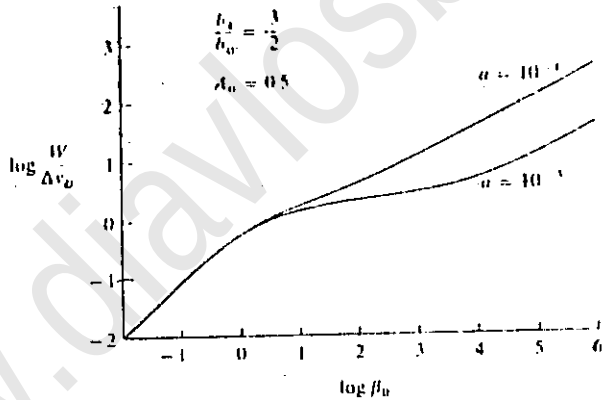
Κεφάλαιο 8
Καμπύλη αύξησης ή ανάπτυξης

8.1 Βασική μορφή της καμπύλης αύξησης

Όπως είναι φανερό, στις φασματικές γραμμές το ισοδύναμο εύρος αυξάνει με την απορρόφηση και δίνεται από τη σχέση:

$$W_\nu = \frac{b\mu}{a + b\mu} \int_0^\infty \frac{n_\nu}{1 + n_\nu} d\nu \quad (8.1).$$

Η γραφική παράσταση της σχέσης (8.1) δίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



Σχήμα 8.1: Γενική μορφή της καμπύλης αύξησης ως γραφική παράσταση της σχέσης (8.1).

Η καμπύλη του σχήματος ονομάζεται καμπύλη αύξησης, δηλαδή ως καμπύλη αύξησης ορίζεται η γραφική παράσταση του λογαρίθμού του ισοδύναμου πλάτους W_λ ως συνάρτηση του

www.diavlosbooks.gr

λογαρίθμού του αριθμού των ατόμων N ανά μονάδα επιφάνειας που παράγουν τη φασματική γραμμή, πολλαπλασιασμένο επί την ισχύ του ταλαντωτή: $f\left(\log W_\lambda\right)=\phi\left[\log\left(Nf\right)\right]$. Η ένταση μίας γραμμής απορρόφησης και επομένως το ισοδύναμο πλάτος W_λ αυξάνεται με την αύξηση του αριθμού των ατόμων N που τη δημιουργούν ωστόσο η μαθηματική έκφραση που συνδέει την ένταση της γραμμής με το N δεν είναι γραμμική.

Η καμπύλη αύξησης αποτελείται, βασικά, από τρία μέρη:

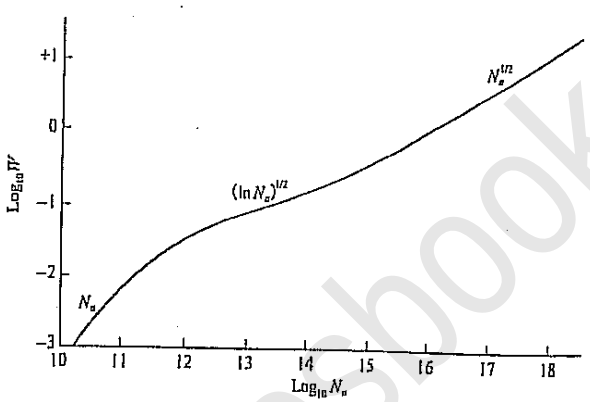
Α) όταν το Nf είναι μικρό που συνεπάγει: $\tau_\nu \ll 1$, τότε παρατηρούμε μικρή παραμόρφωση του συνεχούς και στην περίπτωση αυτή το ισοδύναμο πλάτος της γραμμής είναι ανάλογο του γινομένου Nf ή του τ_ν.

Β) όσο το Nf αυξάνεται τόσο η γραμμή βαθαίνει και για τιμές του Nf που αντιστοιχούν σε τιμές του οπτικού βάθους $\tau_\nu \approx 1$, το ισοδύναμο πλάτος της γραμμής αυξάνει ανάλογα της ποσότητας $\left(\ln Nf\right)^{1/2}$.

Γ) το τρίτο τμήμα της καμπύλης ανάπτυξης αντιστοιχεί σε μεγάλες τιμές του Nf , σε τιμές, δηλαδή, του οπτικού βάθους $\tau_\nu \gg 1$, και οι γραμμές που σχηματίζονται έχουν εμφανείς πτέρυγες. Στην περίπτωση αυτή, το ισοδύναμο πλάτος αυξάνει ανάλογα με την ποσότητα $\sqrt{Nf}$.

www.diavlosbooks.gr

Οι παραπάνω περιοχές που προκύπτουν από τη θεωρητική μελέτη της καμπύλης αύξησης παρουσιάζονται στο σχήμα 8.2.



Σχήμα 8.2: Η καμπύλη αύξησης για τη γραμμή Κ του CaII όπου διακρίνονται καθαρά οι τρεις βασικές περιοχές της.

8.2 Πειραματική καμπύλη αύξησης

Για το σχηματισμό της πειραματικής καμπύλης αύξησης, χρησιμοποιούνται ισοδύναμα εύρη πολλών γραμμών του ίδιου ιόντος. Για την κατασκευή της, αρχικά, γίνεται μέτρηση του ισοδύναμου πλάτους των γραμμών για τις οποίες είναι γνωστές οι τιμές του f από εργαστηριακές μετρήσεις. Στη συνέχεια, αναπαράγεται θεωρητικά το προφίλ αυτών των γραμμών ώστε από το θεωρητικό μοντέλο να προκύψει ο αριθμός των ατόμων που μετείχαν στη δημιουργία αυτών των γραμμών. Τέλος, γίνεται η γραφική παράσταση του $\log W_\lambda$ ως προς το $\log(Nf)$ και προκύπτει η

www.ziziosbooks.gr

ημιεμπειρική ή πειραματική καμπύλη ανάπτυξης. Από τη μελέτη της καμπύλης και τη σύγκριση της με θεωρητικές καμπύλες παίρνουμε πληροφορίες για:

-τη θερμοκρασία διέγερσης του ιόντος

-το εύρος Doppler της γραμμής και μέσο αυτού για τη μέση ταχύτητα κίνησης των ιόντων, $\xi = c\frac{\Delta\lambda_D}{\lambda_0}$ (8.2), η οποία προκύπτει μεγαλύτερη από την ταχύτητα που οφείλεται στη θερμοκρασία διέγερσης (θερμική ταχύτητα). Η διαφορά οφείλεται σε ταχύτητες μικρής κλίμακας που λέγονται «μικροστροβιλισμός» ξt και δίνεται από τη σχέση:

$$\xi^2 = u_{th}{}^2 + \xi_t{}^2 = \frac{2k\mathrm{T}_{exc}}{M} + \xi_t{}^2 \ (8.3).$$

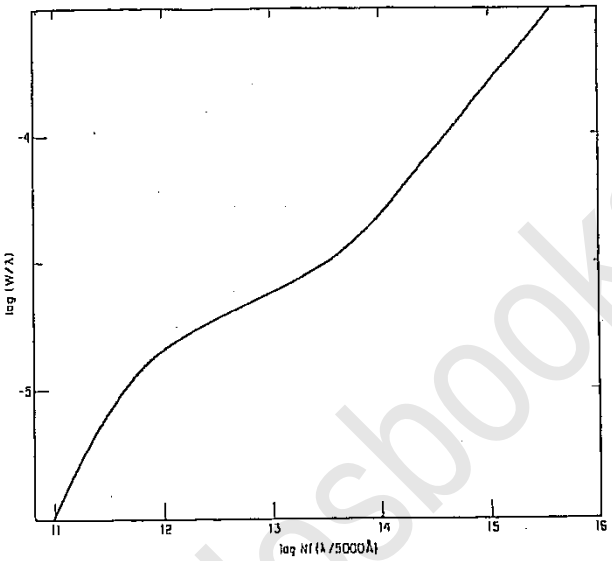
Ενδεικτικά, αναφέρεται ότι για την ηλιακή φωτόσφαιρα όπου $\xi \approx 1.6 km/\sec$ και $u_{th} \approx 1.2 km/\sec$ προκύπτει $\xi_t \approx 1 km/\sec$.

- την αφθονία του στοιχείου

- την τιμή του παράγοντα απόσβεσης a που δίνεται από τη σχέση: $a = \frac{\Gamma}{4\pi}\frac{1}{\Delta\nu_D}$ (8.4) και υπερισχύει στη συνάρτηση Voigt.

- τη θερμοκρασία ιονισμού.

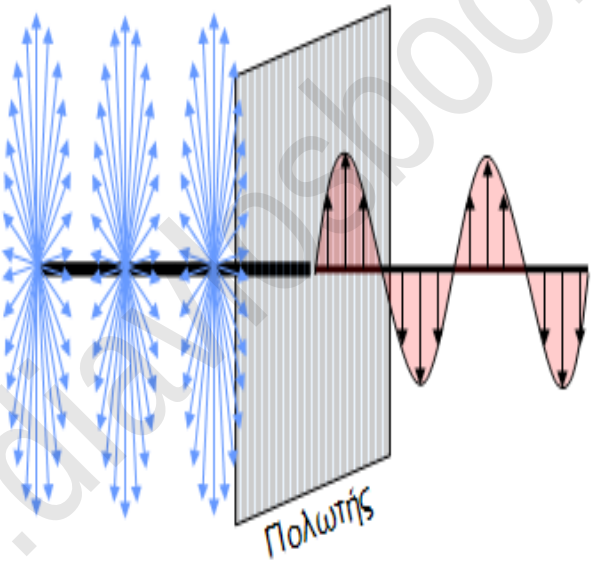
www.ziavrosbooks.gr



Σχήμα 8.3: Γενική μορφή της καμπύλης αύξησης όπου οι άξονες είναι βαθμονομημένοι ώστε να δίνουν αριθμητικά αποτελέσματα που χαρακτηρίζουν τον Ήλιο

www.diavlosbooks.gr

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ
Διάδοση πολωμένης ακτινοβολίας



www.diaulosbooks.gr

Παράρτημα
Διάδοση πολωμένης ακτινοβολίας

Π.1 Παράμετροι Stokes

Όταν μία δέσμη ακτινοβολίας αποτελείται από σωματίδια που στο σύνολό τους ή μερικώς είναι πολωμένα χρειάζονται τρεις επιπλέον ποσότητες, εκτός της μονοχρωματικής έντασης ακτινοβολίας I_ν προκειμένου να προσδιοριστεί απόλυτα. Η απεικόνιση του κύματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας εξασφαλίζει μία κατάλληλη περιγραφή. Δύο παράμετροι χρειάζονται προκειμένου να περιγραφεί ο χρονοεξαρτημένος προσανατολισμός του ηλεκτρικού κύματος μέσω του διανύσματος $\vec{E}$ σε επίπεδο ταλάντωσης κάθετο στη διεύθυνση διάδοσης. Ο προσανατολισμός του μαγνητικού διανύσματος $\vec{B}$ καθορίζεται από τις σχέσεις: $\left|\vec{E}\right| = \left|\vec{B}\right|$ και $\vec{E} \perp \vec{B}$. Η τρίτη παράμετρος προσδιορίζει με ακρίβεια το βαθμό πόλωσης. Στην πράξη, η πληροφορία αυτή διαμοιράζεται μεταξύ των παραμέτρων Stokes οι οποίες επιτρέπουν να γίνει μία περιγραφή με παρατηρούμενες ποσότητες.

Π.2 Παράμετροι Stokes για ένα κύμα

Αναλύοντας σε αρμονικές συνιστώσες το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου $\overrightarrow{E_{rad}}$ για την περίπτωση κύματος μονοχρωματικής ακτινοβολίας το οποίο διαδίδεται κατά μήκος του z-άξονα προκύπτουν οι ακόλουθες συνιστώσες για τον x-άξονα και τον y-άξονα:

www.ziti-books.gr

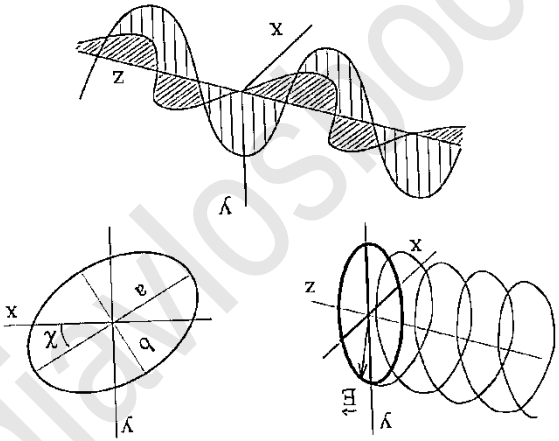
$$E_x = A_x \cos\left(\omega t - \phi_x\right)$$

$$E_y = A_y \cos\left(\omega t - \phi_y\right),$$

όπου A_x, A_y: τα πλάτη των αντίστοιχων ταλαντώσεων

ϕ_x, ϕ_y: η αρχική φάση των αντίστοιχων ταλαντώσεων

$\omega = 2\pi\nu$: η κυκλική συχνότητα.



Σχήμα Π.1: Ελλειπτική πόλωση. Το πάνω σχήμα απεικονίζει την ανάλυση ενός ηλεκτρικού κύματος $\vec{E}$ στις συνιστώσες του E_x, E_y. Τα δύο πλάτη A_x, A_y δεν είναι ίσα και οι δύο συνιστώσες χαρακτηρίζονται από διαφορά φάσης 90°. Το κάτω αριστερά σχήμα παρουσιάζει το πώς, σ' αυτή την περίπτωση, το διάνυσμα $\vec{E}$ περιγράφεται από μία έλλειψη στο επίπεδο (x,y). Το κάτω δεξιά σχήμα παρουσιάζει το πώς για οποιαδήποτε πλάτη και υστέρηση φάσης το διάνυσμα $\vec{E}$ διαδίδεται με ωρολογιακή ή αντιωρολογιακή φορά κατά μήκος της έλλειψης (x,y) της οποίας οι άξονες χαρακτηρίζονται από τη γωνία χ που σχηματίζουν.

www.diavlos.books.gr

Για ένα ολικά πολωμένο κύμα οι τέσσερις παράμετροι Stokes ορίζονται από τις σχέσεις:

$$\mathrm{I}_\nu \equiv A_x^{\,2} + A_y^{\,2}$$

$$Q_\nu \equiv A_x^{\,2} - A_y^{\,2}$$

$$U_\nu \equiv 2A_xA_y \cos\left(\phi_x - \phi_y\right)$$

$$V_\nu \equiv 2A_xA_y \sin\left(\phi_x - \phi_y\right),$$

με επιπλέον τη σχέση που τις συνδέει: $\mathrm{I}_\nu^{\,2} = Q_\nu^{\,2} + U_\nu^{\,2} + V_\nu^{\,2}$. Η «ολική πόλωση» σημαίνει ότι το διάνυσμα $\vec{E}$ συμπεριφέρεται αρμονικά, δηλαδή, το πέρας του μετακινείται αρμονικά κατά τη διεύθυνση διάδοσης διαγράφοντας έλλειψη ή κύκλο στο επίπεδο (x, y). Στην περίπτωση αυτή, το κύμα ονομάζεται, αντίστοιχα, ελλειπτικά ή κυκλικά πολωμένο. Ανάλογα με το αν το πέρας του διανύσματος διαγράφει την τροχιά με ωρολογιακή ή αντιωρολογιακή φορά τα ελλειπτικά και κυκλικά πολωμένα κύματα διαιρούνται σε δεξιόστροφα και αριστερόστροφα.

Π.3 Παράμετροι Stokes για ηλεκτρομαγνητικό κύμα

Τα πεδία ακτινοβολίας προσεγγίζονται και υπολογίζονται σύμφωνα με την υπόθεση της υπέρθεσης πολωμένων κυμάτων. Μία μη πολωμένη συνεισφορά μπορεί να υπάρξει και στην περίπτωση αυτή το συνολικό αποτέλεσμα προκύπτει χρονοεξαρτημένο. Αν οι χρονικές μεταβολές είναι αργές οι παράμετροι Stokes δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

www.ardosbooks.gr

$$\mathrm{I}_\nu = \mathrm{I}_\nu^{unpol} + < A_x^{\,2} + A_y^{\,2} >$$
$$Q_\nu = < A_x^{\,2} - A_y^{\,2} >$$
$$U_\nu = < 2A_x A_y \cos\left(\phi_x - \phi_y\right) >$$
$$V_\nu = < 2A_x A_y \sin\left(\phi_x - \phi_y\right) >,$$

όπου η παράμετρος Stokes I είναι το άθροισμα των πολωμένων και μη πολωμένων συνεισφορών και όπου η χρονική εξάρτηση των εξισώσεων έχει αντικατασταθεί από τις μέσες χρονικές τιμές.

Π.4 Παράμετροι Stokes για παρατηρήσεις

Στο σχήμα Π.1 παρουσιάζεται η τροχιά που διαγράφει το πέρας του διανύσματος $\vec{E}$ στο επίπεδο (x, y). Η γωνία χ αποτελεί μέτρο της περιστροφής του άξονα της έλλειψης από τους άξονες x και y. Ο λόγος του ημιάξονα a προς τον ημιάξονα b της έλλειψης ορίζει μία γωνία β τέτοια ώστε: $\tan\beta = a/b$. Με βάση τις παραπάνω ποσότητες οι παράμετροι Stokes, για την περίπτωση ολικά πολωμένης ακτινοβολίας, γράφονται:

$$\mathrm{I}_\nu = A_x^{\,2} + A_y^{\,2} \equiv A^2$$
$$Q_\nu = A^2 \cos 2\beta \cos 2\chi$$
$$U_\nu = A^2 \cos 2\beta \sin 2\chi$$
$$V_\nu = A^2 \sin 2\beta\,.$$

Οι παραπάνω σχέσεις βοηθούν στην ερμηνεία των παραμέτρων Stokes κατά τις παρατηρήσεις. Για παρατηρησιακά δεδομένα ορίζονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

www.diavgeiaonline.gr

$$\mathrm{I}_{\nu} \equiv \text{συνολική ένταση ακτινοβολίας}$$

$$Q_{\nu} \equiv \mathrm{I}_{0}^{\,linear} - \mathrm{I}_{90}^{\,linear}$$

$$U_{\nu} \equiv \mathrm{I}_{+45}^{\,linear} - \mathrm{I}_{-45}^{\,linear}$$

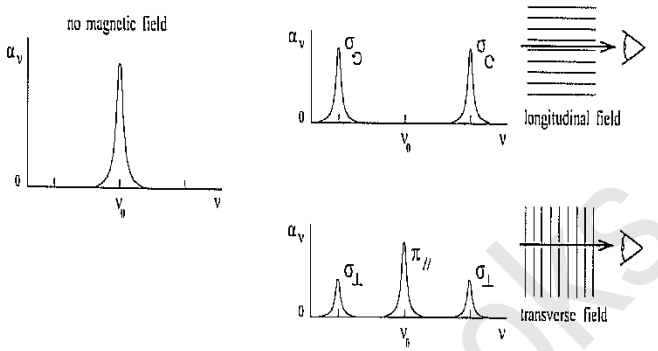
$$V_{\nu} \equiv \mathrm{I}_{right}^{\,circular} - \mathrm{I}_{left}^{\,circular}$$

και οι παράμετροι Q, U περιγράφουν τις διαφορές στην ένταση ακτινοβολίας μεταξύ των μετρήσεων με αντίθετες διευθύνσεις πόλωσης ενώ η παράμετρος V προσδιορίζει τη διαφορά μεταξύ των δεξιόστροφα και αριστερόστροφα κυκλικά πολωμένων ποσών ακτινοβολίας σε μία δέσμη.

Οι τέσσερις αυτές παράμετροι συχνά συνδυάζονται στο διάνυσμα Stokes προκειμένου να χρησιμοποιηθούν σε μετασχηματισμούς πινάκων ώστε να προσδιοριστούν ποσοτικά όλες οι επιδράσεις της συσκευής που προκαλούν συστηματικά σφάλματα κατά την παρατήρηση.

Για την περίπτωση των αστρικών ατμοσφαιρών η σημαντικότερη εφαρμογή της αστρονομικής πολωσιμετρίας είναι η μέτρηση των ηλιακών και αστρικών μαγνητικών πεδίων από τη μετατόπιση Zeeman των φασματικών γραμμών. Η παραπάνω εφαρμογή παρουσιάζεται στο σχήμα Π.2.

www.openbooks.gr



Σχήμα Π.2: τριπλέτα Zeeman. Στο αριστερό σχήμα παρουσιάζεται το προφίλ απορρόφησης για ένα μέσο όπου δεν υπάρχουν μαγνητικά πεδία. Τα άλλα δύο διαγράμματα αφορούν μέσο το οποίο χαρακτηρίζεται από ισχυρό, ομογενές μαγνητικό πεδίο. Στο πάνω διάγραμμα παρουσιάζεται η διαμήκης συνιστώσα Zeeman και στο κάτω διάγραμμα η εγκάρσια συνιστώσα Zeeman.

www.diavlos-books.gr

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Αντωνοπούλου Ε., Μαστιχιάδης Α : *«Σημειώσεις για το μάθημα Αστροφυσική Ι», έκδοση του ΕΚΠΑ (Αθήνα 2004)*

Αντωνοπούλου Ε., Κοντιζά Μ., Μαστιχιάδης Α.: *«Σημειώσεις για το μάθημα Αστροφυσική ΙΙ», έκδοση του ΕΚΠΑ (Αθήνα 2005)*

Σταθοπούλου Μ.: *«Διαλέξεις Σεμιναρίων Ομάδας Αστρικής Φασματοσκοπίας-Διάδοση Ακτινοβολίας στις Αστρικές Ατμόσφαιρες», έκδοση του ΕΚΠΑ (Αθήνα 2000)*

Δανέζης Μ., Θεοδοσίου Σ.: *«Το Σύμπαν που αγάπησα», εκδόσεις Δίαυλος (Αθήνα 1999)*

Δεληγιάννης Ι., Σταθοπούλου Μ.: *«Εισαγωγή στην Ηλιακή Φυσική», έκδοση του ΕΚΠΑ (Αθήνα 2003)*

Λασκαρίδης Π.: *«Ατμόσφαιραι των Αστέρων», έκδοση του ΕΚΠΑ (Αθήνα 1973)*

Λασκαρίδης Π.: *«Δομή και Εξέλιξη των Αστέρων», έκδοση του ΕΚΠΑ (Αθήνα 1997)*

Λιβανίου-Ροβίθη Ε., Νιάρχος Π.: «*Σημειώσεις Παρατηρησιακής Αστροφυσικής», έκδοση του ΕΚΠΑ (Αθήνα 2002)*

Aller L.H.: *«The atmospheres of the sun and the stars», University of California, Los Angeles, The Ronald Press Company (New York 1963)*

Carroll B., Ostile D.: *«An Introduction to Modern Astrophysics», Weber State University, Addison-Wesley Publishing Company (1996)*

Longair M.: *«High Energy Astrophysics», Cambridge University Press (1994)*

www.ziovbooks.gr

Mihalas D.: «Stellar Atmospheres», Freeman and Co, (New York 1970)
Rutten R.: «Radiative Transfer in Stellar Atmospheres», Institute of Theoretical Astrophysics (Oslo 2003)
Rybicki G., Lightman A.: «Radiative Processes in Astrophysics», Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics, WILEY-VCH Verlag GmbH&Co.KGaA (Federal Republic of Germany 1979)
Shu F.: «Αστροφυσική», Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης (Ηράκλειο 2004)

www.diavlosbooks.gr